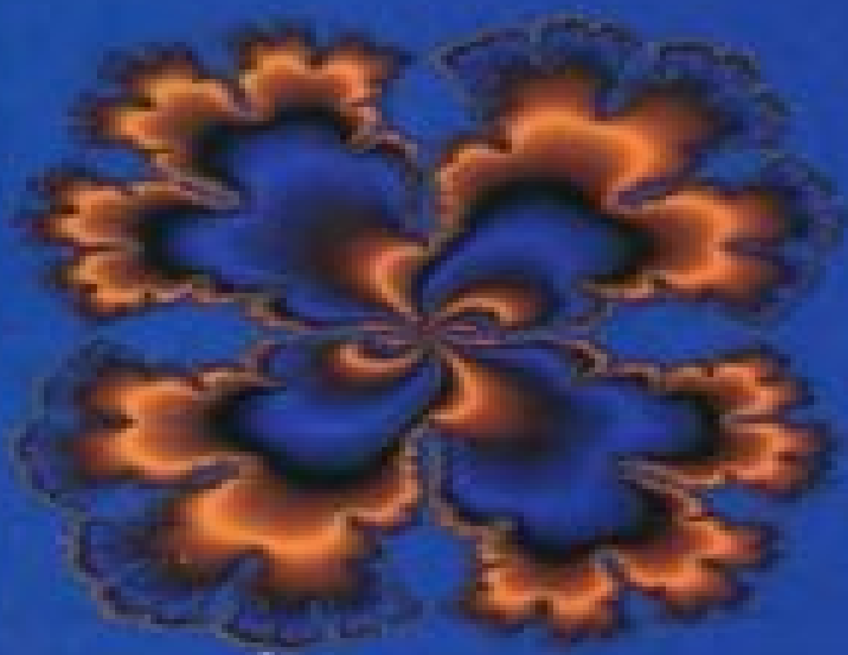
ДЖЕЙМС ГЛЕЙК

ХАОС

создание новой науки



АМФОРА

Annotation

В 1970-х годах ученые начинают изучать хаотические проявления в окружающем нас мире: формирование облаков, турбулентность в морских течениях, колебания численности популяций растений и животных… Исследователи ищут связи между различными картинами беспорядочного в природе.

Десять лет спустя понятие «хаос» дало название стремительно расширяющейся дисциплине, которая перевернула всю современную науку. Возник особый язык, появились новые понятия: фрактал, бифуркация, аттрактор…

История науки о хаосе — не только история новых теорий и неожиданных открытий, но и история запоздалого постижения забытых истин. Эта книга — яркое и образное повествование о сложных и глубоких вещах, окрашенное драматизмом и поэтичностью. Прочитав «Хаос», вы уже никогда не будете смотреть на мир прежними глазами.

- Джеймс Глейк
  - Пролог
  - Глава 1
  - Глава 2
  - Глава 3
  - Глава 4
  - Глава 5
  - Глава 6
  - Глава 7
  - Глава 8
  - Глава 9
  - Глава 10
  - Глава 11
- notes
  - 1
  - 2
  - 3
  - 4

Джеймс Глейк
Хаос
Создание новой науки

Человеческое — мелодия,
природное — дисгармония…

Джон Апдайк

Пролог

В 1974 г. полицию небольшого городка Лос-Аламос, штат Нью-Мексико, задергали сообщениями, что после наступления темноты по глухим улочкам бродит странный человек. Из ночи в ночь огонек его сигареты проплывал в темноте. Не ведая цели, он блуждал часами в свете звезд, легко проницавшем разреженный горный воздух. Недоумевала не только полиция. Некоторые ученые из Национальной физической лаборатории также удивлялись попыткам новоиспеченного коллеги установить для себя 26-часовой рабочий день. Такой распорядок выбивался из расписания всех остальных людей, живущих в нормальном суточном ритме. Сие граничило с чудачеством даже для группы теоретической физики.

За тридцать лет, истекших с тех пор, как Роберт Оппенгеймер выбрал пустынное плато в штате Нью-Мексико для создания центра разработки атомного оружия, Национальная лаборатория в Лос-Аламосе превратилась в крупнейший научный институт, который располагал любыми приборами — от газового лазера до ускорителя и мощных компьютеров — и обеспечивал работой тысячи специалистов: физиков, инженеров, администраторов.

Некоторые из старейших сотрудников лаборатории еще помнили деревянные здания, наспех возведенные среди скал в начале 1940-х годов, однако для следующего поколения ученых Лос-Аламоса — молодых мужчин и женщин в джинсах и рабочих комбинезонах — крестные отцы первой атомной бомбы были чем-то вроде привидений. Средоточием «чистой» мысли в лаборатории являлся теоретический отдел, или отдел Т (компьютерная служба и сектор вооружений маркировались соответственно литерами «К» и «X»). В отделе Т трудились более сотни опытных физиков и математиков, хорошо оплачиваемых и свободных от «академических нагрузок» — преподавания и публикации научных трудов. Эти люди уже имели дело с натурами гениальными и эксцентричными, а посему удивить их было нелегко.

Но Митчелл Файгенбаум составлял исключение из правил. За всю свою научную карьеру он опубликовал лишь одну статью и работал над чем-то совершенно бесперспективным. Выглядел он весьма примечательно: открытый лоб, грива густых волос зачесана назад, как у немецких композиторов прошлого века, глаза большие, выразительные.

Файгенбаум изъяснялся скороговоркой, глотая на европейский манер артикли и местоимения, словно не был уроженцем Бруклина. Работал он с маниакальным упорством; но если дело не спорилось, бросал всё и бродил, размышляя, преимущественно ночью. Двадцатичетырехчасовой рабочий день казался ему слишком коротким. Тем не менее Файгенбаум был вынужден свернуть поиски персональной квазипериодичности, когда понял, что не может больше просыпаться на закате (а такое случалось частенько при его расписании).

К двадцати девяти годам Файгенбаум снискал репутацию признанного эксперта, и многие сотрудники лаборатории прибегали к его советам, если, разумеется, ухитрялись застать коллегу на месте. Однажды, придя вечером на работу, Файгенбаум столкнулся на пороге с директором лаборатории Гарольдом Эгнью. Тот был заметной фигурой: ученик самого Оппенгеймера; находился на борту самолета-наблюдателя, сопровождавшего бомбардировщик «Enola Gay» во время налета на Хиросиму, и сфотографировал весь процесс доставки первого детища лаборатории к земле.

«Наслышан о ваших талантах, — бросил директор Файгенбауму. — Почему бы вам не заняться чем-нибудь стоящим? Скажем, термоядерной реакцией, управляемой лазером?»

Даже друзья Файгенбаума задавались вопросом, способен ли он оставить свое имя в веках. Человек, шутя разрешавший трудности коллег, казалось, был равнодушен к тому, что сулило бессмертие. Ему, например, нравилось размышлять о турбулентности в жидкостях и газах. Раздумывал он и о свойствах времени: непрерывно оно или дискретно, как чередование сменяющих друг друга кадров киноленты. Еще его занимала способность человеческого глаза отчетливо различать цвет и форму предметов во Вселенной, пребывающей, по мнению физиков, в состоянии квантового хаоса. Он размышлял об облаках, наблюдая за ними с борта самолета, а затем, когда в 1975 г. его лишили этой привилегии, с утесов, обступивших лабораторию.

На гористом американском Западе облака мало похожи на ту темную бесформенную дымку, что низко стелется над восточным побережьем. Над Лос-Аламосом, лежащим на дне большой вулканической впадины-кальдеры, облака кочуют в беспорядке, но структура их в каком-то смысле упорядочена. Они принимают формы горных цепей или изрытых глубокими морщинами образований, похожих на поверхность мозга. Перед бурей, когда небеса мерцают и дрожат от зарождающегося в их недрах электричества, облака видны издали. Они пропускают и отражают свет.

Небесный купол являет взору человеческому грандиозное зрелище, безмолвный укор физикам, которые обходят своим вниманием облака — феномен, хоть и структурированный, доступный наблюдению, но слишком расплывчатый и совершенно непредсказуемый. Вот о подобных вещах и размышлял Файгенбаум — тихо, незаметно и не очень продуктивно.

Физику ли думать про облака? Его дело — лазеры, тайны кварков, их спины, «цвет» и «ароматы» загадки зарождения Вселенной. Облаками же пусть занимаются метеорологи. Эта проблема из разряда «очевидных» — так называются на языке физиков-теоретиков задачи, которые опытный специалист способен разрешить путем анализа и вычислений. Решение «неочевидных» проблем приносит исследователю уважение коллег и Нобелевскую премию. Самые сложные загадки, к которым нельзя подступиться без длительного изучения первооснов и главных законов мироздания, ученые именуют «глубокими». Немногие коллеги Файгенбаума догадывались о том, что в 1974 г. он занимался действительно глубокой проблемой — хаосом.

С началом хаоса заканчивается классическая наука. Изучая природные закономерности, физики почему-то пренебрегали хаотическими проявлениями: формированием облаков, турбулентностью в морских течениях, колебаниями численности популяций растений и животных, апериодичностью пиков энцефалограммы мозга или сокращений сердечных мышц. Порождаемые хаосом природные феномены, лишенные регулярности и устойчивости, ученые всегда предпочитали оставлять за рамками своих изысканий.

Однако начиная с 1970-х годов некоторые исследователи в США и Европе начинают изучать хаотические явления. Математики, физики, биологи, химики ищут связи между различными типами беспорядочного в природе. Физиологи обнаруживают присутствие некоего порядка в хаотических сокращениях сердечных мышц, которые являются основной причиной внезапной и необъяснимой смерти. Экологи исследуют скачки численности популяций шелкопряда. Экономисты раскапывают старые биржевые сводки, пробуя на них новые методы анализа рынка ценных бумаг. В результате выясняется; что полученные закономерности имеют прямое отношение ко множеству других природных явлений: очертаниям облаков, формам разрядов молний, конфигурации сеточек кровеносных сосудов, кластеризации звезд в Галактике.

Когда Митчелл Файгенбаум приступил к исследованию хаоса, он был одним из немногих энтузиастов, разбросанных по всему миру и почти незнакомых друг с другом. Математик из Беркли, Калифорния, организовав

небольшую группу, трудился над созданием теории так называемых динамических систем. Только-только начали готовить к публикации проникновенный меморандум, в котором биолог из Принстонского университета призывал коллег заинтересоваться удивительно сложным поведением биологических популяций, наблюдаемым в некоторых простых моделях. Математик, работающий на компанию IBM, искал термин для описания семейства новых форм — зубчатых, запутанных, закрученных, расколотых, изломанных, — которые, по его мнению, являлись неким организующим началом в природе. Французский физик и математик набрался смелости заявить, что турбулентность в жидкостях, возможно, имеет нечто общее с аттрактором, необычным, бесконечно запутанным абстрактным объектом.

Десять лет спустя понятие «хаос» дало название стремительно развивающейся дисциплине, которая перевернула всю современную науку. Хаос стал предметом обсуждения множества конференций, научных журналов. Ведомства, отвечающие за государственные программы военных исследований, ЦРУ, министерства энергетики выделяют крупные суммы на изучение хаоса. В любом большом университете, в исследовательских лабораториях корпораций есть ученые, занятые прежде всего проблемой хаоса, а затем уж своей основной профессией. В Лос-Аламосе был учрежден Центр нелинейных исследований для координации работ по изучению хаоса и родственных ему проблем; подобные учреждения создаются в университетских городках по всей стране.

Хаос вызвал к жизни новые компьютерные технологии, специальную графическую технику, которая способна воспроизводить удивительные структуры невероятной сложности, порождаемые теми или иными видами беспорядка. Новая наука дала миру особый язык, новые понятия: фрактал, бифуркация, прерывистость, периодичность, аттрактор, сечение фазового пространства. Все это элементы движения, подобно тому как в традиционной физике кварки и глюоны являются элементарными частицами материи. Для некоторых ученых хаос скорее наука переходных процессов, чем теория неизменных состояний, учение о *становлении*, а не о *существовании*.

Как утверждают современные теории, хаос присутствует везде. Завихряется струйка сигаретного дыма, трепещет и полощется флаг на ветру, капли воды из подтекающего крана то одна за одной срываются вниз, то словно выжидают… Хаос обнаруживается и в капризах погоды, и в траектории движения летательного аппарата, и в поведении автомобилей в дорожной пробке, и в том, как струится нефть по нефтепроводу. Каковы бы

ни были особенности конкретной системы, ее поведение подчиняется одним и тем же недавно открытым закономерностям. Осознание этого факта заставило менеджеров пересмотреть отношение к страховке, астрономов — под другим углом зрения взглянуть на Солнечную систему, политиков — изменить мнение о причинах вооруженных конфликтов.

Хаос проявляет себя на стыке областей знания. Будучи наукой о глобальной природе систем, теория хаоса объединила ученых, работающих в весьма далеких сферах. «Пятнадцать лет назад науке угрожал кризис всё возрастающей специализации, — заметил ответственный за финансирование исследований чиновник Военно-морского министерства США, выступая перед аудиторией математиков, биологов, физиков и медиков. — Удивительно, но эта тенденция превратилась в свою прямую противоположность благодаря феномену хаоса!» Хаос вызывает к жизни вопросы, которые плохо поддаются решению традиционными методами, однако позволяют сделать общие заключения о поведении сложных систем. Все первые теоретики хаоса — ученые, давшие начальный толчок развитию этой дисциплины, — имели нечто общее: у них был глаз на определенные закономерности, особенно такие, которые проявляются в разном масштабе в одно и то же время. У них выработалось особое чутье, позволявшее оценивать случайность и сложность, предвидеть внезапные скачки мысли. Верующие в хаос — а они иногда действительно называют себя верующими, новообращенными или евангелистами — выдвигают смелые гипотезы о предопределенности и свободе воли, об эволюции, о природе возникновения разума. Они чувствуют, что поворачивают вспять развитие науки, следовавшей по пути редукционизма — анализа систем как совокупностей составляющих их элементарных объектов: кварков, хромосом, нейронов. Они верят, что ищут пути к анализу системы как целого.

Наиболее страстные защитники новой науки утверждают, что грядущим поколениям XX век будет памятен лишь благодаря созданию теорий относительности, квантовой механики и хаоса. Хаос, заявляют они, стал третьей из революций, последовательно освобождавших физику из тенет ньютоновского видения мира. По словам одного физика, теория относительности разделалась с иллюзиями Ньютона об абсолютном пространстве-времени, квантовая механика развеяла мечту о детерминизме физических событий и, наконец, хаос развенчал Лапласову фантазию о полной предопределенности развития систем. Из этих трех открытий лишь теория хаоса применима к Вселенной, которую мы можем наблюдать и ощущать, к объектам, которые доступны человеку. Повседневный опыт и

реальная картина мира стали уместным предметом исследований. Давно уже зрело ощущение, пусть и не выражавшееся открыто, что теоретическая физика далеко уклонилась от интуитивных представлений человека об окружающем мире. Насколько обоснована эта еретическая мысль, никому не известно, но теперь некоторые специалисты, считавшие, что физика рано или поздно загонит себя в угол, видят в хаосе выход из тупика.

Исследования хаоса произросли из непопулярных областей физической науки. Главным ее направлением в XX веке считалась физика элементарных частиц, которая исследовала основные слагающие элементы материи при все более высоких энергиях, малых масштабах и коротких отрезках времени и породила современные теории о природе физических взаимодействий и происхождении Вселенной. И все же некоторые молодые ученые чувствовали себя разочарованными. Прогресс замедлился, поиски новых частиц не имели успеха, а сама теория стала весьма запутанной. Недовольным казалось, что вершины сияющих абстракций физики высоких энергий и квантовой механики слишком долго доминировали в науке.

В 1980 г. космолог Стивен Хокинг, декан физического факультета Кембриджского университета, выразил мнение большинства ученых в обзорной лекции, посвященной развитию теоретической физики и названной «Не наступает ли конец физической теории?»: «Мы уже знаем физические законы, описывающие абсолютно все, с чем нам приходится сталкиваться в обычной жизни… И можно считать своеобразным комплиментом успехам теоретической физики тот факт, что нам приходится создавать сложнейшие приборы и тратить огромные деньги и усилия для того, чтобы поставить эксперимент, результаты которого мы *не можем* предсказать».

Однако Хокинг признал, что понимание законов природы в терминах физики элементарных частиц оставило без ответа вопрос о том, как применять эти законы к любым системам, кроме самых простейших. Предопределенность бывает двух видов: одна ситуация — когда две частицы, окончив свой бег между пластинами ускорителя, сталкиваются в пузырьковой камере, и совсем другая — в случае лоханки, наполненной мутной водой, или погоды, или человеческого мозга.

Хокингову физику, успешно собирающую Нобелевские премии и крупные ассигнования на дорогостоящие эксперименты, часто называли революционной. Временами казалось, что священный Грааль науки — Теория Великого Объединения, называемая также Теорией Всего Сущего, — вот-вот окажется в руках «революционеров». Физики

проследили развитие энергии и материи во Вселенной всюду и везде, кроме кратчайшего момента ее зарождения. Но действительно ли физика элементарных частиц послевоенного периода была революцией?

Или же она лишь «наращивала мясо» на основу, заложенную Эйнштейном, Бором и другими создателями теории относительности и квантовой механики? Безусловно, достижения физики, от атомной бомбы до транзистора, изменили реальность XX века. Тем не менее круг вопросов, которыми занималась физика частиц, казалось, сузился. И сменилось не одно поколение, прежде чем в этой сфере взросла новая идея, изменившая взгляд на мир обычного, рядового человека.

Физика Хокинга могла исчерпать себя, так и не ответив на некоторые фундаментальные вопросы, поставленные природой: как зародилась жизнь, что такое турбулентность, как во Вселенной, подчиняющейся закону повышения энтропии и неумолимо движущейся ко все большему и большему беспорядку, может возникнуть порядок? Кроме того, многие объекты повседневной жизни, например жидкости и системы, подчиняющиеся законам классической механики, уже казались столь обыкновенными и хорошо изученными, что физики перестали ожидать от них каких-либо сюрпризов. Но вышло иначе.

По мере того как революция хаоса набирает обороты, виднейшие ученые без всякого смущения возвращаются к феноменам «человеческого масштаба». Они изучают не галактики, а облака. Приносящие прибыль компьютерные расчеты выполняются не на «креях», а на «макинтошах». Ведущие научные журналы рядом со статьями по квантовой физике публикуют исследования, посвященные загадкам движения мяча, который прыгает по столу. Многие простейшие системы, как оказывается, обладают исключительно сложным и непредсказуемым хаотическим поведением. И все же в подобных системах иногда самопроизвольно возникает порядок, т. е. порядок и хаос в них сосуществуют. Лишь новая научная дисциплина могла положить начало преодолению огромного разрыва между знаниями о том, как действует единичный объект — одна молекула воды, одна клеточка сердечной ткани, один нейрон — и как ведет себя миллион таких объектов.

Понаблюдайте за двумя островками водяной пены, кружащимися бок о бок у подножия водопада. Можете ли вы угадать, каково было их взаимное положение еще несколько минут назад? Вряд ли. С точки зрения традиционной физики, только что не сам Господь Бог перемешивает молекулы воды в водопаде. Как правило, получив сложный результат, физики ищут сложных объяснений, и если им не удается обнаружить устойчивую связь между начальным и конечным состоянием системы, они

считают, что реалистичности ради в теорию, описывающую эту систему, должен быть «встроен» элемент случайности — искусственно генерированный шум или погрешность. Изучать хаос начали в 1960-х годах, когда ученые осознали, что довольно простые математические уравнения позволяют моделировать системы, столь же неупорядоченные, как самый бурный водопад. Незаметные различия в исходных условиях способны обернуться огромными расхождениями в результатах — подобное называют «сильной зависимостью от начальных условий». Применительно к погоде это выливается в «эффект бабочки»: сегодняшнее трепетание крыльев мотылька в Пекине через месяц может вызвать ураган в Нью-Йорке.

Составляя «родословную» новой науки, исследователи хаоса обнаруживают в прошлом много предвестий переворота. Однако для молодых физиков и математиков, возглавивших революцию в науке, точкой отсчета стал именно эффект бабочки.

Глава 1
Эффект бабочки

Физикам правится думать, будто все, что надо сделать, сводится к фразе: вот начальные условия; что случится дальше?

Ричард Ф. Фейнман

Солнце катилось по небу, никогда не знавшему облаков. Ветры обтекали землю, гладкую, как стекло. Ночь никогда не наступала, осень никогда не сменялась зимой. Никогда не шел дождь. Погода, смоделированная новым компьютером Эдварда Лоренца, менялась медленно, но вполне определенно, напоминая ясный полдень в межсезонье, как будто мир превратился в сказочный Камелот или некое подобие Южной Калифорнии.

Из своего окна Лоренц мог наблюдать более реальные картины: утренний туман, окутавший почти весь кампус Массачусетского технологического института, или низкие облака с Атлантики, нависающие над верхушками крыш. Ни то ни другое не появлялось в его компьютерной модели. Сама вычислительная машина модели «Royal McBee» — скопище проводов и вакуумных ламп — занимала добрую половину кабинета Лоренца, была раздражающе шумной и ломалась не реже раза в неделю. Это устройство не обладало ни достаточным быстродействием, ни объемом памяти, необходимым для того, чтобы построить реальную модель атмосферы и гидросферы Земли. И все же в 1960 г. Лоренц создал мини-модель погоды, которая привела в восторг его коллег. Каждую минуту компьютер выдавал стройные ряды чисел. Посвященным они сообщали, что господствующее сейчас западное направление ветра скоро сменится на северное, потом на южное и вновь на северное. Оцифрованные циклоны в компьютере Лоренца медленно кружились по воображаемому глобусу. Как только об этом узнали на факультете, преподаватели и старшекурсники стали заключать пари, пытаясь угадать, какой будет искусственная погода в каждый следующий момент. И почему-то машина не повторялась.

Лоренц просто наслаждался погодой — весьма полезная наклонность для исследователя-метеоролога. Смакуя изменчивость атмосферных

явлений, он постигал природу происходящего в скоплениях воздушных вихрей и циклонов, которые, неизменно подчиняясь математическим законам, в точности не воспроизводились ни разу. Ученому казалось, что облакам присуща особая структура. Раньше он опасался, что научное исследование погоды сродни попыткам разобрать шкатулку с секретом при помощи отвертки. Теперь же Лоренц гадал, способно ли вообще рациональное знание проникнуть в это таинство. Погода обладала свойствами, какие нельзя объяснить с помощью средних величин. *Средняя температура июня в Кембридже и Массачусетсе держится на уровне 75 градусов по Фаренгейту… Дождливая погода в Эр-Рияде (Саудовская Аравия) в среднем выпадает на 10 дней в году* — вот о чем говорила статистика. Суть же состоит в том, как сменяются модели атмосферных процессов с течением времени. Именно ее и сумел ухватить Лоренц.

Творец и вседержитель компьютерной Вселенной, он волен был устанавливать законы природы по своему усмотрению. После нескольких проб и ошибок, отнюдь не божественного свойства, он выбрал двенадцать уравнений, описывающих связь между температурой и атмосферным давлением, а также между давлением и скоростью ветра. Лоренц применил на практике законы Ньютона — вполне подходящий инструмент для Небесного Часовщика, который сотворил мир и устанавливает завод на вечность. Благодаря детерминизму физических законов дальнейшего вмешательства не требовалось. Творцы машинных моделей верили, что ныне и во веки веков законы движения подводят под их расчеты базу математической определенности. Постигни закон — и ты поймешь Вселенную! В этом заключалась философия компьютерного моделирования погоды.

Мыслители XVIII века представляли себе Творца благожелательным и не склонным к излишнему вмешательству в мирские дела, наблюдателем. Именно таков был Лоренц. Он принадлежал к породе людей чудаковатых. Удивительные глаза его всегда смеялись, придавая усталому лицу фермера-янки неизменно веселое выражение. Он редко говорил о себе и своей работе, предпочитая слушать, и при этом частенько уносился мыслью в такие дали, что был недосягаем для коллег. Самые близкие друзья его чувствовали, что львиную долю своего свободного времени Лоренц проводит в заоблачных мирах.

Мальчиком он был просто помешан на погоде и составлял весьма точные таблицы дневной температуры, фиксируя с помощью термометра ее минимумы и максимумы в Вест-Хартворде, штат Коннектикут, где жила его семья. Впрочем, чаще всего он сидел дома, погруженный в сборники

математических головоломок. Иногда Эдвард решал их вместе с отцом. Однажды они столкнулись с особенно сложной задачей, которая оказалась неразрешимой. Ничего страшного, утешил отец, вовсе не обязательно решать задачу, достаточно доказать, что решения просто не существует. Лоренца пленила эта мысль, ясная, как и вся математика. Закончив в 1938 г. колледж в Дартмуте, он решил посвятить себя этой науке. Однако обстоятельства помешали его планам: началась Вторая мировая война. Лоренц стал метеорологом ВВС США. После войны он не только не оставил занятий метеорологией, но и изучил ее теоретические основы, расширив и углубив свои математические познания. Работа, посвященная общему круговороту атмосферы, принесла ему известность. Одновременно Лоренц продолжал заниматься прогнозированием.

Даже самые серьезные и опытные метеорологи вряд ли считали наукой составление прогнозов погоды — заурядное ремесло для набивших руку и не лишенных интуиции людей, работа, которой свойственна некоторая доля шаманства. В крупных научных центрах, вроде Массачусетского технологического института, метеорологи тяготели к проблемам, имеющим строгое решение. Лоренц, как и любой другой специалист, вполне сознавал прагматическое назначение прогнозов, составляемых в помощь военной авиации, но до поры до времени прятал свой теоретический интерес к прогнозированию с позиций математики.

В 60-е годы прогнозирование было презираемо не только метеорологами — почти все уважающие себя ученые не доверяли компьютерам. Эти счетные машины, значение которых было явно преувеличено, вряд ли могли рассматриваться как инструмент для серьезных занятий наукой. Таким образом, численное моделирование погоды оказалось делом весьма неблагодарным, хотя время для опытов наступало. Вот уже два столетия наука об атмосфере ждала появления машины, способной снова и снова производить тысячи вычислений, повинуясь указаниям человека. Лишь компьютер мог доказать, что мир идет по пути детерминизма, что погода подчиняется законам, столь же незыблемым, как и принципы движения планет, наступления солнечных и лунных затмений, морских приливов и отливов. Теоретически электронная машина позволяла метеорологам предпринять то, что астрономы проделывали с помощью карандаша и логарифмической линейки: рассчитать будущее Вселенной исходя из ее начального состояния и физических закономерностей, управляющих ее эволюцией. Уравнения, описывающие циркуляцию воздуха и воды, были так же хорошо известны, как и те, которым подчинялся ход планет. Кстати, астрономы не достигли

совершенства — оно недостижимо в Солнечной системе, раздираемой тяготением девяти планет, множества спутников и астероидов. Тем не менее астрономические расчеты были столь точны, что люди подчас забывали об их прогностическом характере. Когда астроном говорил, что комета Галлея вновь приблизится к Земле через семьдесят шесть лет, это воспринималось как факт, а не как предсказание. Тщательно составленные численные прогнозы, основанные на детерминизме, определяли траектории космических кораблей и ракет. Отсюда следовал вывод: почему бы не рассчитать поведение ветра и облаков?

Погода, при всей сложности этого феномена, подчиняется тем же законам Ньютоновой механики. Сверхмощный компьютер мог стать Высшим Разумом, способным, по представлениям Лапласа, философа-математика XVIII века, по-своему воспринявшего идеи Ньютона, описать «единой формулой движения как наиболее крупных тел во Вселенной, так и легчайшего атома; для него не останется ничего неопределенного, и будущее предстанет перед ним наряду с прошлым». В эпоху, когда господствовали теория относительности Эйнштейна и принцип неопределенности Гейзенберга, оптимизм Лапласа казался просто шутовством; однако многие из современных ученых пытались воплотить его мечту. Вполне понятно стремление исследователей XX века — биологов, физиологов, экономистов — разложить свои миры на атомы, подчиняющиеся законам науки. Во всех названных дисциплинах господствовал детерминизм сродни ньютоновскому. Отцы-основатели современной компьютерной премудрости всегда помнили о Лапласе, и развитие ЭВМ шло бок о бок с прогрессом прогнозирования еще с тех пор, когда Джон фон Нейман в 1950-х годах сконструировал свои первые машины в Институте перспективных исследований, в Принстоне. Кстати, Нейман признавал, что моделирование погоды может стать идеальным заданием для компьютера.

Впрочем, существовало одно маленькое «но», столь незначительное, что ученые старались позабыть о нем, упрятать подальше, как прячут в ящик стола неоплаченный счет. Проблема звучит так: *измерения никогда не бывают совершенными*. Ученые, вставшие под ньютоновские знамена, обычно выдвигают следующий аргумент: имея *приблизительные* данные о начальном состоянии системы и понимая естественный закон, которому она подчиняется, можно рассчитать ее *примерное* поведение. Такой подход вытекает из самой философии науки. Один видный теоретик любил подчеркивать в своих лекциях: «Главная идея науки состоит в том, чтобы не обращать внимания на лист, падающий в одном из миров другой

галактики, когда вы пытаетесь объяснить движение шарика по бильярдному столу на планете Земля. Небольшими воздействиями можно пренебречь. Существует конвергенция в поведении объектов, и произвольно возникающие незначительные факторы не настолько значительны, чтобы приводить к произвольно большим конечным эффектам». Как правило, вера в приблизительность и конвергенцию вполне себя оправдывает. Крошечная погрешность в определении координат кометы Галлея в 1910 г. незначительно исказила прогноз времени следующего ее появления, которое состоялось в 1986 г. Эта ошибка останется столь же малой в ближайшие миллионы лет. Компьютеры, направляющие космические корабли, на основе *относительно точных* исходных данных дают *относительно точный* результат. С тем же успехом действуют экономисты, составляя прогнозы, хотя результат их работы и не столь очевиден. Пионеры прогнозирования погоды не были исключением.

С помощью своего примитивного компьютера Лоренц буквально разобрал погоду по кирпичикам, но все же казалось, что в его распечатках поведение ветра и температуры обнаруживает нечто узнаваемое, земное. Так проявлялась зрелая интуиция исследователя, его чувство погоды, которая по ощущению Лоренца повторялась, демонстрируя время от времени одни и те же схемы: давление росло и снижалось, воздушные массы устремлялись то на север, то на юг. Ученый выяснил, что, когда кривая плавно идет вниз, не образуя ярко выраженного максимума, на графике вскоре обозначатся две резких выпуклости. Лоренц утверждал, что эту закономерность вполне может применять метеоролог. Однако повторения никогда не были полностью идентичными. В рамках общей модели всякий раз обнаруживались отклонения — своего рода упорядоченный беспорядок.

Чтобы сделать результаты своих исследований более понятными, Лоренц создал несложную графику: вместо изображения обычных рядов чисел машина стала печатать некоторое количество пробелов, за которыми следовала буква «А». Ученый выбирал одну переменную, например направление воздушного потока, и постепенно символы заполняли собой весь рулон заправленной в принтер бумаги, образуя извилистую кривую, множество холмов и долин, изображавших отклонения западного ветра к северу и к югу в масштабах всего североамериканского континента. Эти линии, подчиненные определенным законам, узнаваемые циклы, появлявшиеся снова и снова, но каждый раз в несколько ином обличье, обладали каким-то гипнотическим очарованием. Казалось, система медленно раскрывает Лоренцу свои секреты.

Однажды, зимой 1961 г., намереваясь изучить определенную последовательность событий, он несколько сократил исследование — приступил к построению не с начальной точки, а с середины. В качестве исходных данных ученый ввел цифры из предыдущей распечатки. Когда он через час вернулся, отдохнув от шума и выпив чашку кофе, то увидел нечто неожиданное, давшее начало новой науке.

Новый отрезок должен был полностью повторить предыдущий, ведь Лоренц собственноручно ввел в компьютер числа, и программа оставалась неизменной. Тем не менее график существенно расходился с ранее полученным. Лоренц посмотрел сначала на один ряд чисел, потом на второй… С таким же успехом он мог наугад выбрать две случайные модели погоды. И первое, о чем он подумал, — вышла из строя вакуумная лампа.

Внезапно ученый все понял. Машина работала нормально, а разгадка заключалась в числах, заложенных им в компьютер. Машина могла хранить в памяти шесть цифр после запятой, например…,506127. На распечатку же, в целях экономии места, выдавалось всего три:…,506. Лоренц ввел укороченные, округленные значения, предположив, что разница в тысячных долях несущественна.

Предположение выглядело вполне разумно: если спутник, наблюдающий за погодой, способен фиксировать температуру поверхности океана с точностью до тысячных долей, это можно считать крупным везением. «Royal McBee» Лоренца выполнял программу, в которую заложили детерминистскую систему уравнений; отправляясь от заданной начальной точки, компьютер строил модель погоды каждый раз по одному и тому же образцу. Следовало предполагать, что при незначительном отличии начальной точки от введенной ранее модель будет чуть-чуть расходиться с предыдущим вариантом. Небольшая числовая погрешность походила на еле уловимое дуновение ветерка. Казалось, малозаметные перемещения воздушных масс неизбежно затухнут или взаимно погасят друг друга, прежде чем вызовут крупномасштабные изменения погоды. И все-таки в системе уравнений Лоренца малые погрешности оказались катастрофическими.

Ученый решил внимательно изучить, каким образом разошлись два почти идентичных графика. Он скопировал одну из полученных кривых на прозрачную бумагу и наложил ее на вторую, чтобы проследить отклонения. Первые максимумы почти совпали, но потом одна из линий начала слегка отставать. Когда оба графика достигли второго максимума, их фазы уже определенно различались. К третьему и четвертому максимуму все

сходство исчезало (см. рис. 1.1).

Был ли виноват в том несовершенный компьютер? Лоренц мог предположить, что либо машина его подвела, либо модель изначально сконструирована неудачно, — он вполне *мог бы* так подумать. Но, руководствуясь математической интуицией, которую коллеги Лоренца оценили с запозданием, исследователь внезапно ощутил: что-то вышло из накатанной колеи! Практическая важность открытия могла оказаться огромной, и хотя уравнения Лоренца являлись лишь грубой имитацией погоды на земном шаре, он уверовал, что ему открылась сущность реальной атмосферы. И впервые понял: долгосрочное прогнозирование погоды обречено.

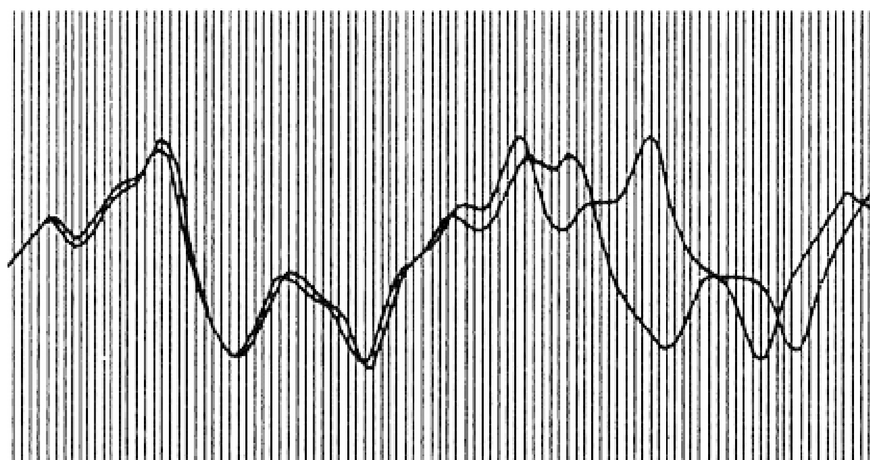


Рис. 1.1. Расхождение двух графиков погоды. Эдвард Лоренц заметил, что его программа строит модели, которые, хотя и берут начало примерно из одной точки, все более и более отклоняются друг от друга, и сходство в конце концов пропадает. (Из распечаток Лоренца 1961 г.)

«Нам не всегда сопутствовала удача в наших изысканиях, и теперь мы нашли причину, — говорил ученый. — Думаю, люди полагали возможным предсказание погоды на большие периоды времени потому, что в мире существуют физические феномены, которые вполне поддаются прогнозированию, например затмения и океанические течения. Я никогда не считал прогнозы приливов и отливов предсказаниями, воспринимая их как факты, хотя, безусловно, им присуща доля вероятности. Явление приливов и отливов, как, впрочем, и атмосферные процессы, вряд ли можно считать простыми, но в обоих случаях имеются периодические компоненты, за счет чего можно предугадать, что следующее лето будет теплее зимы. В этом смысле мы воспринимаем погоду так, как будто *уже* ее знаем. Что касается приливов, то в них присутствует некая

прогнозируемая составляющая, в которой мы и заинтересованы; часть же, не поддающаяся предвидению, достаточно мала, если, конечно, сама природа не докажет обратное. Итак, если приливы и отливы могут быть с достаточной точностью предсказаны на несколько месяцев вперед, то вполне резонно звучит вопрос, почему мы не в силах проделать то же самое в отношении атмосферы. Однако это совсем другая среда, со своими законами и непериодическими возмущениями. Изучая ее, я осознал, что *любая* непериодичная физическая система непредсказуема».

Пятидесятые и шестидесятые годы XX века стали временем неоправданного оптимизма по поводу возможностей предсказания погоды. Газеты и журналы наперебой твердили о надеждах, возлагаемых на новую науку, даже не столько на прогнозирование, сколько на изменение погодных условий и управление ими. Развивались сразу две технические новации — цифровые компьютеры и искусственные спутники Земли, и оба новшества использовались в международном проекте, названном Мировой программой исследования атмосферы. Говорили даже, что человечество освободится от произвола стихий, став повелителем, а не игрушкой атмосферы. Кукурузные поля накроют геодезическими колпаками, самолеты очистят небосклон от туч, ученым станет ясен механизм запуска и остановки дождя.

Эти иллюзии были посеяны фон Нейманом, создавшим свой первый компьютер с твердым намерением использовать вычислительную машину и для управления погодой. Он окружил себя метеорологами, породив слухи о создании так называемого братства физиков. У Неймана имелись особые причины для оптимизма. Он полагал, что сложная динамическая система имеет точки неустойчивости — критические моменты, в которые слабый толчок может привести к огромным последствиям, как это происходит с мячиком, балансирующим на вершине холма. Вопрос заключался в том, чтобы определить эти точки, воздействовать на систему в нужный момент и рассчитать ее дальнейшее поведение на компьютере. На практике это должно было выглядеть так: если центральный комитет метеорологов считает нужным изменить погоду, в небо поднимутся самолеты, чтобы оставить за собой дымовую завесу или разогнать облака. Великолепная перспектива! Однако Нейман не обратил внимания на вероятность хаоса, при котором неустойчива каждая точка.

К 80-м годам разветвленный и дорогостоящий аппарат служащих рьяно взялся выполнять поставленную Нейманом задачу, по крайней мере ту ее часть, которая была связана с составлением прогнозов. На окраине

одного из городов штата Мэриленд, близ Вашингтонской кольцевой автострады, в простом, похожем на куб здании, которое обилием радиоантенн и радаров, установленных на крыше, напоминало разведцентр, трудились ведущие ученые Америки. Здесь мощнейший суперкомпьютер строил модель, напоминавшую разработки Лоренца, но лишь по сути и духу. «Royal McBee» мог выполнять шестьдесят умножений в секунду, тогда как быстродействие новой машины «Control Data Cyber 205» составляло миллионы операций с плавающей запятой в секунду. Там, где Лоренц использовал двенадцать уравнений, современный компьютер расправлялся с системой, состоявшей из пятисот тысяч. Этой машине был известен механизм колебаний температуры воздуха при конденсации и испарении жидкости. Виртуальные воздушные потоки зарождались в компьютерных горных цепях. Информация, поступавшая со всего земного шара, со спутников, самолетов и кораблей, вводилась в компьютер ежечасно. В результате по точности прогнозов Национальный метеоцентр занял второе место в мире.

А первое место держал Европейский центр прогнозирования погоды, расположенный в Рединге, небольшом университетском городке, в часе езды от Лондона. Скромное современное здание, затененное деревьями, построили в годы торжества идеи Общего рынка, когда большинство государств Западной Европы решили действовать совместно, объединив интеллектуальные и денежные ресурсы для предсказания погоды. Европейцы приписывали свои успехи молодости сменяющих друг друга сотрудников, которые не состояли на государственной службе, и суперкомпьютеру «Cray», который был на порядок совершеннее американского аналога.

Прогнозирование погоды стало отправной точкой, с которой началось использование компьютеров для моделирования сложных систем. Методика его сослужила хорошую службу множеству представителей естественных, точных и гуманитарных наук. С ее помощью ученые пытались предугадать буквально всё, начиная с динамики маломасштабных жидкостных потоков, изучаемых конструкторами двигателей, и заканчивая циркуляцией финансов. К 70-80-м годам компьютерные прогнозы экономического развития напоминали глобальные предсказания погоды. Модели, представлявшие собой запутанную, до некоторой степени произвольную паутину уравнений, преобразовывали известные начальные условия — будь то атмосферное давление или денежный запас — в будущие тенденции. Программисты надеялись, что неизбежные упрощающие предположения не слишком сильно искажают истину. Если

на выходе получалось нечто странное — наводнение в Сахаре или повышение процентных ставок на несколько порядков, уравнение подправляли таким образом, чтобы подогнать результат под ожидаемый. Как это ни печально, эконометрические модели мало соответствовали реальности.

Это не мешало многим людям, предвидевшим грядущее гораздо лучше машины, поступать так, будто они верили в итоги изысканий. Прогнозы экономического роста или безработицы составлялись с точностью до сотых, а то и тысячных долей. Правительства и финансовые институты субсидировали прогнозирование ради практического результата, желая получить хоть что-то за вложенные деньги. По-видимому, все знали, что показатели вроде «потребительского оптимизма» не столь хорошо поддаются измерению, как, например, влажность воздуха, что дифференциальных уравнений, отражающих политические движения или изменения в мире моды, еще никто не создал. Но лишь немногим было понятно, сколь ненадежен сам процесс компьютерного моделирования — даже в тех случаях, когда исходным данным вполне можно доверять, а законы заимствованы из физики, как в случае с предсказанием погоды.

Истинный успех компьютерного моделирования состоит в том, что составление прогнозов погоды из искусства превратилось в науку. По оценкам Европейского центра, мировая экономика ежегодно сберегала миллиарды долларов благодаря предсказаниям, которые статистически были лучше, чем ничего. Однако прогнозы, составленные более чем на два-три дня, оказывались умозрительными, более чем на неделю — просто бесполезными.

Причина заключалась в эффекте бабочки. Стоит возникнуть небольшому и кратковременному погодному явлению — а для глобального прогноза таковыми могут считаться и грозовые штормы, и снежные бури, — как предсказание утрачивает свою актуальность. Погрешности и случайности множатся, каскадом накладываясь на турбулентные зоны атмосферы, начиная от пылевых вихрей и шквалов и заканчивая воздушными токами в масштабах целого материка, отслеживать которые удается лишь из космоса.

Современные модели погоды работают с сетками точек, отстоящих друг от друга на шестьдесят миль. Тем не менее о некоторых начальных данных приходится лишь догадываться, поскольку наземные станции и спутники не вездесущи. Предположим, что поверхность земного шара усеяна датчиками, удаленными друг от друга лишь на фут, что они, разнесенные на фут, контролируют по всей высоте атмосферу. Допустим,

каждый датчик передает исключительно точную информацию о температуре, давлении, влажности и любой другой нужной метеорологу величине. Точно в полдень компьютер огромной мощности считывает все данные и вычисляет, что случится в каждой из точек в 12:01, потом в 12:02, в 12:03 и т. д.

И все же компьютер не сможет предсказать, солнечная или дождливая погода ожидается в Принстоне через месяц. В полдень расстояние между сенсорами будет изменяться, чуть отклоняясь от среднего значения, и компьютер не получит эту информацию. К 12:01 колебания повлекут за собой небольшие погрешности, которые со временем станут нарастать и выльются в огромные отклонения.

Даже люди, нюхом чующие погоду, не осознавали этого. Одним из близких друзей Лоренца был Роберт Уайт, исследователь-метеоролог из Массачусетского технологического института. Когда Лоренц рассказал Уайту об эффекте бабочки и о том, какое значение этот эффект может иметь для долгосрочного прогнозирования атмосферных явлений, Уайт ответил словами Неймана: «Дело не в предсказании, а скорее в управлении». Его мысль заключалась в том, что небольшие изменения под контролем человека могут вызвать желаемые крупномасштабные перемены.

Но Лоренц смотрел на это по-другому. Да, мы можем изменить погоду, мы можем заставить атмосферу вести себя по-иному, не так, как она вела бы себя без нашего вмешательства. Но мы никогда не узнаем, что произойдет потом. Это все равно что заново тасовать перемешанную уже колоду карт. Нам ясно, что ситуация изменится, но неизвестно, к лучшему или к худшему.

Открытие Лоренца было случайным, звено в цепи неожиданных прозрений, восходящей еще к Архимеду с его ванной. Но Лоренц не принадлежал к числу тех, кто торопится кричать «Эврика!». Руководимый инстинктивной прозорливостью, он приготовился идти дальше тем же путем и изучать последствия своего открытия, выясняя его роль в образовании потоков во всех видах жидкости.

Споткнись Лоренц на эффекте бабочки, этом символе торжества случая над предопределенностью, в его распоряжении не оказалось бы ничего, кроме плохих новостей. Но Лоренц в своей модели погоды видел нечто большее, чем просто встроенную в нее хаотичность, — там наблюдалась изящная геометрическая структура, некий порядок, выдающий себя за случайность. Лоренц, будучи математиком по

призванию и метеорологом по профессии, начал в конце концов вести двойную жизнь. Кроме работ по метеорологии из-под его пера выходили статьи, где несколько вступительных строк о теории атмосферных процессов растворялись в математическом тексте.

Он уделял все больше и больше внимания математике систем, которые никогда не находились в устойчивом состоянии, почти повторяя друг друга, но не достигая полной идентичности. Известно, что погода как раз и является такой апериодичной системой. Мир полон подобных систем, и не нужно далеко ходить за примерами: численность популяций животных растет и падает почти регулярно, эпидемии начинаются и продолжаются, вопреки людским надеждам, тоже в определенном порядке. И если бы погода когда-нибудь повторилась в точности, продемонстрировав полностью идентичное прежнему облако или дождь, как две капли воды похожий на недавно прошедший, тогда, вероятно, она стала бы всегда воспроизводиться и проблема прогнозирования потеряла бы свою актуальность.

Лоренц предвидел, что должна существовать связь между неповторяемостью атмосферных явлений и неспособностью метеорологов предсказать их, иными словами, связь между апериодичностью и непредсказуемостью. Найти простые выражения для апериодичности было делом нелегким, однако Лоренц, преодолев множество мелких препятствий, в частности зацикливание программы, все же достиг успеха. Это произошло, когда он ввел в машину уравнение, описывающее количество солнечной энергии, которая изливается на земную поверхность при движении светила с востока на запад. После этого данные на выходе пришли в соответствие с изменениями, наблюдаемыми в реальности, когда солнце нагревает, например, восточное побережье Северной Америки и Атлантический океан. В результате цикличность программы исчезла.

Эффект бабочки был не случайностью, но необходимостью. Допустим, небольшие пертурбации так и останутся небольшими, не перемещаясь в системе, рассуждал ученый. Приближаясь к ранее пройденному состоянию, погода уподобится и последующим состояниям. Циклы станут предсказуемыми и в конце концов потеряют все свое очарование. Чтобы воспроизвести богатый спектр реальной погоды земного шара, ее чудесное многообразие, вряд ли можно желать чего-либо лучшего, чем эффект бабочки. Как уже говорилось, данный феномен имеет и строгое научное название — «сильная зависимость от начальных условий». Зависимость эту превосходно иллюстрирует детский стишок:

Не было гвоздя — подкова пропала,
Не было подковы — лошадь захромала,
Лошадь захромала — командир убит,
Конница разбита, армия бежит,
Враг вступает в город, пленных не щадя,
Оттого что в кузнице не было гвоздя[1].

Как наука, так и жизнь учит, что цепь событий может иметь критическую точку, в которой небольшие изменения приобретают особую значимость. Суть хаоса в том, что такие точки находятся везде, распространяются повсюду. В системах, подобных погоде, сильная зависимость от начальных условий представляет собой неизбежное следствие пересечения малого с великим.

Коллеги Лоренца были изумлены тем, что он соединил в своей миниатюрной модели погоды апериодичность и сильную зависимость от начальных условий, что подтверждали его двенадцать уравнений, просчитанных с поразительной трудоспособностью не один десяток раз. Как может подобное многообразие, такая непредсказуемость — в чистом виде хаос! — возникнуть из простой детерминистской системы?

Лоренц, отложив на время занятия погодой, стал искать более простые способы воспроизведения сложного поведения объектов. Один из них был найден в виде системы из трех нелинейных, т. е. выражающих не прямую пропорциональную зависимость, уравнений. Линейные соотношения изображаются прямой линией на графике, и они достаточно просты. Линейные уравнения всегда разрешимы, что делает их подходящими для учебников. Линейные системы обладают неоспоримым достоинством: можно рассматривать отдельные уравнения как порознь, так и вместе.

Нелинейные системы в общем виде не могут быть решены. Рассматривая жидкостные и механические системы, специалисты обычно стараются исключить нелинейные элементы, к примеру трение. Если пренебречь им, можно получить простую линейную зависимость между ускорением хоккейной шайбы и силой, придающей ей это ускорение. Приняв в расчет трение, мы усложним формулу, поскольку сила будет меняться в зависимости от скорости движения шайбы. Из-за этой сложной изменчивости рассчитать нелинейность весьма непросто. Вместе с тем она порождает многообразные виды поведения объектов, не наблюдаемые в линейных системах.

В динамике жидкостей все сводится к нелинейному дифференциальному уравнению Навье-Стокса, удивительно емкому и определяющему связь между скоростью, давлением, плотностью и вязкостью жидкости. Природу этих связей зачастую невозможно уловить, ибо исследовать поведение нелинейного уравнения все равно что блуждать по лабиринту, стены которого перестраиваются с каждым вашим шагом. Как сказал фон Нейман, «характер уравнения… меняется одновременно во всех релевантных отношениях; меняется как порядок, так и степень. Отсюда могут проистекать большие математические сложности». Другими словами, мир был бы совсем иным и хаос не казался бы столь необходимым, если бы в уравнении Навье-Стокса не таился демон нелинейности.

Особый вид движения жидкости породил три уравнения Лоренца, которые описывают течение газа или жидкости, известное как конвекция. В атмосфере конвекция как бы перемешивает воздух, нагретый при соприкосновении с теплой почвой. Можно заметить, как мерцающие конвекционные волны поднимаются, подобно привидениям, над раскаленным асфальтом или другими поверхностями, излучающими теплоту. Лоренц испытывал искреннюю радость, рассказывая о конвекции горячего кофе в чашке. По его утверждению, это один из бесчисленных гидродинамических процессов в нашей Вселенной, поведение которых нам, вероятно, захочется предугадать. Как, например, вычислить, насколько быстро остывает чашка кофе? Если напиток не слишком горячий, теплота рассеется без всякого гидродинамического движения, и жидкость перейдет в стабильное состояние. Однако если кофе горячий, конвекция повлечет перемещение жидкости с большей температурой со дна чашки на поверхность, где температура ниже. Этот процесс наблюдается особенно отчетливо, если в чашку с кофе капнуть немного сливок — тогда видишь, сколь сложно кружение жидкости. Впрочем, будущее состояние подобной системы очевидно: движение неизбежно прекратится, поскольку теплота рассеется, а перемещение частиц жидкости будет замедлено трением. Как поясняет Лоренц, «у нас могут быть трудности с определением температуры кофе через минуту, но предсказать ее значение через час нам уже гораздо легче». Формулы движения, определяющие изменение температуры кофе в чашке, должны отражать будущее состояние этой гидродинамической системы. Они должны учитывать эффект рассеивания, при котором температура жидкости стремится к комнатной, а ее скорость — к нулю.

Отталкиваясь от совокупности уравнений, описывающих конвекцию,

Лоренц как бы разобрал их на части, выбросив все, что могло показаться несущественным, и таким образом значительно упростил систему. От первоначальной модели не осталось почти ничего, кроме факта нелинейности. В результате уравнения, на взгляд физика, приобрели довольно простой вид. Взглянув на них — а это делал не один ученый на протяжении многих лет, — можно было с уверенностью сказать: «Я смог бы их решить».

Лоренц придерживался иного мнения: «Многие, увидев такие уравнения и заметив в них нелинейные элементы, приходят к выводу, что при решении эти элементы несложно обойти. Но это заблуждение».

Рассмотрим простейший пример конвекции. Для этого представим некоторый замкнутый объем жидкости в сосуде с ровным дном, который можно нагревать, и с гладкой поверхностью, подвергающейся в ходе опыта охлаждению. Разница температур между горячим дном и прохладной поверхностью порождает токи жидкости. Если разница небольшая, жидкость остается неподвижной; теплота перемещается к поверхности благодаря тепловой проводимости, как в металлическом бруске, не преодолевая естественное стремление жидкости находиться в покое. К тому же такая система является устойчивой: случайные движения, происходящие, например, когда лаборант нечаянно заденет сосуд, обычно замирают, и жидкость возвращается в состояние покоя.

Но стоит увеличить температуру, как поведение системы меняется. По мере нагревания жидкости она расширяется снизу, становится менее плотной, что, в свою очередь, влечет уменьшение ее массы, достаточное, чтобы преодолеть трение; в результате вещество устремляется к поверхности. Если конструкция сосуда хорошо продумана, в нем появляется цилиндрический завиток, в котором горячая жидкость поднимается по одной из стенок, а охлажденная спускается по противоположной.

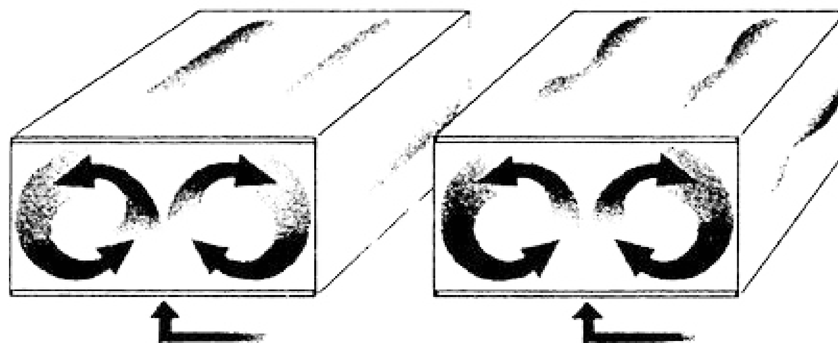


Рис. 1.2. Движение жидкости. Когда жидкость нагревают снизу, то в ней обычно

образуются цилиндрические завитки *(слева)*. Поднимаясь по одной стенке сосуда и спускаясь затем по противоположной, жидкость теряет теплоту — наблюдается конвекция. В случае продолжения этого процесса возникает нестабильность, влекущая за собой колебания в завитках жидкости, идущие в двух направлениях по всей длине цилиндров. При повышении температуры поток становится бурным и беспорядочным.

Понаблюдав за сосудом, можно проследить непрерывный цикл таких перемещений. Вне лабораторных стен сама природа создает области конвекции. К примеру, когда солнце нагревает песчаную поверхность пустыни, перемещающиеся воздушные массы могут сформировать миражи высоко в облаках или вблизи земли.

С дальнейшим ростом температуры поведение жидкости еще больше усложняется: в завитках зарождаются колебания. Уравнения Лоренца были слишком примитивными для их моделирования, описывая лишь одну черту, характерную для конвекции в природе, — кругообразное перемещение нагретой жидкости, показанное на рис. 1.2. В уравнениях учитывалась как скорость такого перемещения, так и теплопередача; и оба физических процесса взаимодействовали. Подобно любой циркулирующей частице горячей жидкости, жидкое вещество в нашем опыте, взаимодействуя с менее нагретой субстанцией, утрачивает теплоту. Однако, если движение жидкости происходит достаточно быстро, она не потеряет всю избыточную тепловую энергию за один цикл перемещений «дно —> поверхность —> дно», и в этом случае в ней могут образоваться завихрения.

Оказалось, что система Лоренца имеет аналоги в реальном мире, даже не отражая полностью процесс конвекции. К примеру, уравнения Лоренца достаточно точно описывают функционирование уже вышедшей из употребления электрической динамо-машины, предшественницы современных генераторов, где ток течет через диск, вращающийся в магнитном поле. В определенных условиях динамо-машина может дать обратный ход. Некоторые ученые, ознакомившись с уравнениями Лоренца, предположили, что, быть может, поведение динамо прольет свет на другой специфический феномен — магнитное поле Земли. Известно, что так называемая гео-динамо-машина давала о себе знать много раз в истории планеты. Интервалы между этими явлениями казались странными и необъяснимыми. Столкнувшись с подобной беспорядочностью, теоретики, как правило, искали решение вне рамок конкретной системы, выдвигая предположения вроде гипотезы метеоритных дождей.

Другой системой, вполне точно описываемой уравнениями Лоренца, является водяное колесо определенного типа, механический аналог

вращающихся конвекционных кругов. Вода постоянно льется с вершины колеса в емкости, закрепленные на его ободе, а из каждой емкости она вытекает через небольшое отверстие. В том случае, когда поток воды мал, верхние емкости заполняются недостаточно быстро для преодоления трения. Если же скорость водяной струи велика, колесо начинает поворачиваться под воздействием веса жидкости и вращение становится непрерывным. Однако, коль скоро струя сильна, черпаки, полные воды, некоторое время колеблются внизу, а затем начинают стремиться в другую сторону, таким образом замедляя движение, а затем останавливая колесо; и в дальнейшем оно меняет направление движения на противоположное, поворачиваясь сначала по часовой стрелке, а потом — против нее.

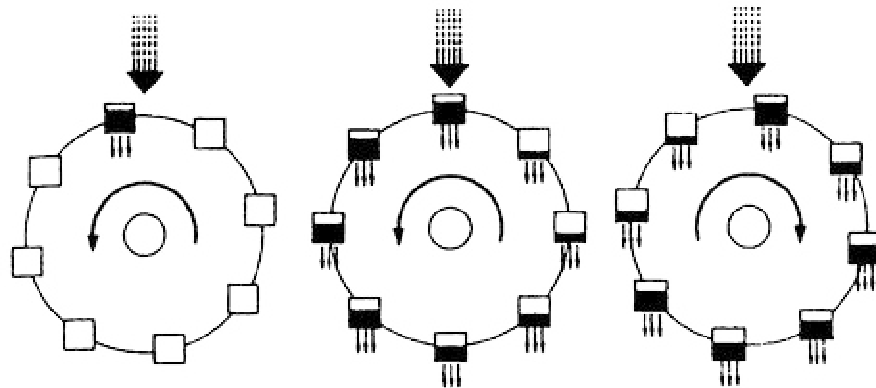


Рис. 1.3. Водяное колесо Лоренца. Первая хаотическая система, обнаруженная Эдвардом Лоренцем, точно соответствует механическому устройству — водяному колесу, которое может вести себя удивительно сложным образом. Вращающееся колесо имеет те же свойства, что и вращающиеся в процессе конвекции цилиндры жидкости: колесо похоже на их поперечные сечения. Обе системы регулируются (потоком воды или теплоты), и обе рассеивают энергию. Жидкость утрачивает теплоту; вода выливается из черпаков колеса. Долгосрочное поведение обеих систем зависит от того, насколько велика управляющая ими энергия. Вода наливается сверху с постоянной скоростью. Если скорость ее небольшая, верхний черпак никогда не становится полным, трение не преодолевается и колесо не поворачивается. (Подобное явление наблюдается и в жидкости: если теплоты недостаточно, чтобы преодолеть вязкость, жидкость останется неподвижной.) С увеличением скорости водяного потока колесо начинает двигаться под тяжестью верхнего черпака *(слева)* и даже вращаться с постоянной скоростью *(в центре)*. Однако при чрезмерной скорости воды *(справа)* вращение колеса может стать хаотичным из-за нелинейных воздействий, появившихся в системе. Черпаки, проходя под водяным потоком, наполняются в зависимости от того, насколько быстро вращается колесо. При быстром вращении колеса им не хватает времени, чтобы наполниться. (Так же и жидкости в быстровращающихся конвекционных завитках недостает времени, чтобы поглотить теплоту.) Кроме того, емкости могут начать двигаться в обратную сторону, не заполнившись водой. В результате полные черпаки на движущейся вверх стороне колеса способны замедлить

вращение всей системы, а затем вызвать ее поворот в обратную сторону. Фактически Лоренц обнаружил, что в течение длительных периодов времени вращение может менять свое направление несколько раз, никогда не достигая постоянной скорости и никогда не повторяясь каким-либо предсказуемым образом.

Интуиция подсказала Лоренцу, что за длительный период времени при неизменном потоке воды система обретет устойчивое состояние. Колесо будет или равномерно вращаться, или постоянно колебаться в двух противоположных направлениях, покачиваясь через определенные неизменные промежутки времени сначала вперед, затем назад. Но Лоренц обнаружил еще одно обстоятельство.

Три уравнения с тремя переменными полностью описывали движение данной системы. Компьютер ученого распечатал меняющиеся значения этих переменных в следующем виде: 0-10-0; 4-12-0; 9-20-0; 16-36-2; 30-66-7; 54-115-24; 93-192-74. Числа в наборе сначала увеличивались, затем уменьшались по мере отсчета временных интервалов: пять, сто, тысяча…

Чтобы наглядно изобразить полученные результаты, Лоренц использовал каждый набор из трех чисел в качестве координаты точки в трехмерном пространстве. Таким образом, последовательность чисел воспроизводила последовательность точек, образующих непрерывную линию, которая фиксировала поведение системы. Эта линия должна была, начиная с определенной точки, расположиться параллельно осям координат, что означало бы достижение системой устойчивости при стабилизации скорости и температуры. Был возможен и второй вариант — формирование петли, повторяющейся вновь и вновь и сигнализирующей о переходе системы в периодически повторяющееся состояние.

Но Лоренц не обнаружил ни того ни другого. Вместо ожидаемого эффекта появилось нечто бесконечно запутанное, всегда расположенное в определенных границах, но никогда и не повторявшееся. Изгибы линии приобретали странные, весьма характерные очертания, что-то похожее на два крыла бабочки или на двойную спираль в трехмерном пространстве. И эта форма свидетельствовала о полной неупорядоченности, поскольку ни одна из точек или их комбинаций не повторялась.

Спустя годы физики еще обсуждали публикацию Лоренца — «эту замечательную, необыкновенную статью!», — и в их глазах появлялась задумчивость. О его работе говорили так, словно она представляла собой древний манускрипт, хранивший секреты вечности. Из тысяч статей, составивших специальную литературу о проблеме хаоса, вряд ли какая-

либо цитировалась чаще, чем Лоренцов «Детерминистский непериодический поток». В течение многих лет ни один феномен не изображался столь бессчетное количество раз, ни об одном не сняли столько фильмов, сколько о таинственной кривой, описанной в этой главе, — двойной спирали, известной как «аттрактор Лоренца». Она воплощала в себе сложность и запутанность, все многообразие хаоса.

Но это во времена Лоренца ощущали немногие. Он рассказал о своих опытах Виллему Малкусу, профессору прикладной математики Массачусетского технологического института, который слыл человеком весьма тактичным и способным оценить по достоинству работу коллег. Малкус, рассмеявшись, произнес: «Эд, мы *знаем,* знаем доподлинно, что в жидкости ничего подобного не происходит». По его мнению, всю беспорядочность следовало свести к нулю, чтобы система вернулась к стабильному постоянному движению.

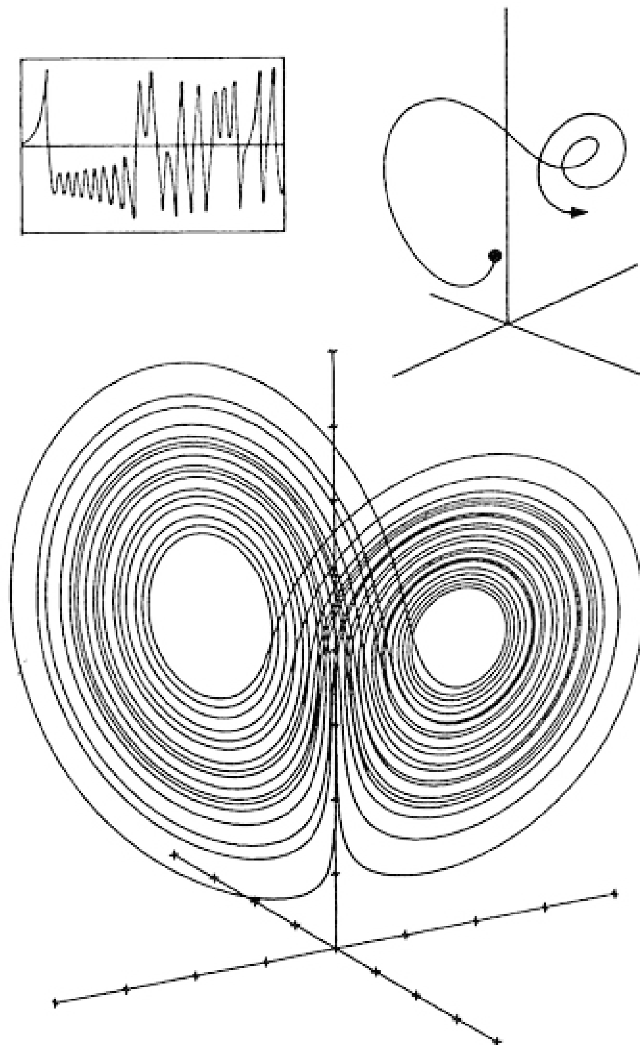


Рис. 1.4. Аттрактор Лоренца. Это магическое изображение *(внизу)*, напоминающее маску совы или крылья бабочки, стало эмблемой первых исследователей хаоса. Оно раскрывает тонкую структуру, таящуюся в беспорядочном потоке информации. Изменение значений любой переменной может быть показано графически в зависимости от времени *(сверху)*. Чтобы продемонстрировать меняющееся соотношение между тремя переменными, достаточно предположить, что в каждый момент времени три переменных фиксируют нахождение точки в трехмерном пространстве; по мере изменения системы перемещение точки описывает непрерывную линию. Поскольку состояние системы никогда точно не повторяется, траектория не пересекает сама себя, образуя лишь новые и новые петли. Движение в аттракторе абстрактно, тем не менее оно передает особенности движения реальных систем. Например, переход от одного из «крыльев» аттрактора к другому соответствует началу обратного хода водяного колеса или изменению направления вращения жидкости при конвекции.

«Конечно, мы упустили самую суть, — повторял Малкус спустя несколько десятилетий, когда в его полуподвальной лаборатории появилось настоящее, созданное для посрамления скептиков, водяное колесо Лоренца. — Эду был чужд язык традиционной физики. Его мысль работала в границах некой обобщенной абстрактной модели, которая демонстрировала поведение, характерное, как он интуитивно чувствовал, для определенных сторон внешнего мира. Он ощущал нечто, но не мог передать нам свои ощущения. Сейчас мы наконец поняли, как безраздельно владели Лоренцом его собственные идеи».

В те времена лишь немногие сознавали, что отдельные области знания все сильнее изолируются друг от друга. Биологам было что читать и без книг по математике; более того, молекулярные биологи не отвлекались на чтение статей по биологии популяций. Физикам не хватало времени штудировать метеорологические журналы. Только некоторые математики оценили открытие Лоренца, и еще целых десять лет физики, астрономы и биологи открывали уже открытое. В конце концов, Лоренц был метеорологом, и никому не приходило в голову искать первое описание феномена хаоса на страницах «Метеорологического журнала».

Глава 2
Переворот

Конечно, нужно напрячься,
Чтобы выйти за границы того,
Что называют статистикой.

Стивен Спендер

Историк науки Томас Кун рассказывает о занимательном эксперименте, проведенном двумя психологами в 1940-х годах. Испытуемым предоставили немного времени, чтобы взглянуть на игральные карты (причем в данный временной промежуток каждому показывали лишь одну карту), а затем попросили описать увиденное. Но в опыте заключалась небольшая хитрость: некоторые из карт были особенными; например, шестерка пик имела красную масть, а дама бубен — черную.

Пока испытуемым давали совсем мало времени, чтобы разглядеть карты, все шло как по маслу. Ответ на вопрос следовал незамедлительно, и люди совершенно не замечали уловки экспериментаторов. Посмотрев на красную шестерку пик, они определяли ее как шестерку червей или шестерку пик. Когда же время демонстрации карт увеличили, испытуемые засомневались. Им стало понятно, что с картами что-то не так, но что именно — они сообразить не могли. Как правило, они отвечали, что видели нечто странное, что-то вроде черного сердца с красной каймой.

В конце концов, получив возможность хорошенько рассмотреть карту, большинство разгадало, в чем подвох, и сыграло бы партию без ошибок. Однако некоторые участники опыта, так и не раскрыв обмана, совершенно потерялись. Это причинило им самую настоящую боль. «Какой бы ни была эта масть, я не могу ее определить, — жаловался один. — То, что мне сейчас показали, вообще не похоже на игральную карту. Я не знаю, какого цвета изображение, и не уверен, пики это или черви. Сейчас я уже не могу в точности сказать, как выглядят пики… О Господи!»

Профессиональные исследователи, схватывающие смутные, быстро мелькающие картины жизни природы, не отличаются особой уязвимостью, не поддаются страданиям и смятению, сталкиваясь лицом к лицу со

странным. Подмеченные ученым странности, меняя представления об объекте, двигают вперед науку. Нечто подобное, с точки зрения Куна, происходит и с историей хаоса.

В 1962 г., когда появились первые публикации этого историка, его взгляды на процесс познания, на развитие науки были столь же язвительны, сколь и восторженны и подливали масла в огонь дебатов. Кун весьма скептически отзывался о традиционных воззрениях на науку, о том, что прогресс в этой области якобы совершается за счет накопления знаний, дополнения старых открытий новыми, возникновения новых теорий под влиянием вскрытых экспериментами фактов. Он опровергал представление о науке как об упорядоченном процессе поиска ответов на заданные вопросы, подчеркивая разницу между тем, что предпринимают ученые при исследовании вполне уместных и ясно очерченных вопросов внутри своих дисциплин, и исключительным, неординарным мышлением, порождающим революции. Не случайно Кун ставит ученых ниже истинных рационалистов.

По представлениям Куна, обычная наука состоит преимущественно из действий «присваивающего» характера. Экспериментаторы оттачивают методику постановки опытов, проделанных уже не один раз до них. Теоретики то добавят кирпичик в стену познания, то слегка изменят ее контур. И вряд ли дела могут обстоять иначе! Если бы все ученые начинали с нуля, подвергая сомнениям базовые предположения, то им стоило бы огромных трудов достичь того уровня, который необходим для выполнения действительно полезной работы. Во времена Бенджамина Франклина горстка энтузиастов в попытке постичь природу электричества могла — и должна была — выдвигать свои собственные принципы. Один из этих ученых считал притяжение наиболее важным действием электричества, принимая последнее за своего рода «испарение», исходящее от всевозможных субстанций. Второй полагал, что электричество подобно жидкости, передаваемой материалом-проводником. И все они без особых затруднений объяснялись как с обывателями, так и между собой, поскольку тогда не выработался еще специальный язык для описания объекта исследования. Исследователь XX века, изучающий динамику жидкости, не смог бы совершить открытия, не имей он в своем распоряжении специальной терминологии и математического аппарата. Но взамен, сам того не ощущая, он жертвует свободой познания, отказывается от постижения первооснов своей науки.

Кун видит в обычной науке средство решения проблем, с которыми студенты сталкиваются, впервые открыв учебник. Проблемы эти

сопутствуют большинству ученых в магистратуре, при работе над диссертацией, при написании статей для научных сборников — необходимого условия успешной академической карьеры. «В условиях повседневности ученого-исследователя нельзя назвать новатором. Он лишь решает головоломки. И те вопросы, над которыми он работает, могут быть, по его же мнению, сформулированы и решены в рамках существующей научной традиции», — пишет Кун.

Но случаются и перевороты, когда из пепла отжившей, загнавшей себя в тупик науки восстает новая. Зачастую такая революция носит междисциплинарный характер — важнейшие открытия нередко делаются исследователями, переступившими границы своей науки. Занимающие их вопросы с точки зрения здравого смысла не укладываются в рамки научного познания, поэтому-то предложенные революционерами тезисы отклоняют, и в публикации статей им отказывают. Да и сами ниспровергатели не уверены, что смогут распознать решение, даже увидев его. Но они готовы рискнуть карьерой! Горстка вольнодумцев, которые работают в одиночку, не способны даже самим себе внятно объяснить направление своих изысканий и опасаются раскрыть их сущность коллегам — таков романтический образ, рисуемый Куном. Этот образ встречался ему не раз в реальной жизни при исследовании хаоса.

Ученые, первыми обратившие внимание на феномен хаоса, могли многое поведать о постигших их разочарованиях и даже об открытой враждебности, с которой они подчас сталкивались. Выпускников убеждали не писать диссертаций по неизвестной дисциплине, о которой их руководителям мало что известно, — подобное ляжет темным пятном на всю карьеру. Исследователь, занимавшийся физикой элементарных частиц, прослышав о новой математике, начал использовать в своей работе сие чудесное, хотя и весьма мудреное изобретение, однако делал это втайне от коллег. Почтенные профессора, шагнув за пределы общепринятых научных изысканий и ощутив непонимание, а зачастую и просто негодование собратьев по цеху, пугались возрастного кризиса. Но испуг отступал перед искусом пережить волнение, порождаемое действительно неизведанным. Даже люди, не принадлежащие к академическим кругам, но воспринимавшие перемены с энтузиазмом, обнаруживали в себе это чувство. Для Фримена Дайсона, в 70-е годы работавшего в Институте перспективных исследований, соприкосновение с хаосом стало «чем-то вроде электрического шока». Другие же ученые просто понимали, что впервые за всю свою сознательную жизнь в науке они становятся свидетелями настоящего переворота в мышлении.

Специалисты, сразу признавшие за хаосом право на существование, бились над тем, как облечь свои открытия и размышления в подходящую для публикаций форму, поскольку работа велась на стыке дисциплин. Она казалась слишком абстрактной для физики и чересчур экспериментальной для математики. Препятствия на пути распространения новых веяний и яростное сопротивление традиционных школ кое-кто воспринял как свидетельство истинно революционного характера зарождавшейся науки. Поверхностные идеи усваиваются легко; но те, что требуют переменить взгляд на мир, вызывают враждебность. Джозеф Форд, физик из Технологического института Джорджии, нашел подтверждение этого у Толстого: «Я уверен, что большинство людей, в том числе и те, что свободно чувствуют себя, разрешая чрезвычайной трудности вопросы, редко могут принять даже самую простую и очевидную истину, если она обяжет их согласиться с ложностью результатов своей работы — выводов, с восторгом представленных в свое время коллегам, с гордостью описанных слушателям, вплетенных, нить за нитью, в жизнь самих их создателей».

Многим представителям основных направлений науки новая дисциплина виделась весьма смутно. Некоторые, особенно исследователи динамики жидкостей, придерживавшиеся традиционных воззрений, отзывались о ней довольно резко. На первых порах раздавались лишь отдельные голоса в защиту хаоса и его феномен базировался в основном на математическом аппарате, казавшемся громоздким, да и просто сложным.

Однако адептов хаоса становилось все больше, и не все факультеты устраивали гонения на еретиков — некоторые, наоборот, их привечали. Не все научные журналы взяли за неписаное правило не публиковать работы о хаосе — иные издания печатали исключительно статьи, посвященные новой дисциплине. «Хаотистов» (их называли и так) стали выдвигать на получение престижных ежегодных стипендий и премий. К середине 80-х годов расслоение в академической среде привело к тому, что приверженцы хаоса заняли весьма значительные административные посты в высших учебных заведениях. Учреждались профильные центры и институты, специализирующиеся на «нелинейной динамике» или «сложных системах».

Хаос сделался не только объектом, но и методом изучения, не просто сводом верований, но и средством продвижения науки вперед. Он породил новые приемы использования компьютерной техники — возвеличил скромные терминалы, которые обеспечивают гибкую связь человека с компьютером и являются более эффективными, чем сверхбыстродействующие модели «Cray» или «Cyber». Для исследователей хаоса математика стала экспериментальной наукой, компьютеры заменили

собой лаборатории, с шеренгами пробирок и микроскопами. Графические изображения приобрели первостепенную важность, что дало повод одному из хаотистов съязвить: «Математик, не опирающийся в своей работе на зрительные образы, подобен мазохисту… Как может он видеть соотношение между разными видами движения? Неужели это постигнешь интуитивно?» Некоторые ученые занимались хаосом, но отрицали его революционный характер. Другие же, наоборот, говорили о перевороте в мышлении.

Стиль ранних публикаций о хаосе вызывал в памяти времена Франклина, когда пионеры науки формировали свои первые постулаты. Как замечает Кун, совокупность знаний, являющаяся отправной точкой для исследовательской работы, воспринималась авторитетными научными дисциплинами без доказательств. Так уж повелось, что из боязни наскучить коллегам многие начинали и заканчивали свои изыскания, не придав их огласке. Напротив, статьи о хаосе начиная с 70-х годов звучали подобно Евангелию. От предисловия до заключения это были манифесты, призывающие ученых действовать, работать, изучать… *Результаты кажутся нам одновременно и захватывающими и вызывающими. Теоретическая картина перехода от плавного перемещения к турбулентности только начинает вырисовываться. Сущность хаоса математически постижима, и никто не отрицает, что именно он сейчас предвещает будущее. Но чтобы принять последнее, необходимо отречься почти от всего в прошлом.*

Новые надежды, непознанные направления, свежее видение… Революции не происходят исподволь. Одна точка зрения на природу заменяется другой. Новые проблемы предстают в ином свете, а уже известные признаются впервые. Происходит нечто такое, что можно сравнить с полным техническим переоснащением целой отрасли промышленности для выпуска новой продукции. Говоря словами Томаса Куна, «научное сообщество словно оказалось вдруг на другой планете, где изученные уже предметы видятся в новом свете и появляются совсем незнакомые».

Зарождавшаяся наука обратила свое внимание на маятник, символ классической механики, образец ограниченного движения, свободно качающийся на конце стержня отвес. Что может быть дальше от буйства турбулентности?

Предания прочно связали образ Архимеда с ванной, Ньютона — с яблоком, Галилея — с лампадой, мерное качание которой подсказывало

подсознанию ученого новые идеи. Изохронность маятника позволила Христиану Гюйгенсу применить его в часах и поставить западную цивилизацию на путь, с которого нет возврата. В огромном зале парижского Пантеона при помощи маятника высотой с 20-этажный дом Фуко доказал факт вращения Земли. Маятники разных форм и размеров — важная деталь любых, в том числе и наручных часов, кроме кварцевых. В пространстве, где нет трения, периодические движения совершают, перемещаясь по орбитам, небесные тела. На планете Земля упорядоченное колебание присуще маятникам или близким к ним устройствам. Работа электронных схем в основном описывается уравнениями, почти аналогичными тем, что отображают качание отвеса, — электронные колебания происходят в миллионы раз чаще, однако природа их та же. Тем не менее к XX веку классическая механика стала не более чем учебным предметом и элементом рядовых инженерных проектов, а маятники украсили научные музеи и сувенирные магазинчики аэропортов, приняв обличье вращающихся «космических шаров» из пластика. Ими уже не интересовался ни один серьезный физик.

Все же маятник смог вновь удивить ученых, став пробным камнем для экспериментов, каковым его и считал Галилей. Аристотель, наблюдая за маятником, видел в нем груз, который тщетно стремится достигнуть земли и качается взад и вперед потому, что стержень ограничивает его движение. Современному ученому сказанное покажется наивным. Он, этот ученый, связан классическими представлениями о движении, инерции, силе тяжести. Ему довольно сложно оценить господствовавшие некогда убеждения, которые сформировались под влиянием Аристотелева понимания маятника. По Аристотелю, движение тел есть не результат действия силы, а скорее изменения, подобные тем, что происходят по мере роста человека, — падающий груз просто стремится к своему естественному состоянию, которое достижимо, если объект предоставлен самому себе. Галилео Галилей, изучая маятник, подметил некую упорядоченность, доступную измерениям; чтобы объяснить ее, необходимо было мыслить совершенно по-новому, воспринимая объекты в движении. Преимущество Галилея над древними греками заключалось вовсе не в том, что он получил более точные данные; напротив, его замысел — приставить к маятнику наблюдателей и подсчитать число колебаний за сутки — не самый изящный научный ход. Галилей увидел упорядоченность в движении маятника потому, что был знаком с теорией, предсказавшей данный факт. Он понял то, чего не постиг Аристотель: движущийся объект стремится продолжать движение, а изменения скорости или направления

объясняются лишь вмешательством внешней силы, например силы трения.

Галилей настолько подпал под власть своих умопостроений, что увидел упорядоченность, которой *не было.* По его убеждению, маятник определенной длины не только показывает точное время, но и обнаруживает независимость периода колебаний от угла отклонения. Проще говоря, маятник с большим углом колебаний проходит больший путь, но совершает его быстрее. Другими словами, период колебаний маятника не зависит от его амплитуды. «Если два человека начнут считать число колебаний, и один будет считать те, что имеют широкий угол, а второй — колебания с небольшим углом, обнаружится, что после десятков, даже сотен движений маятников их данные будут полностью совпадать, не различаясь и на доли единицы». Галилей вывел это утверждение эмпирическим путем. Однако, будучи подкреплено теорией, оно приобрело такую убедительность, что до сих пор входит прописной истиной в большинство курсов физики высших школ. Тем не менее данный постулат неверен: упорядоченность, замеченная Галилеем, лишь приблизительна, так как изменяющийся угол движения отвеса привносит в уравнения едва заметный элемент нелинейности. При малых амплитудах погрешность почти не проявляется, зато в опыте, подобном тому, что описан Галилеем, она налицо и даже поддается измерению.

Хотя небольшими эффектами нелинейности можно пренебречь, экспериментаторы быстро осознали, что живут в несовершенном мире. Со времен Галилея и Ньютона поиски упорядоченности в опытах отличались особой основательностью. Любой экспериментатор ищет неизменных величин, но это значит пренебрегать той крошечной долей беспорядочного, что вмешивается в четкую картину результатов. Если химик из одного эксперимента выводит, что постоянное соотношение двух веществ составляет 2,001, из другого — 2,003, а из третьего уже 1,998, весьма неосмотрительным с его стороны будет не подыскать теорию, объясняющую, что истинное соотношение равно два к одному.

Стремясь получить корректные результаты, Галилей также не придавал значения известным ему нелинейным эффектам — трению и сопротивлению воздуха. Последнее является весьма досадным осложнением, той палкой в колесе экспериментатора, которую необходимо убрать, чтобы постичь сущность новой механики. Падает ли птичье перышко так же быстро, как камень? Как показывает опыт, скорость падения их различна. Легенда о том, как Галилео Галилей бросал шары с вершины Пизанской башни, — это история об интуитивном постижении некоего идеального мира, где упорядоченность можно отделить от

погрешностей опыта.

Отделив действие силы тяжести на тело определенной массы от действия сопротивления воздуха — что было блестящим достижением научной мысли, — Галилей вплотную приблизился к сути инерции и измерению количества движения. Все же в реальном мире маятники ведут себя как описано в парадигме Аристотеля: они останавливаются.

Закладывая основу грядущей смены парадигм, ученые бились над тем, что принимали за пробел в знаниях о простых системах вроде маятника. К началу XX века диссипативные процессы, к примеру трение, были уже изучены и учитывались в уравнениях. На занятиях студентам рассказывали, что нелинейные системы, как правило, не имеют решения, и это вполне соответствовало истине. Зато утверждение, что эти системы большей частью представляют собой исключения из правил, отнюдь не являлось правдой. Поведение целого класса движущихся объектов: маятников, колеблющихся пружин, струн и гибких стержней — описывается классической механикой. К жидкостным и электрическим системам применили сходный математический аппарат, но почти никто во времена безраздельного господства «классики» не подозревал, что стоит только уделить нелинейным элементам должное внимание — и обнаружится: в динамических системах затаился хаос.

Физик не способен до конца проникнуть в тайны турбулентности, не поняв феномена маятника. До конца осмыслить эти тайны в первой половине XX века было попросту невозможно. По мере того как хаос стал сводить воедино изучение различных систем, динамика маятников расширялась, вбирая в себя поведение даже таких продуктов высоких технологий, как лазеры и сверхпроводники Джозефсона. Ход некоторых химических реакций подобен поведению маятника. Нечто похожее прослеживается и в биении сердца. По словам одного ученого, динамика маятника таит в себе новые возможности для «психологии и психиатрии, экономического прогнозирования и, возможно, даже для социальной эволюции».

Рассмотрим качели на детской площадке. Они набирают ускорение, устремляясь вниз, а по мере взлета вверх их скорость падает; часть энергии постоянно утрачивается из-за трения. Допустим, что качели приводит в движение некий механизм, подобный часовой пружине. Как подсказывает нам интуиция, в какой бы точке ни началось движение, оно станет постоянным. Качели будут раскачиваться взад и вперед, поднимаясь каждый раз на одну и ту же высоту. Такое возможно. Однако, сколь ни удивительно, качели могут колебаться и весьма странным образом: сначала

взлетать высоко, затем низко, никогда не повторяя тот рисунок движения, что наблюдался прежде.

Поразительно неустойчивое поведение порождается нелинейностью потока энергии на входе и выходе этого простейшего осциллятора. Амплитуда колебаний уменьшается, затем увеличивается. Уменьшается — потому что трение стремится остановить движение, увеличивается — из-за постоянно возникающих внешних толчков. Но даже тогда, когда замедляющаяся, а затем ускоряющаяся система, казалось бы, находится в равновесии, это лишь видимость. Мир полон таких систем, начиная с атмосферной, которую «заглушает» трение перемещающихся воздушных масс, воды, рассеивание тепла в открытый космос и «приводит в движение» постоянный приток солнечной энергии.

Впрочем, непредсказуемость поведения маятников не была причиной, подвигшей физиков и математиков снова всерьез взяться за их изучение в 60-70-х годах. Непредсказуемость лишь подогрела интерес к проблеме. Исследователи динамики хаоса обнаружили, что неупорядоченное поведение простых систем является процессом *созидания* некой сложности. Перед взором исследователей представали причудливые объекты, устойчивые и не совсем, имеющие пределы и безграничные, но всегда обладавшие очарованием жизни. Именно поэтому ученые, словно дети, играли в эти игрушки.

Играли не только они одни. На прилавках сувенирных магазинов появилась забавная безделица, получившая название «космические шары» или «небесная трапеция». Она представляет собой два шарика, закрепленных на противоположных концах стержня, который, в свою очередь, подобно поперечине буквы Т, крепится на свободном конце маятника. Центром тяжести маятника служит третий шар, более массивный, чем первые два. Качание маятника сопровождается свободным вращением верхнего стержня. Внутри у всех трех шариков находятся маленькие магниты. Однажды запустив устройство, вы наблюдаете, как оно работает. В его основание встроен электромагнит с автономным питанием, и всякий раз, как нижний шарик приближается к основанию, игрушка получает легкий магнитный толчок. Временами устройство качается устойчиво и ритмично, но порой его бесконечно изменчивое движение напоминает хаос.

Другая игрушка представляет собой сферический маятник, который, в отличие от обычного, качается в любом направлении, не ограничиваясь двумя. В основание устройства помещены несколько небольших магнитов, притягивающих металлический отвес. В момент остановки маятника отвес

прилипает к одному из магнитов. Идея заключается в том, чтобы угадать, какой из магнитов притянет к себе отвес. Предсказать это с высокой вероятностью невозможно, даже если магнитов всего три и расположены они в вершинах треугольника. Некоторое время маятник будет качаться между вершинами *А* и *В*, потом движение перейдет на сторону *ВС*, и в тот момент, когда отвес, казалось бы, должен притянуться к вершине С, он вновь перепрыгивает к вершине *А*. Допустим, ученый, изучающий поведение такой игрушки, составит что-то наподобие карты. Запуская маятник, он выберет точку начала движения, следующую точку обозначит красным, синим или зеленым цветом в зависимости от того, каким из магнитов будет притянут отвес. Каким в итоге получится изображение? Можно ожидать, что на нем проступят области сплошного красного, синего и зеленого цветов — там, где отвес почти наверняка притянется к определенному магниту. Но на рисунке видны и такие зоны, где цвета переплетаются бесконечно сложно. С какого расстояния ни рассматривай рисунок, как ни увеличивай изображение, синие и зеленые точки всегда будут соседствовать с красными. Следовательно, движение отвеса на практике предсказать невозможно.

Ученые, занимающиеся динамикой, полагают, что описать поведение системы с помощью уравнений значит понять ее. Что может лучше уравнений передать существенные черты системы? Уравнения, передающие движение качелей или рассмотренных выше игрушек, устанавливают связь между углом колебаний маятника, скоростью, преодолеваемым трением и движущей силой. Однако добросовестный исследователь обнаруживает, что он не в состоянии ответить на простейшие вопросы о будущих состояниях системы в силу того, что в уравнениях присутствует крошечная доля нелинейности. С помощью компьютера можно смоделировать эти состояния, бегло просчитав каждый цикл. Однако моделирование имеет свои минусы: едва заметная неточность с каждым шагом расчета нарастает, поскольку системе свойственна «сильная зависимость от начальных условий». Полезный сигнал быстро теряется в шумах.

Но теряется ли на самом деле? Открыв непредсказуемость, Лоренц одновременно обнаружил и некую регулярность. Другим исследователям также удавалось нащупать намек на структурирование в беспорядочном, на первый взгляд, поведении изучаемых систем. Тем, кто не отмахнулся от исследования маятника как объекта, чересчур простого для изысканий, удалось разглядеть весьма интригующие детали. Ученые осознали, что, хотя основное в механизме колебаний маятника уже постигнуто физикой,

это знание невозможно применить для прогнозирования долговременного поведения системы. Мелкие детали были уже ясны, а поведение маятника в крупных временных масштабах все еще представлялось загадкой. Рушился традиционный, локальный подход к исследованию систем, подразумевавший рассмотрение каждого их элемента в отдельности, а затем соединение последних. В отношении маятников и жидкостей, электронных схем и лазеров метод познания, основанный на составлении уравнений, уже не оправдывал себя. Он не отвечал требованиям времени.

В 60-х годах дорогой Лоренца шли некоторые другие исследователи, среди них французский астроном, изучавший орбиты галактик, и японский инженер-электронщик, работавший с электронными микросхемами. Тем не менее первая обдуманная и согласованная попытка постигнуть суть отличия глобального поведения от локального исходила от математиков. В числе последних был Стивен Смэйл из Калифорнийского университета в Беркли, уже известный своими решениями наиболее запутанных проблем многомерной топологии. Когда один из молодых физиков как бы между прочим поинтересовался у Смэйла направлением его деятельности, то в ответ последовало всего лишь одно слово, которое просто ошеломило юношу, показавшись ему чистой воды абсурдом. Смэйл изучал осцилляторы! Все колеблющиеся системы: маятники, струны, электросхемы — представляют собой ту область знаний, с которой физики «разделываются» еще в самом начале учебы по причине ее простоты. С чего бы прославленному математику тратить время на элементарную физику? И лишь несколько лет спустя молодой человек осознал, что Смэйла интересовали нелинейные хаотические осцилляторы. Этот математик видел вещи, недоступные физикам.

Вначале Смэйл, использовавший чисто математические методы, предполагал, что практически все динамические системы в большинстве случаев начинают вести себя вполне понятно и предсказуемо, но оказался не прав. Дела обстояли отнюдь не так просто, и вскоре он это понял.

Смэйл являлся одним из тех математиков, которые не только решают проблемы, но и подкидывают их другим. Интуиция, тонкое понимание истории и природы подсказывали ему, что появилось множество новых областей знания, достойных внимания математика. Подобно удачливому бизнесмену, Смэйл оценивал возможные риски и хладнокровно планировал свою стратегию. Словно гаммельнский крысолов, он обладал способностью очаровывать и увлекать за собой людей; куда шел Смэйл, туда устремлялись многие. Не ограничиваясь занятиями математикой, он в

самом начале войны во Вьетнаме организовал вместе с Джерри Робином акцию «Международные дни протеста», которая преследовала цель добиться запрета на передвижение армейских составов через Калифорнию. В 1966 г., когда Комиссия по антиамериканской деятельности пыталась вызвать его на судебные слушания, Смэйл уехал на Международный конгресс математиков в Москву. Там он был удостоен медали Филдза, самой престижной награды в области математики.

История, случившаяся летом 1966 г. в Москве, стала одной из легенд, ореол которых окружил этого удивительного человека. На конгрессе, где собралось пять тысяч математиков, кипели эмоции, разгорались политические страсти, составлялись разнообразные обращения и петиции. Ближе к концу Смэйл, по просьбе журналиста из Северного Вьетнама, провел пресс-конференцию прямо на широких ступенях Московского университета. Свою пламенную речь он начал с осуждения американской интервенции во Вьетнаме, но, заметив радостные улыбки чиновников принимавшей стороны, обрушился и на предосудительное поведение советских войск в Венгрии, ущемление гражданских свобод в Советском Союзе. Вскоре после этого Смэйл был вынужден объясняться с советскими «математиками в штатском», а возвратясь в Калифорнию, узнал, что Национальный фонд науки лишил его гранта.

Медали Филдза Смэйл был удостоен за выдающиеся исследования в области топологии — раздела математики, который начал развиваться в XX веке, достигнув особого расцвета в 50-е годы. Предметом топологии являются те свойства и качества, которые остаются неизменными (или инвариантными) при деформации геометрических фигур путем скручивания, сжатия или растяжения. Очертания и величина фигур — квадратные они или круглые, большие или маленькие — для топологии не столь важны, так как могут быть изменены деформацией. Для тополога представляет интерес другое: есть ли на поверхности фигуры разрывы или отверстия, не имеет ли она форму узла. Предмет исследования топологии не одно-, дву- и трехмерные поверхности, как в Евклидовой геометрии, а многомерные пространства, не поддающиеся отчетливому визуальному представлению. Объекты топологии подобны геометрическим телам на растягивающейся листовой резине, и рассматривает она не столько количественные, сколько качественные характеристики, т. е. раскрывает структуру в целом, не вдаваясь в измерение ее параметров. Смэйл разрешил одну из основных, имеющих длинную историю задач топологии — так называемую проблему Пуанкаре для пятимерного пространства и пространств большей размерности. Благодаря этому он встал в один ряд с

выдающимися собратьями по ремеслу. Тем не менее в 60-х годах Смэйл, оставив топологию, вступил на неизведанную почву — занялся динамическими системами.

Возникновение топологии и теории динамических систем восходит еще ко временам Анри Пуанкаре, который считал эти дисциплины двумя сторонами одной медали. На рубеже веков Пуанкаре, последним из великих математиков, применил геометрию для описания законов движения в физической. Вселенной. Пуанкаре раньше всех осознал проблему хаоса. Его работы содержат смутные указания на возможную непредсказуемость, столь же трудноуловимую, как и в исследованиях Лоренца. Однако после смерти французского математика топологию ожидал расцвет, а динамические системы — забвение. Само понятие вышло из употребления. Предмет, на который обратил свое внимание Смэйл, назывался теорией дифференциальных уравнений. Последние использовались для описания изменений системы во времени, причем, в согласии с господствующей традицией, объекты рассматривались «локально». Подразумевалось, что инженер или физик примет во внимание лишь один набор параметров, передающих движение в данный момент времени. Смэйл, как и Пуанкаре, стремился исследовать явления в глобальном масштабе, желая постигнуть все богатство возможностей сразу.

Любая совокупность уравнений, описывающих динамическую систему (в частности, уравнения Лоренца), позволяет установить определенные начальные параметры. В случае с тепловой конвекцией, например, один из заданных параметров характеризует вязкость жидкости. Значительные изменения исходных данных могут повлечь за собой ощутимые перемены в системе, скажем, расхождение между пребыванием системы в стабильном состоянии и ее периодическими колебаниями. Однако физики предположили, что слабые изменения способны вызвать лишь незначительное расхождение в числовых данных, но никак не в качественном поведении системы.

Увязав топологию и динамические системы, ученые получили бы возможность использовать некую форму для наглядного представления всего разнообразия моделей поведения систем. Если система сравнительно проста, эта форма очертаниями может напоминать изогнутую поверхность. Сложные системы обладают множеством измерений. Точка на поверхности описывает состояние системы в определенный момент времени. По мере развития системы во времени точка передвигается через всю поверхность, описывая на ней своеобразную траекторию. Легкий изгиб формы соответствует изменению параметров системы, повышению вязкости

жидкости или небольшому увеличению движущей силы маятника. Приблизительно одинаковые формы свидетельствуют о приблизительно одинаковом поведении. Если форма доступна зрительному представлению, систему можно решить.

Когда Смэйл обратился к динамическим системам, топологией, как и вообще математикой, занимались люди, относившиеся с пренебрежением к прикладному применению математических знаний. Физика и топология — дисциплины, родственные по происхождению. Однако математики начисто забыли об этом, изучая очертания фигур ради них самих. Смэйл, будучи до мозга костей математиком, разделял общее заблуждение, полагая, впрочем, что кое-что в топологии может обогатить и физику. Того же мнения держался в начале XX века Пуанкаре.

Так случилось, что первый шаг в новой области Смэйл сделал в неверном направлении. Он предложил закон, гласивший примерно следующее: система может вести себя беспорядочно, но подобное поведение не является *устойчивым.* Устойчивость — «устойчивость по Смэйлу», как иногда называли ее математики, — представляла собой решающее свойство. Устойчивым именовалось такое поведение системы, которое не могло измениться только в силу крохотной флуктуации одного из численных параметров. Любая система обнаруживает как упорядоченное, так и хаотичное поведение. Уравнения, которые описывают стоящий вертикально на острие грифеля карандаш, математически весьма удачно решаются, если центр тяжести карандаша располагается прямо над точкой опоры. Однако поставить карандаш в такое положение нельзя, поскольку оно нестабильно, — едва заметные колебания выводят систему из равновесия. С другой же стороны, шарик, лежащий в лунке, там и останется. Даже если его слегка потревожить, шар вернется в прежнюю позицию. Согласно гипотезе Смэйла, любое поведение системы, фактически доступное регулярному наблюдению, должно являться устойчивым, так как небольшие помехи и изменчивость в реальных системах неизбежны, а мы никогда не знаем точных параметров. Если вам необходима модель, физически реальная и одновременно противостоящая незначительным изменениям, то такая модель, по мнению большинства физиков, определенно является устойчивой.

Зима 1959 г. принесла Смэйлу, находившемуся тогда в Рио-де-Жанейро, плохие новости. Вскоре после Рождества в дом, где он обитал с женой и двумя малышами, принесли письмо от коллеги. Высказанная Смэйлом догадка пролила свет на целую группу устойчивых дифференциальных уравнений, но не более того. С точки зрения Смэйла, к

любой хаотичной системе можно было приближаться сколь угодно близко, используя выделенный им класс уравнений, но в этом он ошибался. В письме его коллега сообщал, что многие системы вовсе не так понятны, как представлялось Смэйлу. В доказательство автор письма приводил систему, где сосуществовали хаос и устойчивость. И эта система была вполне «крепкой»! Слегка потревожив ее, можно было заметить, как появляются непрогнозируемые черты, а ведь в реальности в любую природную систему вторгается посторонний шум. Устойчивая, но поражающая своей необычностью… Смэйл с недоверием вчитывался в строки письма, однако через некоторое время убедился в правоте коллеги.

Хаос и неустойчивость — понятия, смысл которых еще не отлился в чеканные формулировки, — вовсе не синонимы. Хаотичная система вполне может демонстрировать устойчивость, если определенное ее иррегулярное качество продолжает существовать вопреки незначительным помехам, о чем наглядно свидетельствовала система Лоренца (Смэйл и услышит о ней лишь годы спустя). Открытый Лоренцем хаос при всей своей непредсказуемости являлся столь же устойчивым, как шарик в лунке. Можно добавить шум в эту систему, покачать, хорошенько разболтать ее, помешать движению внутри нее — все равно, когда возмущение уляжется и мимолетные факторы исчезнут, словно замирающее эхо в глубоком каньоне, система вновь вернется к своему прежнему беспорядочному состоянию. Локально она непредсказуема, глобально — устойчива. Реальные же динамические системы вели себя, повинуясь куда более сложному набору правил, чем можно вообразить. Пример, который содержался в адресованном Смэйлу послании, являл собой другую простую систему, открытую более тридцати лет назад, но незаслуженно забытую. Эта система — колеблющаяся электрическая цепь, по сути своей маятник, нелинейный и подвергаемый, подобно качелям, периодическому воздействию силы.

Если быть еще более точным, речь шла о вакуумной лампе, сконструированной в 20-е годы голландским инженером-электронщиком Балтазаром ван дер Полем. Современный студент-физик легко разберется в поведении такого осциллятора, взглянув на экран осциллографа, но ван дер Поль, за неимением последнего, был вынужден изучать собственное изобретение, прислушиваясь к изменениям тональности звука в телефонных наушниках. Из раза в раз изменяя силу подаваемого электротока, он, к своему удовольствию, обнаружил в поведении системы некий порядок: будто взбегая по лестнице, тон «перепрыгивал» от частоты к частоте. Но однажды голландец заметил кое-что очень странное: звуки в

наушниках стали иррегулярными. Изобретатель затруднялся объяснить, что происходит в лампе. Впрочем, это его не слишком беспокоило. «Порой посторонние шумы, которые мы слышим в телефонных наушниках, сигнализируют о резком переходе к более низкой частоте, — отмечал он в письме в журнал „Нейчур“. — Они носят вспомогательный характер». Ван дер Поль входил в число ученых, имевших представление о хаосе, пусть и смутное, однако он не смог бы облечь свои идеи в форму специальных терминов. Создатели вакуумных ламп считали блокирование частоты делом весьма важным. Для людей же, пытавшихся проникнуть в природу сложного, гораздо интереснее был «посторонний шум», исходивший от взаимодействия токов высокой и низкой частот.

Хотя гипотеза Смэйла не подтвердилась, она дала новое направление его исследованиям сложных динамических систем. Ряд математиков по-новому оценили возможности осциллятора ван дер Поля. Смэйл приложил их выводы к неизвестной области. Единственным его осциллографом был мозг, но этот мозг довели до совершенства годы изучения топологической Вселенной. Смэйл досконально разобрался в спектре активности осциллятора, в его, по выражению физиков, фазовом пространстве. Любое состояние системы, зафиксированное в определенный момент времени, раскрывалось в одной точке фазового пространства. Все данные о положении или скорости системы содержались в координатах указанной точки. По мере изменения системы точка меняла свои координаты в фазовом пространстве, вычерчивая траекторию.

Фазовое пространство простой системы, вроде маятника, вероятно, представляет собой прямоугольник. Угол колебаний маятника в заданный момент времени определяет положение точки на оси восток — запад, а его скорость — на оси север — юг. Для маятника, стабильно качающегося взад и вперед, траектория в фазовом пространстве напоминает петлю, закручивающуюся вновь и вновь, по мере того как система раз за разом проходит через те же состояния.

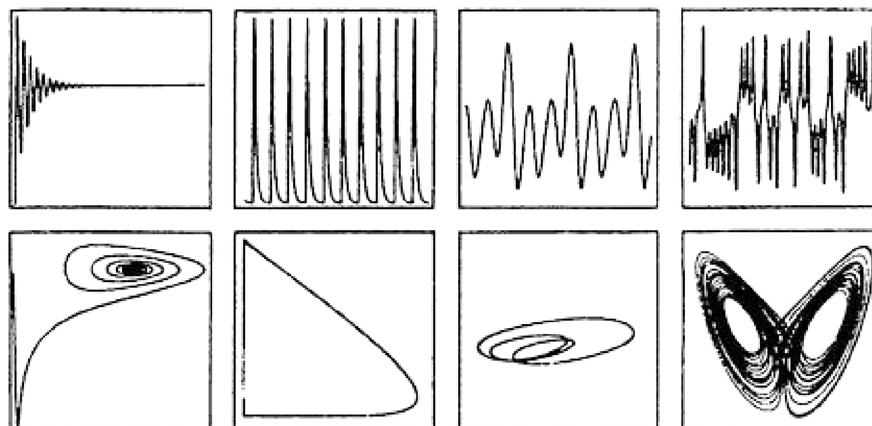


Рис. 2.1. Построение изображений в фазовом пространстве. Традиционные временные последовательности *(вверху)* и траектории в фазовом пространстве *(внизу)* используются как два вида наглядного отображения одних и тех же данных и поведения системы в течение длительного периода времени. Первая *(слева)* система сходится в одной точке фазового пространства, что подразумевает стабильное состояние. Вторая периодически повторяет саму себя, образуя циклическую орбиту. Третья также обнаруживает периодическое повторение, но в более сложном, «вальсовом» ритме, демонстрируя цикл с тремя волнами. Четвертая хаотична.

Вместо того чтобы наблюдать за траекторией, Смэйл сосредоточился на изучении целостного пространства в момент изменения системы, например во время увеличения движущей силы. При этом он сконцентрировал свои размышления на некой геометрической сущности, абстрагировавшись от сути физической. Смэйл анализировал топологические трансформации в фазовом пространстве, т. е. такие преобразования, как растяжение и сжатие. Иногда эти преобразования несли в себе прямой физический смысл. Так, рассеивание и потеря энергии на трение наглядно отображались тем, что очертания системы в фазовом пространстве сжимались, словно опадающий воздушный шар, сокращаясь в итоге до точки, в которой система окончательно останавливалась. Смэйл понял, что для воспроизведения всей неупорядоченности осциллятора ван дер Поля в фазовом пространстве необходимо использовать новый комплексный набор трансформаций, и быстро превратил идею о зрительном представлении глобального поведения системы в неизвестную ранее модель. Его изобретение — овладевший умами образ хаоса — представляло собой структуру, известную под названием подковы.

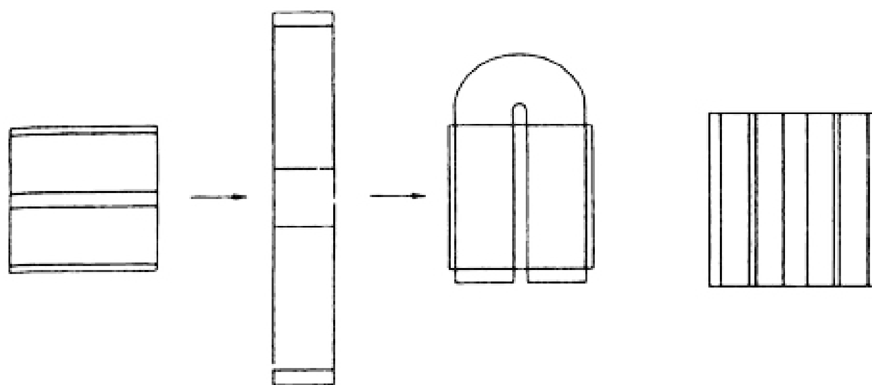


Рис. 2.2. Подкова Смэйла. Такая топологическая трансформация заложила весьма простую основу толкования хаотичных свойств динамических систем: пространство растягивается в одном направлении, сжимается в другом, а затем перегибается. При повторении операции образуется нечто вроде структурированного беспорядка, подобного тому, который мы получаем, сворачивая пирожные из слоеного теста. Две точки, оказавшиеся рядом в конце преобразований, вначале могли находиться далеко друг от друга.

Чтобы представить себе упрощенный вариант подковы Смэйла, вообразите прямоугольник, а затем совместите верхнюю и нижнюю его стороны. Получится брусок, который надо согнуть буквой «С», а потом выровнять концы, чтобы получилась подкова. Подкову нужно встроить в новый прямоугольник и повторить преобразования: сжатие, свертывание и выравнивание.

Описанная выше процедура напоминает работу кондитера, который ловко растягивает сладкую жирную массу, сворачивает ее вдвое, вновь вытягивает, и так снова и снова, пока конфета не приобретет изящную продолговатую форму и сахарные завитки внутри нее не станут повторять друг друга самым причудливым образом. Смэйл создал свою подкову, минуя несколько стадий топологического преобразования. Отвлекшись от математики, можно отметить, что подкова — точный и зримый образ «сильной зависимости от начальных условий», которую Лоренц откроет несколькими годами позже. Выберите две соседние точки в начальном пространстве — и не угадаете, где именно они окажутся после сгибания и скручивания пространства.

Первоначально Смэйл надеялся объяснить поведение всех динамических систем с помощью операций вытягивания и сжатия, не прибегая к сгибанию, по крайней мере к такому, которое сильно подорвало бы устойчивость системы. Однако это преобразование оказалось необходимым и дало возможность описать резкие перемены в динамическом поведении объекта. Подкова Смэйла стала первой в ряду

новых геометрических форм, благодаря которым математики и физики многое узнали о движении. Это изобретение — детище топологии, а не физики — казалось несколько искусственным для прикладных целей, однако оно послужило отправным пунктом для дальнейших изысканий. В 60-е годы Смэйл создал в Беркли исследовательскую группу из молодых математиков, разделявших его взгляд на нетрадиционное изучение динамических систем. Прошло десятилетие, прежде чем результаты их работы удостоились внимания представителей других, не столь далеких от практики дисциплин. Когда это все же случилось, физики поняли, что Смэйл повернул целый раздел математики лицом к реальному миру, и заговорили о наступлении золотого века науки.

«Происходит самая эпохальная смена парадигм из всех, какие я видел» — так прокомментировал происшедшее Ральф Абрахам, коллега Смэйла, впоследствии профессор математики в отделении Калифорнийского университета.

«Когда я начал свою профессиональную деятельность в сфере математики в 1960 г., совсем не так давно, последняя в современном ее варианте полностью — именно *полностью* — отвергалась даже самыми передовыми физиками, прибегавшими в своих исследованиях к математике. Дифференциальная динамика, глобальный анализ, разнообразные виды планирования, дифференциальная геометрия — почти всё предали забвению, и это лишь через пару лет после открытий Эйнштейна, высоко ценившего математическую науку! Можно сказать, что брак между математикой и физикой завершился разводом уже в 30-х годах — ученые двух областей, ничего не обсуждая между собой, презирали друг друга. Матфизики (а встречались и такие) не позволяли своим выпускникам посещать занятия математиков: *Оставьте математику! Мы сами научим вас всему, что нужно знать. Они лишь извратят ваше мышление!* Тогда шел 1960 год. Через восемь лет ситуация коренным образом изменилась». Физики, астрономы, биологи — все осознавали, что стоят на пороге новых открытий.

Одна из загадок космоса — Большое Красное Пятно на Юпитере. Овальной формы, огромное, оно кружится, словно гигантский вихрь, и никогда не останавливается… Взглянув на снимки, переданные «Вояджером-2», каждый узнает хорошо знакомое проявление турбулентности, правда, невиданного доселе, вселенского масштаба. Пятно — одна из давно известных достопримечательностей Солнечной системы, «налитое кровью око средь завитков нахмуренных бровей», как описал его

Джон Апдайк. Но что же это такое? Через двадцать лет после Лоренца Смэйл и другие ученые, по-новому взглянув на различного свойства природные токи, поняли, что атмосфера Юпитера подбрасывает им загадку, достойную того, чтобы на ней испытать возможности науки о хаосе. Три столетия подряд лучшие умы бились над разгадкой этой тайны, но чем больше узнавали, тем меньше понимали. Астрономы обнаружили Пятно вскоре после того, как Галилей направил свои телескопы на крупнейшую из планет Солнечной системы. Роберт Хук увидел это образование еще в начале XVII века, Крети изобразил таинственный феномен на полотне (работа хранится в картинной галерее Ватикана). Окраска Пятна проясняла не многое. Однако телескопы совершенствовались, и новое знание порождало новые гипотезы и теории, буквально наступавшие на пятки друг другу. Вот лишь некоторые из них.

Теория извержения лавы. В конце XIX века ученые представляли себе Пятно как огромное озеро лавы, вытекающей из кратера вулкана или же из отверстия, которое образовалось в твердой коре после падения на поверхность планеты одного из спутников Юпитера.

Теория зарождения Луны. Один немецкий ученый, напротив, предположил, что загадочное Пятно связано с формированием новой юпитерианской луны.

Теория яйца. Когда обнаружилось, что Пятно слегка перемещается по направлению к теневой стороне планеты, в 1939 г. возникла гипотеза о более или менее твердом образовании, которое плавает в атмосфере, подобно тому как яйцо плавает в воде. Варианты этой теории, в том числе идея о дрейфующем скоплении газа (водорода или гелия), высказывались на протяжении десятилетий.

Теория газового столба. В XX веке вскрылась и другая новая деталь: хотя Пятно перемещается, сдвиг никогда не бывает значительным. В 60-х годах родилось предположение, что Пятно — вершина бьющего из недр газового столба, который, вероятно, берет свое начало в одном из кратеров.

Когда в полет отправился «Вояджер», большинство астрономов посчитали, что загадка Пятна разрешится сразу, ведь они наконец смогут взглянуть на космическую диковину вблизи. И что же? «Вояджер» передал много полезной информации, но она не решила проблемы. На фотографиях Юпитера, полученных в 1978 г., буйствовали могучие ветры, закручивались в спирали красочные вихревые токи, но самым впечатляющим зрелищем оказалось Пятно, подобное урагану[2], система кружащихся водоворотом течений. Пятно располагалось в стороне от облаков, в зоне восточно-западных ветров, опоясывающих планету. Гигантский ураган — вот первое,

что приходило на ум, но в силу определенных причин это объяснение никуда не годилось. Земными ураганами движет тепло, высвобождающееся при конденсации влаги и выпадении дождя. Совсем иные силы приводят в движение Пятно. Ураганы, как и циклоны, перемещаются против часовой стрелки в северном полушарии Земли и по часовой стрелке — в полушарии южном, подобно всем бурям, происходящим на нашей планете. Если судить по указанному признаку, Пятно представляет собой антициклон. И наконец, даже самые разрушительные ураганы длятся лишь несколько дней, а не миллионы лет…

Изучая полученные космическим аппаратом снимки, астрономы также пришли к выводу, что Юпитер являет собой не твердое тело с тончайшей, как у Земли, атмосферной оболочкой, а жидкую сферу. Если Юпитер и имеет твердое ядро, то оно весьма удалено от поверхности. Пятая от Солнца планета оказалась гигантским наглядным пособием для изучения динамики жидкостей. И на поверхности этого жидкого тела монотонно кружилось Пятно, которому совсем не мешал царивший вокруг хаос.

Пятно стало тестом на образное мышление. Чего только не узнавали в нем исследователи… Специалисты по динамике жидкостей, считавшие турбулентность случайным явлением, шумом, не могли объяснить, как в самом сердце ее возник этот островок стабильности. «Вояджер» вдвойне усложнил задачу, показав то, чего не разглядишь с земли в самый мощный телескоп. Увеличение масштаба быстро выявило элементы неупорядоченности, в частности зарождение и затухание вихрей в течение дня или даже часов. Тем не менее тайна Пятна оставалась тайной. Что давало ему жизнь? Что удерживало почти на одном и том же месте?

В архивах НАСА — а их существует около полудюжины в США — хранятся снимки, полученные с космических аппаратов. В начале 80-х годов неподалеку от городка Итака, где расположены Корнеллский университет и один из таких архивов, работал Филипп Маркус, молодой астроном, интересовавшийся также прикладной математикой. Получив данные наблюдений с космического корабля, он, среди немногих в США и Великобритании, занялся моделированием Пятна. Специалистам, не связанным гипотезой о чудовищном урагане, не пришлось долго искать аналогий. Взять, например, Гольфстрим, течение в западной части Атлантики. Оно также изгибается и разветвляется, в нем зарождаются небольшие волны, закручивающиеся в петли, а затем в кольца; поодаль от основного течения они образуют медленные продолжительные антициклонические водовороты. Напрашивалась и параллель с довольно специфическим явлением, известным в метеорологии как блокировка.

Феномен блокировки имеет место, когда область высокого давления находится на значительном расстоянии от берега и медленно, неделями или месяцами, меняет направление, отклоняясь от оси восток — запад. Он искажает модели глобального прогнозирования погоды, но одновременно обнаруживает черты долговечной упорядоченности, подавая метеорологам слабую надежду.

Маркус часами изучал фотографии из архивов НАСА, великолепные изображения, полученные на аппаратуре шведской фирмы «Хассельблад», которая запечатлела и людей на Луне, и турбулентность на Юпитере. Универсальность законов Ньютона позволила Маркусу составить программу для решения задачи, которую он формулировал как поиск закономерностей поведения массы плотного водорода и гелия, напоминающей незажженную звезду. Юпитер вращается быстро, период его вращения составляет приблизительно десять земных часов. Это вращение порождает направленную в сторону мощную силу Кориолиса, которая толкает назад человека, идущего сквозь вихрь. Именно такая сила и подпитывает Пятно.

В отличие от Лоренца, который использовал маломощный компьютер для составления приблизительных графиков погоды, Маркус располагал гораздо более широкими возможностями, чтобы создавать потрясающе красочные картины. Сначала он сделал лишь эскизы, поскольку происходящее вырисовывалось весьма смутно. Затем ученый изготовил слайды и собрал все компьютерные изображения в некое подобие анимационного фильма. Увиденное обернулось открытием: модель кружащихся вихрей в ярких синих, красных и желтых цветах срасталась в овал, как две капли воды похожий на Большое Красное Пятно, чей образ был запечатлен космическим аппаратом и хранился теперь в НАСА. «Вы видите эту огромную отметину, купающуюся, словно моллюск, в мелких хаотичных течениях, которые, в свою очередь, вбирают в себя энергию, подобно губке! — восклицал ученый. — Вы видите эти крошечные волокнистые структуры в море хаоса на заднем плане!»

Пятно представляло собой самоорганизующуюся систему, порожденную и регулируемую теми же нелинейными эффектами вращений, которые создают непредсказуемый беспорядок вокруг него. Это был образчик стабильного хаоса.

Еще старшекурсником Маркус изучал традиционную физику, осваивал теорию линейных уравнений и ставил эксперименты, пытаясь с их помощью решить сложные проблемы, которые приводили к уравнениям нелинейным. Свой подкоп под крепостные стены научной традиции он вел

втайне, поскольку не полагалось выпускнику тратить драгоценное время на возню с нелинейными уравнениями, которые все равно не имеют решения. Помня об этом, Маркус относился к своим исследованиям как к хобби и не вдруг узрел в них нечто такое, что можно было рассматривать как знамение хаоса. Когда же это случилось, он замер на миг в восхищении и воскликнул: «Вот здорово! Как вам понравится такой маленький беспорядок?» Этот вопрос был адресован реальному миру, сиречь коллегам и учителям, а мир ответил: «Да не волнуйся ты так! Это всего лишь погрешность эксперимента».

Но в отличие от большинства физиков Маркус отлично усвоил уроки Лоренца, состоявшие в том, что детерминистская система может демонстрировать не одно только периодическое поведение. Он понимал, что необходимо искать неупорядоченность, заключающую в себе структурированные фрагменты. Маркус рассматривал загадку Большого Красного Пятна, сознавая, что сложная система может породить турбулентность и организованность одновременно. Он чувствовал в себе силы для созидания в новой области науки, которая нашла особое применение компьютерам, и был готов причислить себя к новому типу ученых. Они, эти ученые, были не столько астрономами, не столько физиками или прикладными математиками, сколько специалистами по хаосу.

Глава 3
Взлеты и падения жизни

При использовании математики в биологии следует всегда проверять результат интуицией, сопоставляя его с разумным биологическим поведением рассматриваемых объектов. Когда такая проверка выявит расхождение, нужно учесть вероятность того, что: а) была допущена математическая ошибка; б) исходные предположения неверны и/или являются слишком грубой моделью реальной ситуации; в) интуиция исследователя недостаточно развита; г) открыт новый основополагающий принцип.

Харви Дж. Голд.

Математическое моделирование биологических систем

Стаи рыб жадно пожирают планктон. Влажные тропические леса кишат неизвестными рептилиями, птицами, скользящими под навесом густой листвы, гудящими, словно частицы в ускорителе, насекомыми. Там, где царит вечная мерзлота, идет трудная борьба за выживание: регулярно, раз в четыре года, стремительно возрастают, а затем убывают популяции мышей-полевок и леммингов. Наш мир — огромная лаборатория природы, создавшей около пяти миллионов взаимодействующих друг с другом биологических видов. Или пятьдесят миллионов? Специалистам точно не известно.

Биологи XX века, обратившись к математике, создали новую дисциплину — экологию, которая, абстрагируясь от реальной жизни сообществ животных и растений, стала рассматривать их как динамические системы. Экологи включили в свой арсенал элементарные инструменты математической физики для описания колебаний численности биологических объектов. Отдельные виды активно размножаются там, где ограничены пищевые запасы, другие находятся в стадии естественного отбора, третьи косит эпидемия. И все это может быть разделено, изолировано друг от друга и препарировано как на практике, так и в умах

теоретиков от биологии.

Когда в 70-е годы хаос превратился в обособленную отрасль знания, экологам в ней была отведена специальная ниша. Ведь они тоже прибегали к математическому моделированию, сознавая, впрочем, что их модели лишь слабое приближение к реальному миру, в котором кипит жизнь. Зато осознание этого факта позволяло проникаться важностью идей, которые математики считали не более чем странными. Появление в стабильных системах неупорядоченного поведения означало для эколога отличный результат. Уравнения, применявшиеся в биологии популяций, являлись копиями физических моделей определенных фрагментов Вселенной. Тем не менее предмет исследования биологических наук превосходил сложностью любую физическую задачу. Математические модели биологов, как и те, что создавались экономистами, демографами, психологами, градостроителями, привносили в эти далекие от точности дисциплины элементы строгости и жесткости, однако напоминали карикатуры на реальный мир. Разумеется, стандарты, принятые в разных областях знания, различались: физику система уравнений Лоренца казалась простой, если не сказать примитивной, а для биолога она представляла непреодолимую трудность.

Биологи вынуждены были создать новые методы исследований, несколько по-иному подгоняя математические абстракции под реальные феномены. Физик, анализируя определенную систему (допустим, два маятника, соединенные стержнем), начинает с подбора уравнений: сначала лезет в справочник, а если там не найдется ничего подходящего, строит нужные уравнения исходя из основополагающих теоретических принципов. Зная механизм функционирования обычного маятника и учитывая жесткую связь (стержень), физик попытается решить уравнения, если такое возможно. Биологу же, напротив, никогда не придет мысль теоретически вывести необходимые уравнения, основываясь лишь на знаниях об отдельной популяции животных. Ему необходимо собрать исчерпывающие данные, а затем уж найти уравнения, которые дали бы схожий с реальностью результат. Что получится, если поместить тысячу рыб в пруд с ограниченными пищевыми ресурсами? Что изменится, если выпустить туда еще пятьдесят акул, поедающих по две рыбы в день? Какая судьба постигнет вирус, вызывающий гибель определенного количества животных и распространяющийся с известной скоростью, которая зависит от плотности популяции? Экологи идеализировали подобные задачи, стараясь решить их с помощью уже известных формул.

Зачастую такой подход срабатывал. Биология популяций выяснила кое-

что об истории возникновения жизни, об отношениях хищников и их жертв, о том, как влияет изменение плотности населения в регионе на распространение болезни. Если математическая модель показывала, как процесс развивается, достигает равновесия или затухает, экологи могли представить себе обстоятельства, при которых вероятны подобные события.

Одно из весьма полезных упрощений заключалось в моделировании окружающего мира в рамках отдельных временных интервалов. Так, стрелка наручных часов секунда за секундой скачет вперед, вместо того чтобы двигаться непрерывно и незаметно. Дифференциальные уравнения, которые описывают плавно изменяющиеся во времени процессы, трудно решить. Гораздо проще использовать так называемые разностные уравнения, вполне пригодные для описания скачущих от состояния к состоянию процессов. К счастью, большинство популяций животного мира проходит свой жизненный цикл за год. Изменения, происходящие от года к году, зачастую важнее тех, что случаются в сплошной временной среде. В отличие от людей многие насекомые, например, успевают развиться, достичь зрелости, дать потомство и умереть за один сезон, и периоды жизни поколения поэтому не накладываются друг на друга. Чтобы рассчитать, какова будет численность популяции непарного шелкопряда следующей весной или сколько людей зимой заболеют корью, экологу хватает данных текущего года. Столь точная повторяемость цифр, подобная неизменяющейся подписи человека, дает весьма слабое представление о сложности системы, однако для пытливого ума и этой малости достаточно.

В сравнении с математикой Стива Смэйла математика экологии — это то же самое что десять заповедей в сравнении с Талмудом: отличный набор действующих правил, но ничего особо запутанного. Для описания популяции, численность которой с каждым годом меняется, биологу достаточно проделать вычисления, доступные даже студенту высшей школы. Предположим, что будущая численность популяции непарного шелкопряда полностью зависит от ее численности в текущем году. Вообразите, что у вас есть таблица, отражающая эту зависимость: если численность особей достигнет 31 тысячи в текущем году, следовательно, через год их будет уже 35 тысяч, и т. д. Можно представить соотношение между данными величинами как правило следующего содержания: численность популяции в будущем году есть функция от нынешней численности. Каждая функция может быть изображена графически, что позволяет охватить ее единым взглядом.

При использовании простой модели, которая подобна только что

описанной, наблюдение за изменяющейся во времени численностью популяции сводится к определению начальной цифры и повторению однотипных вычислений на базе выбранной функциональной зависимости. Данные для третьего года выводятся из данных для второго и т. д. Благодаря подобному итерационному процессу можно рассмотреть историю популяции на протяжении многих лет. Тут обнаруживается своего рода обратная связь, когда результат каждого года служит исходной величиной для последующего. Обратная связь может стать неуправляемой, как бывает, когда звук из громкоговорителя проходит обратно через микрофон, мгновенно усиливаясь до невыносимого визга. С другой стороны, обратная связь способна породить и стабильность, как в случае с термостатом, который регулирует температуру в жилом доме: любое ее увеличение сверх определенного уровня ведет к охлаждению, а за снижением следует нагрев.

Возможно применение нескольких типов функций. Та, которую используют при упрощенном подходе, предполагает, что численность популяции x ежегодно увеличивается на определенное число особей; это линейная функция $x_с = rx$, где x и $x_с$ — численности в предыдущий и последующий годы соответственно. Данное выражение иллюстрирует классическую мальтузианскую схему увеличения популяции, не сдерживаемого пищевым и моральным факторами. Величина r есть коэффициент роста численности особей. Допустим, его значение равно 1,1. В таком случае, если популяция в текущем году насчитывает 10 особей, в следующем их будет уже 11. Если начальная цифра составляет 20 тысяч, конечная достигнет 22 тысяч. Численность популяции растет и растет, словно сумма, которая положена на сберегательный счет, предполагающий капитализацию процентов.

Впрочем, экологи давно уже поняли, что им необходимо нечто более сложное. Ученый, наблюдая за рыбами в реальном водоеме, должен постараться найти функцию, которая учитывала бы жестокую реальность, например угрозу голода или соперничество в стае. По мере роста популяции истощается запас пищи. Размеры небольшой стаи быстро растут, а чересчур большая сокращается. Возьмем жуков-вредителей. Попробуйте каждый год первого августа подсчитывать их численность в вашем саду. Чтобы упростить задачу, не принимайте во внимание птиц, болезни данного вида насекомых — учтем лишь имеющийся запас пищи. Выяснится, что жуки активно размножаются, когда их мало, но стоит им чересчур расплодиться, как они объедят весь сад и после этого погибнут от

голода.

В мальтузианской схеме неограниченного увеличения численности популяции значение линейной функции роста всегда будет увеличиваться. Схема же, более приближенная к жизни, должна включать в себя особый фактор, сдерживающий рост, если популяция уже и так велика. Наиболее подходящей кажется функция, которая будет резко возрастать при небольших размерах популяции, сводить рост ее численности примерно к нулю при средних размерах и снижаться при быстром размножении особей. Пользуясь ею из раза в раз, эколог может наблюдать, как ведет себя популяция на протяжении длительных периодов времени, и придать своей модели определенную стабильность. Позаимствовав все необходимое из математики, эколог будет рассуждать примерно так: «Мы имеем уравнение. Вот переменная, являющаяся коэффициентом воспроизводства. Вот другая — коэффициент естественной смертности. Третья переменная служит коэффициентом смертности, обусловленной внешними причинами, в том числе голодом и нападением хищников. И вот, смотрите: популяция будет расти с такой-то скоростью, пока не достигнет такого-то уровня равновесия».

Но как найти подобную функцию? Могут подойти многие уравнения. Простейшей модификацией, пожалуй, окажется линейная зависимость, предложенная Мальтусом: $x_c = rx(1-x)$. Как и выше, величина r является коэффициентом роста, который можно увеличить или уменьшить. Новый член $(1-x)$ удерживает рост в определенных границах, т. е. когда x возрастает, $1-x$ уменьшается[3]. Имея калькулятор, можно задать начальное значение, выбрать коэффициент роста и вычислить результат — численность популяции в следующем году.

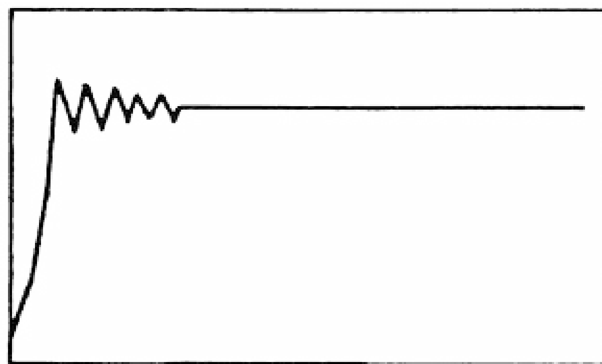


Рис. 3.1. Популяция достигает равновесия после роста, чрезмерного увеличения численности особей и ее снижения.

К 50-м годам экологи уже использовали варианты рассмотренного выше уравнения, известного как логистическое разностное уравнение. В частности, В.-Е. Рикер из Австралии применил его для оценки рыбных промыслов. Ученые поняли, что коэффициент роста *r* является важной характеристикой модели. В физических системах, откуда, собственно, и позаимствовала экология подобные уравнения, данный параметр отвечал количеству теплоты, или силе трения, или другим физическим величинам, порождаемым хаотическим движением, — словом, количеству нелинейности. Применительно к рыбным угодьям он должен соответствовать плодовитости рыб, колебанию численности популяции в обоих направлениях (что именуется биотическим потенциалом). Вопрос заключался в том, каков механизм влияния различных факторов на дальнейшую судьбу изменяющейся популяции. Очевидно, что более низкое значение параметра повлечет за собой стабилизацию числа особей на относительно невысоком уровне, а то, что повыше, приведет к стабилизации на более высоком уровне. Это справедливо для многих величин, но отнюдь не для всех. Некоторые исследователи, и Рикер в их числе, применяли величины, имевшие достаточно высокие значения, и, осуществляя опыты, разглядели хаос.

Кажется удивительным, что поведение ряда показателей, поддающихся измерению и исчислению, обнаруживает определенные странности, досадные для любого, кто работает с ручной вычислительной машинкой. Конечно, бесконтрольный рост чисел еще не наблюдается, но нет и стабильности. Впрочем, ни один из ученых 60-х годов не был склонен (а может, не хватало упорства) продолжать вычисления до тех пор, пока искомая упорядоченность не будет найдена. Так или иначе, колебания численности популяции дали экологам повод предположить, что происходят они около некоего скрытого уровня равновесия. Считая последнее весьма важным, экологи ни в коем случае не предполагали, что этого уровня может не быть.

Справочники и учебники, посвященные логистическим уравнениям и их более сложным вариантам, не содержали, как правило, никаких указаний на проявления неупорядоченности. Дж. Мэйнард Смит в своей классической работе «Математические идеи в биологии», вышедшей в 1968 г., так определил возможные перспективы развития: численность популяции часто является величиной постоянной, или же отклонения случаются «весьма регулярно» в области предполагаемой точки равновесия. Автор не был столь наивен, чтобы допускать отсутствие хаотичного элемента в жизни реальных популяций. Он лишь полагал, что с

описанными им математическими моделями хаос не имеет ничего общего. Будь это иначе, биологи избегали бы пользоваться подобными моделями. Если модель не оправдывала ожиданий своего создателя относительно реального положения дел в популяции, расхождение всегда можно было объяснить тем, что какая-то величина (возрастной состав популяции, специфика ареала обитания или географической среды, соотношение полов) осталась неучтенной.

Чаще всего неупорядоченность числового ряда ученые списывали на несовершенство счетной машинки. Интерес представляли стабильные решения, устойчивость казалась лучшей наградой. В конце концов, процедура подбора нужных уравнений и их решения требовала известных усилий. Никто не хотел впустую тратить время на ошибочные изыскания, не выявлявшие стойкой тенденции, и ни один опытный исследователь не забывал, что его уравнения не более чем примитивная версия реальных событий. На упрощения шли ради моделирования упорядоченности. Стоило ли преодолевать трудности, чтобы узреть хаос?

Говорят, что идеи Лоренца по-настоящему открыл Джеймс Йорк и он же дал науке о хаосе ее нынешнее имя. Вторая часть этого утверждения справедлива.

Йорк был математиком, но предпочитал считаться философом, хотя это и таило в себе некоторую опасность. Остроумный и велеречивый, с всклокоченной шевелюрой, он обожал кроткого, но беспокойного Стива Смэйла. Подобно многим, Йорк признавал, что понять Смэйла непросто. Однако в отличие от большинства коллег он знал, почему же так трудно постичь логику Стива. Двадцати двух лет от роду Йорк поступил в Физико-технологический институт при Мэрилендском университете, который сам же позже и возглавил. Он относился к числу тех математиков, которые во что бы то ни стало стремятся претворить свои идеи в жизнь, чтобы они принесли пользу. Написанный им доклад о распространении гонореи убедил федеральные власти в необходимости изменения стратегии контроля за заболеваемостью. Во время топливного кризиса 70-х годов он выступил в суде штата Мэриленд с весьма корректными (но не слишком убедительными) аргументами в пользу того, что ограничение отпуска бензина лишь усугубит ситуацию. Когда в эпоху антивоенных выступлений правительство опубликовало снятые с самолета-шпиона фотографии — редкие группки людей вокруг памятника Вашингтону в разгар акции протеста, — Йорк проанализировал фотографию и по форме тени, отбрасываемой изваянием, установил, что в действительности снимок был

сделан на полчаса позже, когда митингующие уже расходились.

Работая в институте, Йорк наслаждался возможностью трудиться над вопросами, выходящими за привычные рамки, и постоянно консультироваться со множеством представителей других дисциплин. Как-то одному из них, посвятившему себя изучению динамики жидкостей, попалась на глаза статья Лоренца «Детерминистский непериодичный поток», написанная в 1963 г. С тех пор минуло девять лет. Будучи очарован работой Лоренца, физик вручал копии статьи всем, до кого удавалось дотянуться. В числе прочих копию получил и Йорк.

Статья обладала необъяснимой магией. Это было то самое, что Йорк бессознательно, но давно искал. Математик мог бы назвать статью шокирующей; хаотическая система не вписывалась в весьма оптимистичную первоначальную классификацию Смэйла. Йорк разглядел в работе Лоренца не только математику, но и живую физическую модель — картину движущейся жидкости — и сразу же понял: нужно, чтобы физики увидели и оценили ее. Его кумир Смэйл повернул математику лицом к физическим проблемам, хотя язык математики не годился еще для свободного общения, и Йорк хорошо это понимал. Вот если бы все известные науки, потеснившись, приняли в свои ряды новобранца — дисциплину, удачно совместившую в себе черты физики и математики… Но увы, хотя работа Смэйла несколько сократила пропасть между двумя областями знания, математики и физики говорили еще на разных языках. Как заметил однажды физик Марри Гелл-Ман, «сотрудникам факультета знакомы личности, которые среди математиков выставляют себя знающими физиками, а среди физиков — опытными математиками. Совсем неплохо, но нам такого не надо». Образ мысли и действий представителей двух профессий был слишком различен: математики доказывали теоремы путем логических рассуждений, физики — исключительно путем экспериментов. Различны были и объекты исследования.

Смэйла вполне мог удовлетворить следующий пример: выбрав число, например дробь больше нуля, но меньше единицы, удвоить его, а затем, отбросив целую часть, находящуюся слева от запятой, повторить процедуру. Поскольку большинство чисел иррациональны, результатом действий станет последовательность случайных чисел. Физик не увидит здесь ничего, кроме игры ума, очередной математической причуды, совершенно бессмысленной, слишком простой и чересчур абстрактной, чтобы из нее можно было извлечь какую-то пользу. Но Смэйл тем не менее чувствовал, что такой математический прием отвечает сущности многих физических систем.

Предел мечтаний физика — дифференциальное уравнение, которое можно записать в простой форме. Ознакомившись со статьей Лоренца, которая ждала своего часа, Йорк увидел, что подобное поймут и физики. Он направил копию Смэйлу, проставив на видном месте свой адрес, чтобы получить статью обратно. Смэйл изумился, обнаружив, что безвестный метеоролог *десятью годами раньше* обнаружил ту неупорядоченность, которую он сам посчитал однажды математически невероятной. И, сняв множество копий со статьи, Смэйл положил тем самым начало легенде об открытии Йорком работы Лоренца — ведь на каждой копии, появлявшейся в Беркли и других местах, стоял адрес Йорка.

Йорк же чувствовал, что физиков *учили* не видеть хаос. Между тем в повседневной жизни замеченная Лоренцем «сильная зависимость от начальных условий» таится всюду. Утром человек выходит из дома на тридцать секунд позже обычного. Скинутый сверху цветочный горшок пролетает в нескольких миллиметрах от его затылка, а затем человека сбивает грузовик. Или менее грустный пример: пропустив автобус, который останавливается около его дома каждые десять минут, он опаздывает на поезд, курсирующий с часовыми интервалами. Небольшие изменения в дневном графике каждого чреваты далеко идущими последствиями. Бейсболист отбивает подачу одним и тем же отработанным движением, но результаты разные, поскольку в бейсболе все решают дюймы. В науке дела обстоят по-другому.

Говоря про обучение, нельзя не отметить, что многие преподаватели физики и математики рассказывали и рассказывают о дифференциальных уравнениях, пишут их на доске и объясняют способы решения. Данные уравнения описывают плавное течение событий, действительность в сплошной среде, не расчлененной на отдельные пространственные решетки или временные интервалы. Любой студент знает, что решать дифференциальные уравнения не так-то легко, но за два с половиной столетия ученые накопили большие знания по этой проблеме. Если ответ не найти в справочнике, можно воспользоваться одним из известных методов их решения, или, как сказал бы специалист, «интегрирования». Не будет преувеличением утверждать, что большинством своих достижений современная наука обязана именно этим методам. Мы не погрешим против истины, назвав одним из гениальнейших деяний человечества эту попытку смоделировать окружающий мир. Бывает, что, овладевая этим инструментом познания природы, осваиваясь с теорией и весьма сложной практикой, ученый упускает из виду одну деталь: большинство дифференциальных уравнений неразрешимо.

«Если бы можно было найти решение дифференциального уравнения, — говорил Йорк, — в нем обязательно отсутствовала бы хаотичность, поскольку для решения нам необходимы некие инварианты — постоянные параметры, столь же неизменные, как угловой момент. Обнаружив их в достаточном количестве, можно решить уравнение. Но тем самым мы исключим хаос».

Методы решения, описываемые в справочниках, на самом деле работают. Тем не менее, сталкиваясь с нелинейной системой, ученые вынуждены или заменять ее линейной аппроксимацией, или искать иной нетрадиционный подход. Студенты весьма редко находят в справочниках нелинейные системы, которые допускают использование указанных приемов и не обнаруживают «сильной зависимости от начальных условий». Нелинейные системы, в которых на самом деле таится хаос, редко объясняются и редко изучаются. Их всегда считали отклонениями и старались не принимать во внимание, руководствуясь уже сложившейся практикой. И лишь немногие помнят, что на самом деле отклонением являются поддающиеся решению упорядоченные линейные системы! Таким образом, лишь немногие осознают, насколько природа нелинейна по своей сути. Энрико Ферми однажды воскликнул: «В Библии вовсе не сказано, что все законы природы можно объяснить с помощью линейных построений!» Математик Станислав Улам заметил, что именовать исследование хаоса «нелинейной наукой» все равно что назвать зоологию «изучением всех животных, кроме слонов».

Йорк это понял. «Во-первых, беспорядок существует. Физики и математики стремятся обнаружить некую упорядоченность. „Какой прок в хаосе?“ — говорят они. Однако ученые должны знать хаос, потому что неизбежно столкнутся с ним. Грош цена автомеханику, не имеющему представления о жировом загрязнении клапанов!» Йорк полагал, что ученые, так же как и люди, далекие от науки, могут запросто впасть в заблуждение, если они не подготовлены к восприятию сложного. Почему инвесторы настаивают на существовании цикличности в колебаниях цен на драгоценные металлы? Да потому, что периодичность — наиболее сложное упорядоченное поведение, которое они могут себе представить. Глядя на биржевые сводки, они ищут в скачках курса некий порядок. Так же действуют и экспериментаторы в мире науки, будь то физики, химики или биологи. «В прошлом люди распознавали хаотичное поведение почти везде, — отмечал Йорк. — При проведении физического эксперимента выясняется, что объекту присущи черты неустойчивости. Ученые пытаются зафиксировать их либо отказываются продолжать исследование, объясняя

происходящее посторонними шумами или плохой постановкой опыта».

Йорк решил донести до физиков то, чего они не разглядели в работах Лоренца и Смэйла. Он написал статью для самого популярного научного издания из тех, где ее могли бы опубликовать, — для «Американского математического ежемесячника». (Будучи математиком, он не сумел облечь свои идеи в ту форму, которую посчитали бы приемлемой физические журналы; лишь много позже он вступил в сотрудничество с физиками.) Работа Йорка сыграла свою роль, однако в конечном счете самой замечательной ее частью стал интригующий заголовок: «Период с тремя волнами заключает в себе хаос». Коллеги советовали ему выбрать более строгую формулировку, однако Йорк упрямо стоял на своем.

Консультируясь с коллегами, Йорк поговорил и со своим другом Робертом Мэем, биологом по специальности. Как порой случается, Мэй проник в биологию «с черного хода». Сын преуспевающего адвоката, он начинал как физик-теоретик в своем родном Сиднее, в Австралии, затем прошел постдокторантуру в Гарварде. В 1971 г. его направили на годичную стажировку в Институт перспективных исследований в Принстоне. Здесь-то он, к удивлению своему, и увлекся биологией.

Даже сейчас биологи стараются по возможности не прибегать к математике. Умы же математического склада больше склоняются к физике, нежели к биологии или общественным наукам. Мэй был исключением из правила. Первоначально его интересы лежали в области абстрактных проблем устойчивости и сложности. Он пытался математически обосновать взаимозависимость этих явлений, существующих в противоборстве и неразрывной связи. Однако вскоре Мэй заинтересовался, казалось бы, несложными вопросами экологии, связанными с поведением отдельных популяций во времени. Невероятно простые модели представлялись ему неизбежным компромиссом. К тому времени, когда Мэй окончательно обосновался на одном из факультетов Принстона (в будущем австралиец станет фактически проректором по науке), он провел уже не один час, изучая варианты логистического разностного уравнения с применением математического анализа и примитивного карманного калькулятора.

Как-то, еще в Сиднее, он написал на доске в коридоре уравнение, чтобы над ним подумали студенты-выпускники. Однако уравнение зацепило его самого. «Господи, что же происходит, когда ламбда начинает превосходить точку аккумуляции?» — с напряжением размышлял Мэй. Он пытался уловить, что случается в момент приближения колебаний коэффициента роста к критической точке и превышении ее. Подставляя различные значения этого нелинейного параметра, Мэй обнаружил, что

возможны коренные перемены в самой сущности системы: увеличение параметра означало возрастание степени нелинейности, что, в свою очередь, изменяло не только количественные, но и качественные характеристики результата. Подобная операция влияла как на конечное значение численности популяции, находившейся в равновесии, так и на ее способность вообще достигнуть последнего.

Когда задавалось низкое значение параметра, простая модель Мэя демонстрировала устойчивое состояние. При высоком же значении система как бы распадалась на два фрагмента и численность популяции начинала колебаться между двумя величинами. Наконец, при чрезмерном увеличении параметра поведение *той же системы* становилось непредсказуемым. Но почему? Что происходило на границах различных типов ее поведения? Мэй, как и его выпускники, не мог этого уяснить.

Он рассмотрел простейшее уравнение, причем его компьютерная программа была аналогом программы Смэйла, а сам ученый пытался рассматривать объект *целиком* — не локально, а глобально. Уравнение было проще всего, что когда-либо изучал Смэйл. Казалось невероятным, что потенциал такой несложной задачи в генерировании порядка и беспорядка неистощим. На самом же деле программа Мэя стала лишь началом. Он рассмотрел сотни значений параметра, задействовав обратную связь и наблюдая, где именно ряд чисел придет к фиксированному значению и случится ли подобное вообще. Он сосредоточивал все больше внимания на рубеже перехода от стабильного состояния к колебательному. Используя уравнение $x_c = rx\,(1\text{-}x)$, Мэй увеличивал значение параметра так медленно, как только мог. Если это значение составляло 2,7, численность популяции равнялась 0,6292. По мере увеличения параметра конечный результат так же медленно увеличивался, образуя на графике кривую, плавно поднимавшуюся слева направо.

Неожиданно, когда значение параметра превысило 3, линия раздвоилась. Численность воображаемой стаи рыб в предыдущий и последующий годы колебалась между двумя точками, не являясь единой величиной. Начиная с меньшего числа, она возрастала, а затем беспорядочно варьировалась до появления устойчивых отклонений в ту и другую стороны. Рост «холмика» на графике — небольшое увеличение параметра — вновь расщеплял колебания, генерируя ряд чисел, приходивших, в конечном счете, к четырем различным значениям, каждое из которых повторялось с регулярностью раз в четыре года[4]. Теперь компьютерная популяция Мэя увеличивалась и убывала в устойчивом

четырехлетнем режиме. Длительность цикла вновь выросла в два раза — сначала с одного года до двух, затем — до четырех. И вновь подобное «круговое» поведение в итоге обнаружило стабильность: какова бы ни была начальная численность популяции, изменения ее укладывались в рамки четырехлетнего цикла.

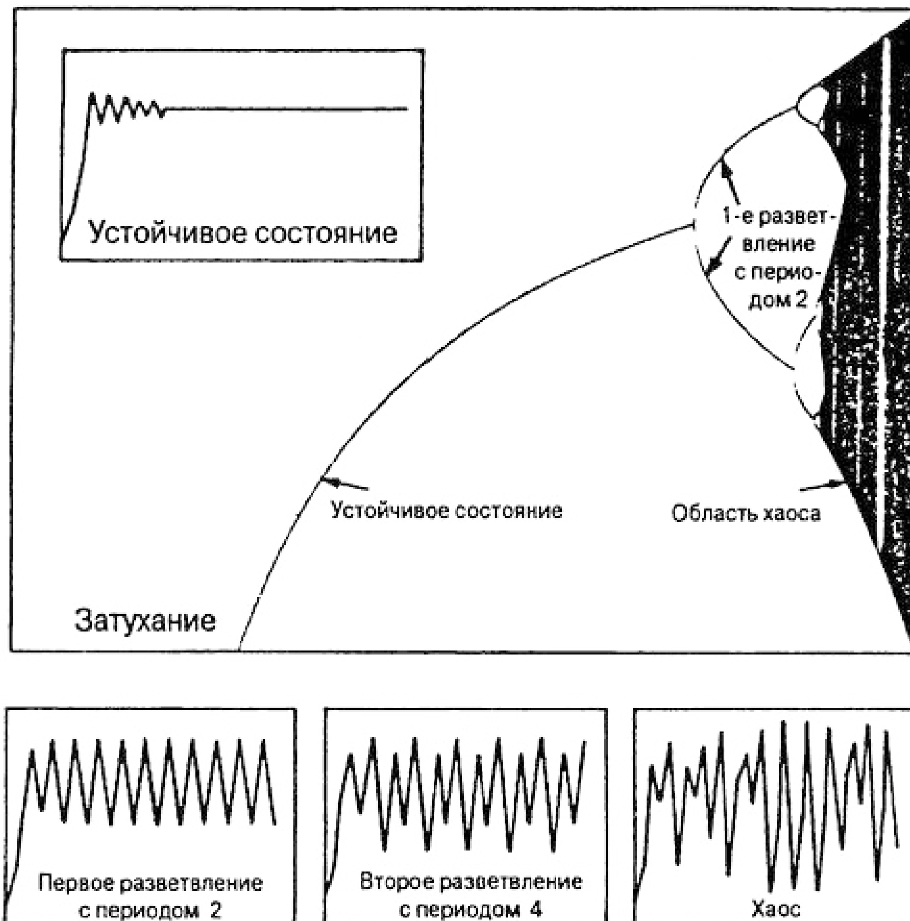


Рис. 3.2. Удвоение периодов и хаос. Вместо применения отдельных диаграмм для демонстрации изменений в популяциях с различной степенью воспроизводства Роберт Мэй, наряду с другими учеными, использовал так называемую разветвленную диаграмму, чтобы соединить все данные в одном изображении. На диаграмме показано, каким образом изменение одного параметра, в данном случае — способности живущей в естественных условиях популяции к снижению и увеличению числа составляющих ее особей, повлияет на поведение рассматриваемой простой системы в целом. Значения параметра откладывались слева направо по горизонтальной оси; значения конечной численности популяции — по вертикальной. В известном смысле рост значения параметра знаменует перегрузку системы, увеличение в ней нелинейного элемента. Когда это значение невелико *(слева)*, популяция угасает. По мере его роста *(в центре)* популяция достигает равновесия. Затем, при дальнейшем увеличении параметра, равновесное состояние расщепляется на две ветви, подобно тому как в процессе конвекции дальнейшее нагревание жидкости делает ее нестабильной. Начинаются

колебания численности популяции между двумя различными уровнями. Расщепления, или разветвления, происходят все быстрее и быстрее. Далее система становится хаотичной *(справа)*, и численность особей может приобретать бесконечное множество значений.

Построение графика — единственное, что позволяет обнаружить в указанных результатах хоть какой-то смысл и представить их наглядно. Мэй сделал предварительный набросок, чтобы охватить все типы поведения системы при различных параметрах. Для значений параметра, возраставших слева направо, была выбрана горизонтальная ось, для численности популяции отводилась вертикальная. Каждое из значений параметра было представлено точкой, обозначавшей конечный результат после достижения системой равновесия. Слева, там, где значения еще были небольшими, результат являл собой лишь точку. Таким образом, изменения параметра отобразились в виде линии, поднимавшейся слева направо. Когда значение параметра миновало первый критический рубеж, Мэю пришлось вычертить кривую для двух популяций, поскольку линия раздвоилась, образовав искривленную букву Y или подобие вил. Такое расщепление соответствовало переходу популяции от однолетнего цикла к двухлетнему.

По мере дальнейшего роста значения параметра количество точек удваивалось вновь и вновь, что просто ошеломляло ученого, поскольку столь сложное поведение таило в себе обманчивую устойчивость. Мэй назвал наблюдаемый феномен «змеей в джунглях математики». Раздвоения на графике изображались разветвлениями основной линии, и каждое из этих разветвлений означало, что повторяющийся образец далее вновь разделится на части. Популяция, ранее характеризовавшаяся стабильностью, колебалась между двумя различными уровнями каждый второй год. Популяция, менявшаяся в течение двухлетнего цикла, изменялась теперь в течение третьего и четвертого годов, переходя, таким образом, к четырехлетнему периоду.

Подобные разветвления наблюдались на графике все чаще и чаще — 4, 8, 16, 32… — и вдруг внезапно прекратились. После определенной точки аккумуляции периодичность уступала место хаосу, колебаниям, которые никогда не затухали, и поэтому целые зоны на графике были полностью затушеваны. Наблюдая за популяцией животных, описанной этим простейшим уравнением, можно посчитать происходящие год за годом перемены совершенно случайными, привнесенными извне. Тем не менее в самой гуще подобной беспорядочности вновь появляются стабильные циклы. Так, с возрастанием параметра неожиданно обозначается просвет с

правильным, хотя и странным периодом, вроде 3 или 7. Модель меняющейся популяции повторяла саму себя в течение трехлетнего или семилетнего цикла. Затем снова, в более высоком темпе, начинались разветвления, которые удваивали период, быстро минуя новые циклы (3, 6, 12… или 7, 14, 28…) и вновь обрываясь с рождением нового хаоса.

Первоначально Мэй не разглядел все изображение, однако те его фрагменты, которые он смог просчитать, представлялись ему весьма неустойчивыми. В системе реального мира наблюдатель видел лишь вертикальную часть, соответствующую каждый раз лишь одному параметру, а значит, рассматривал лишь один из типов поведения — вероятно, стабильное состояние, может быть, семилетний цикл или видимую невооруженным глазом беспорядочность. И совсем невозможно было догадаться, что одна и та же система при небольшом изменении одного из параметров могла обнаружить совершенно не похожие друг на друга типы поведения.

Джеймс Йорк с математической точностью проанализировал описанные явления в упомянутой выше работе, доказав, что в *любой* одномерной системе происходит следующее: если появляется регулярный цикл с тремя волнами, то в дальнейшем система начнет демонстрировать как правильные циклы любой другой продолжительности, так и полностью хаотичные. Это открытие подействовало на физиков вроде Фримена Дайсона словно электрошок, ибо противоречило интуиции. Им казалось вполне тривиальной задачей построение системы, которая повторяет саму себя в трехволновых колебаниях без всякого проявления хаоса. Йорк доказал, что это невозможно.

Хотя подобное предположение выглядело весьма смелым, Йорк посчитал, что общественный резонанс, вызванный его работой, перевесит ее математическое содержание, и отчасти оказался прав. Несколько лет спустя он прибыл на международную конференцию в Восточный Берлин. По окончании докладов Йорк решил прокатиться по реке Шпрее. Во время прогулки с ним попытался заговорить какой-то русский. Обратившись за помощью к знакомому поляку, Йорк понял, что русский математик достиг идентичного результата. Собеседник Йорка отказался вдаваться в детали, пообещав лишь выслать свою статью, которая и пришла через четыре месяца. Как выяснилось, А. Н. Сарковский несколько опередил Йорка. Однако Йорк достиг большего, чем просто математический результат: он продемонстрировал физикам, что хаос вездесущ, стабилен и структурирован. Он дал повод поверить в то, что сложные системы, традиционно сводившиеся к трудным для решения дифференциальным

уравнениям, могли быть описаны с помощью довольно простых графиков.

Эта встреча двух поглощенных своими идеями и оживленно жестикулирующих математиков стала знаком того, что занавес между советской и западной наукой все еще существует. Частично из-за языкового барьера, частично из-за ограничений на передвижение по Советскому Союзу западные ученые нередко повторяли результаты, уже опубликованные в советской научной литературе. Зарождение новой науки в США и Европе вдохновило многих специалистов в Советском Союзе на изучение хаоса, и исследования шли параллельно. С другой стороны, ученые из СССР с удивлением выяснили, что львиная доля новых научных веяний для них вовсе не нова. Советские математики и физики уже давно и упорно пытались постичь природу хаоса, начало этому положили еще работы А. Н. Колмогорова 50-х годов. Более того, советские специалисты, как правило, действовали вместе, что помогало представителям двух дисциплин преодолеть разногласия, столь частые в научной среде других стран.

Советские ученые оказались восприимчивыми к изысканиям Смэйла, чья подкова наделала много шума в 60-х годах. Блестящий физик и математик Яков Синай быстро применил аналогичные соображения в термодинамике. Едва в 70-х годах с работой Лоренца познакомились западные физики, она приобрела известность и в СССР. В 1975 г., когда Йорк и Мэй прилагали немалые усилия к тому, чтобы добиться внимания коллег, Синай и его товарищи быстро организовали в Горьком исследовательскую группу, куда вошли талантливые физики. Некоторые западные специалисты по хаосу наведывались в Союз, но большинство вынуждены были довольствоваться западной версией науки о хаосе.

Йорк и Мэй первыми на Западе в полной мере осознали важность удваивания периодов и сумели передать это осознание всему научному сообществу. Те несколько математиков, которые все-таки заметили необычное явление, отнеслись к нему как к технической проблеме, числовой странности, своего рода игре. Они сочли это не то чтобы обыденностью, а скорее, очередным фактом своей особой Вселенной.

Биологи, которым недоставало искушенности математиков да и просто поводов для изучения беспорядочного поведения упустили эти разветвления по пути к хаосу, а математики, заметив их, двигались дальше. Мэй же, наполовину математик, наполовину биолог, понял, что открыл для себя удивительный, магический мир.

Чтобы глубже проникнуть в простейшую систему, ученые нуждались в

мощных вычислительных машинах. Фрэнку Хоппенштедту из Института математических наук Нью-Йоркского университета возможности его компьютера позволили даже создать своеобразный фильм.

Хоппенштедт, математик, увлекшийся биологией, прогнал разностное уравнение через свой компьютер модели «Control Data 600» сотни миллионов раз и получил на мониторе изображения для каждого из тысяч различных значений параметра. В результате выявились разветвления, затем хаос, а потом, внутри последнего, небольшие упорядоченные клинья, мимолетные проблески периодичности, где нестабильность казалась лишь преходящей. Ученому, узревшему созданные им самим картины, на миг показалось, что он летит на крыльях над неведомой землей: вот изображение совсем устойчиво, а через мгновение уже наполняется непредсказуемым буйством, бесконечно изумляя своего создателя.

Мэй познакомился с результатом этой работы. Он стал также собирать образчики изображений, полученных представителями других областей: генетиками, экономистами, специалистами по динамике жидкостей. Этот провозвестник хаоса обладал двумя преимуществами перед чистыми математиками. Во-первых, Мэй считал, что простые уравнения не могут абсолютно точно воспроизводить реальность, а являются лишь ее образами, метафорами. Во-вторых, обнаружение хаоса лило воду на его мельницу, возбуждая дебаты.

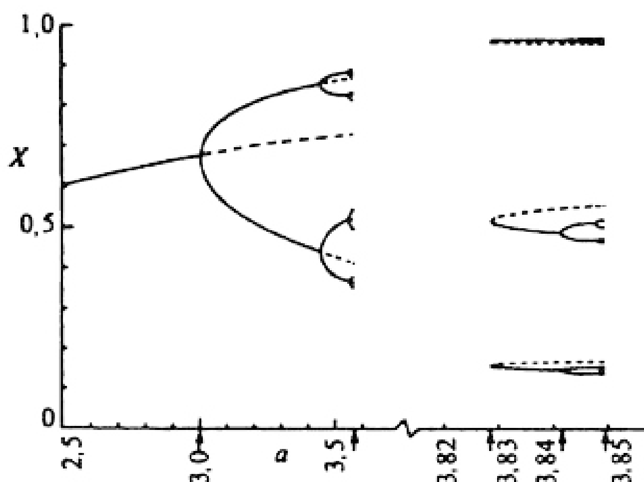


Рис. 3.3. Набросок разветвленной диаграммы. Такой она представилась Мэю, прежде чем компьютер раскрыл ее глубинную структуру.

Биология популяций вообще долгое время оставалась ареной ожесточенных споров. К примеру, отношения между экологами и молекулярными биологами были весьма натянутыми, так как последние

считали свое направление *истинной* наукой, исследующей действительно сложные, запутанные вопросы, но отказывали в этом экологии. Экологи же полагали, что разработки молекулярной биологии лишь дополняют решения и без того уже решенных проблем.

Как представлял себе Мэй, в 70-х годах особо жаркие страсти кипели вокруг вопроса о природе изменений в популяциях. Экологи разделились на два лагеря. Представители первого считали, что мир упорядочен, а следовательно, популяции регулируемы и устойчивы, пусть и с некоторыми исключениями. Специалисты второго лагеря интерпретировали реальные явления прямо противоположным образом: в популяциях, хоть и не во всех, наблюдаются беспорядочные колебания. Не удивительно, что мнения разделились и по вопросу применения сложных математических вычислений к неупорядоченным биологическим объектам. Верившие в устойчивость популяций доказывали, что последние должны регулироваться некими детерминистскими механизмами. Сторонники другой точки зрения полагали, что популяции подвержены колебаниям при воздействии особых факторов среды, устраняющих любой возможный детерминистский сигнал. Выдвигались следующие альтернативы: либо детерминистская математика служит источником стабильности, либо случайные внешние помехи генерируют неупорядоченность.

Пока шли эти оживленные дискуссии, хаос вновь ошеломил ученых: простые детерминистские модели обладали способностью порождать нечто, весьма напоминавшее беспорядочное поведение, которое, впрочем, обладало утонченной структурой, но все же любой ее фрагмент казался неразличимым на фоне постороннего шума. Такое открытие не могло не повлиять на самую сущность споров.

Чем дольше Мэй рассматривал биологические системы сквозь призму простых хаотичных моделей, тем больше он видел моментов, противоречащих общепринятым представлениям. Например, эпидемиологи хорошо знают, что массовые вспышки заболеваний появляются, как правило, с определенной цикличностью — регулярно или иррегулярно. Корь, полиомиелит, краснуха идут в наступление и отступают периодически. Мэй осознал, что колебания могли воспроизводиться нелинейной моделью, и заинтересовался тем, что случится, если система получит внезапный толчок — помеху, вроде массовой вакцинации. Казалось бы, процесс должен плавно изменяться в желаемом направлении. На самом деле, как обнаружил Мэй, начнутся весьма ощутимые колебания. Даже если жестко свести на нет долгосрочную тенденцию, путь к новому равновесию будет прерываться поразительными подъемами. В реальности

врачи наблюдали колебания, подобные тем, что смоделировал Мэй. Об этом свидетельствовали фактические данные, например итоги реализации программы по искоренению краснухи в Великобритании. И все же любой служащий системы здравоохранения, услышав о кратковременной вспышке краснухи или гонореи, приписывал ее прежде всего плохо проведенной вакцинации.

За несколько лет изучение хаоса дало сильный толчок развитию теоретической биологии, объединив биологов и физиков в научные коллективы, о которых совсем недавно еще никто и не помышлял. Экологи и эпидемиологи раскопали данные предыдущих лет, которые прежде отбрасывали, считая непригодными для исследований. Черты детерминистского хаоса были обнаружены в эпидемии кори в Нью-Йорке, а также в отслеженных по наблюдениям охотников колебаниях численности популяций канадской рыси в течение двухсот лет. Молекулярные биологи начали рассматривать белки как движущиеся системы. Изменился взгляд физиологов на органы, которые представлялись теперь ученым не застывшими структурами, но объектами, совершающими регулярные и иррегулярные колебания.

Во всех областях знаний профессионалы узрели сложное поведение систем и спорили о нем — Мэй знал это наверняка. Однако специалисты каждой области считали обнаруженный ими тип беспорядочности специфичным, что повергало исследователя просто в отчаяние. А что случилось бы, если бы очевидная случайность исходила от простых моделей? Что, если *одни и те же* простые модели могли быть применены к хаосу во многих науках? Мэй понимал, что удивительные структуры, которые он едва-едва начал исследовать, не имели существенной связи с биологией.

Задавшись вопросом, сколько же ученых и в каких еще областях обратили на это внимание, он в 1976 г. начал писать работу, которую считал действительно переломной, — обзорную статью в журнал «Нейчур». Мэй доказывал, что, если бы каждому студенту позволили поэкспериментировать с логистическим разностным уравнением с помощью карманного калькулятора, дела обстояли бы гораздо лучше. Простой расчет, приведенный им в конце публикации, бросал вызов искаженному восприятию возможностей природы, проистекающему из стандартного естественно-научного образования. Он призван был полностью изменить подход к научному исследованию, что бы ни было предметом изучения — экономические циклы или распространение слухов.

Мэй заявлял, что хаос необходимо преподавать. По его мнению,

наступило время признать, что принятые повсеместно методы подготовки ученых навязывают им ложные представления о мире. Неважно, насколько далеко продвинется традиционная математика с ее преобразованиями Фурье, ортогональными функциями и регрессионным анализом. Она, утверждал Мэй, неизбежно вводит математиков в заблуждение относительно преимущественно нелинейной Вселенной: «математика настолько ушла в сторону, что, давая студенту необходимые знания, одновременно настраивает его против странных эффектов, проявляющихся в простейшей из всех абстрактных нелинейных систем. Не только в сфере науки, но и в повседневной жизни, в политике и экономике — повсюду мы достигли бы процветания, если бы больше людей понимали, что простые нелинейные системы далеко не всегда обладают простыми динамическими свойствами».

Глава 4
Геометрия природы

…И возникает связь;
Вначале незаметная, она ширится,
Будто тень облака на песке,
Будто отблеск на горном склоне.

Уоллес Стивенс. Знаток хаоса

Бенуа Мандельбро довольно долго и скрупулезно создавал свою мысленную картину мира. В 1960 г. она представляла собой лишь смутный, расплывчатый образ, слабый намек на законченную идею. Однако, увидев ее на доске в офисе Хендрика Хаутхаккера, Мандельбро сразу узнал то, что вынашивал годами.

Сотрудник исследовательского отдела корпорации IBM, в математике он был мастером на все руки. В числе прочего Мандельбро занимался экономикой — изучал распределение крупных и малых доходов в финансовой сфере. Хаутхаккер, профессор экономики в Гарварде, пригласил его на беседу. Прибыв в Литтауэровский центр, величественное здание факультета экономики, молодой математик обнаружил плоды своих изысканий на грифельной доске, где их запечатлела нетвердая старческая рука. «Как здесь оказалась моя диаграмма? — изумился Мандельбро, пряча досаду. — Это что, материализация идей?» Профессор, однако, не мог взять в толк, о чем говорит гость. Диаграмма не имела ничего общего с распределением доходов — она отражала изменение цен на хлопок за последние восемь лет.

THE
NORMAL
LAW OF ERROR
STANDS OUT IN THE
EXPERIENCE OF MANKIND
AS ONE OF THE BROADEST
GENERALIZATIONS OF NATURAL
PHILOSOPHY ◆ IT SERVES AS THE
GUIDING INSTRUMENT IN RESEARCHES
IN THE PHYSICAL AND SOCIAL SCIENCES AND
IN MEDICINE AGRICULTURE AND ENGINEERING ◆
IT IS AN INDISPENSABLE TOOL FOR THE ANALYSIS AND THE
INTERPRETATION OF THE BASIC DATA OBTAINED BY OBSERVATION AND EXPERIMENT

Рис. 4.1. Колоколообразная кривая

Впрочем, и сам Хаутхаккер усматривал нечто странное в своем графике. Экономисты всегда считали, что цены на хлопок варьируются как предсказуемым, так и совершенно случайным образом. Долгое время уровень их определялся реальными событиями в экономике: подъемами и спадами в легкой промышленности Новой Англии, освоением новых зарубежных рынков. Краткосрочные колебания носили в той или иной степени случайный характер. Данные Хаутхаккера противоречили его ожиданиям: наблюдалось слишком много больших скачков. Конечно, в большинстве своем ценовые изменения были незначительными, однако соотношение между большими и малыми скачками оказалось не столь высоким, как ожидал профессор. Вероятность подобных событий падала не слишком быстро, и функция, описывающая ее, имела длинный «хвост».

Стандартной моделью указанных вариаций всегда являлась колоколообразная кривая: вблизи ее максимума значения измеряемой величины стремятся к некоторому среднему, а слева и справа от вершины плавно спадают. Эта кривая, называемая функцией Гаусса или функцией нормального распределения отклонений, в среде статистиков столь же ходовой инструмент, как стетоскоп — у врачей. Она проясняет природу случайности. Дело в том, что при изменении параметров любых объектов, изучаемых науками о природе и обществе, измеряемые значения с большей вероятностью стремятся к некоторой средней величине, удаление от которой происходит медленно и плавно. Как говорилось выше, функция Гаусса — весьма полезный инструмент, но даже она не всегда помогает проложить дорогу в дебрях экономики. Как выразился лауреат Нобелевской премии Василий Леонтьев, «ни в одной из эмпирических сфер исследования столь эффективный статистический аппарат не используется со столь неопределенными результатами».

Построенный Хаутхаккером график никак не желал принимать форму функции нормального распределения. Вместо этого кривая ценовых изменений приобретала очертания, которые Мандельбро начал распознавать в графиках удивительно далеких, несопоставимых друг с другом явлений. В отличие от других математиков, при столкновении с требующими ответа вопросами он прислушивался к своей интуиции, доверял своему нюху на модели и формы. Не полагаясь на анализ, он верил образам, что зрели в сознании. В нем крепло убеждение, что течение случайных, стохастических процессов подчиняется особым законам. Вернувшись в огромный исследовательский центр корпорации IBM,

Мандельбро внес информацию Хаутхаккера о ценах на хлопок в компьютерную базу данных, а позже обратился в Министерство сельского хозяйства с просьбой выслать дополнительные сведения, восходящие к 1900 г.

Переступив порог компьютерной эры, экономисты, как и ученые других областей, с восторгом осознали, что могут собирать, обрабатывать и группировать данные в масштабах, доселе невиданных. Далеко не вся информация, впрочем, была доступна, а уже полученную нужно было привести к виду, подходящему для компьютерной обработки. К тому же время быстрых решений еще только-только настало, так что исследователи, посвятившие себя сложным дисциплинам, предпочитали пока накапливать миллионы единиц информации. Экономисты, как и биологи, имели дело с миром живых существ, обладавших волей. Они изучали, наверное, самый труднопостижимый объект на всем белом свете.

По крайней мере, экономическая среда исправно поставляла числовые данные. По мнению Мандельбро, цены на хлопок, аккуратно и непрерывно фиксируемые в течение века или дольше, представляли собой идеальный массив информации. Хлопок принадлежал к миру купли-продажи, миру с централизованным рынком и единой бухгалтерией, — ведь на рубеже веков весь хлопок с Юга шел через Нью-Йоркскую товарную биржу в Новую Англию, и цены, скажем, в Ливерпуле, увязывались с нью-йоркскими.

Хотя экономисты не многого добились в анализе товарных или биржевых цен, это отнюдь не означало, что не существует фундаментальных теорий ценообразования. Напротив, все ученые имели свой взгляд на данный вопрос. В частности, многие были убеждены, что небольшие случайные скачки цен не имеют ничего общего с долговременными ценовыми тенденциями. Быстрое изменение цены трактовали как случайность, взлеты и падения котировок в течение одного биржевого дня воспринимались как помехи, досадные, но непредсказуемые, а потому не заслуживающие внимания, а вот долгосрочные ценовые колебания — совсем другое дело. Они формируются месяцами, годами, десятилетиями под влиянием макроэкономических факторов, которые дают ключ к анализу динамики цен. Итак, с одной стороны — мельтешня кратковременных флуктуаций, с другой — сигналы долгосрочных изменений.

Так получилось, что в картине мира по Мандельбро не нашлось места дихотомии. Вместо того чтобы отделить небольшие изменения от ощутимых, воображение свело их воедино. Ученый не отдавал предпочтения ни мелкому, ни крупному масштабу, ни дням, ни

десятилетиям — его интересовала целостная картина. Он весьма отдаленно представлял, как передать на бумаге то, что рисовалось ему в мыслях, однако верил, что во всем происходящем должна присутствовать некая симметрия — даже не правого и левого, верхнего и нижнего, а скорее симметрия крупных и мелких масштабов.

И действительно, когда Мандельбро на компьютере проанализировал информацию об изменении цен на хлопок, ожидаемые им потрясающие результаты не заставили себя ждать. Точки, которые не желали ложиться на кривую нормального распределения, обнаруживали странную симметрию, иначе говоря, каждый отдельно взятый скачок цены был случайным и непредсказуемым, однако последовательность таких изменений не зависела от масштаба. Кривые, изображавшие дневные скачки, и те, что воспроизводили месячную динамику, прекрасно соответствовали друг другу. Неужели степень вариативности за неспокойные шестьдесят лет, на которые выпало две мировые войны и Великая депрессия, осталась неизменной? Невероятно…

Внутри самых, казалось бы, хаотичных нагромождений информации скрывался поразительный порядок. Поразительный настолько, что Мандельбро задавался вопросом: какой еще закон сохранил бы свою силу, будь он приложен к столь произвольной выборке данных? Почему одна и та же закономерность оказывается одинаково справедлива и для распределения доходов, и для динамики цен на текстильное сырье?

По правде говоря, Мандельбро не мог похвастаться солидной экономической подготовкой, как и обширным кругом знакомств в среде экономистов. Когда он подготовил к публикации статью о своих открытиях, преамбулу к ней написал один из его студентов, переложивший идеи учителя с языка математики на язык экономики. А неугомонный Мандельбро уже занялся другой проблемой. Впрочем, он сохранил решимость изучать феномен масштабирования. Это явление, как полагал ученый, несло на себе печать тайны.

Спустя много лет, выступая перед студентами, Мандельбро заметил: «Часто, вспоминая все, чем раньше занимался, я спрашиваю себя, а существовал ли я вообще. Распыляясь, человек опустошает сам себя». И действительно, после работы на IBM Мандельбро пробовал себя во множестве областей, но нигде не задержался. Его всегда считали аутсайдером. Он выбрал для своих изысканий забытый всеми раздел математики и ошарашил коллег экстравагантностью подхода. Он вторгался в те сферы, где его редко привечали. Он скрывал самые грандиозные свои

идеи, лишь бы добиться публикации статей. Он сохранял за собой место только благодаря снисходительности работодателей. Он совершал набеги на пограничные дисциплины и быстро ретировался, оставляя после себя обманчивые надежды и почти никогда — законченные работы.

В теории хаоса Мандельбро проложил себе особый путь, ибо несмотря ни на что формировавшийся в его мозгу образ реальности превратился в начале 60-х годов из причудливой картинки в полноценное геометрическое построение. Для физиков, развивавших идеи ученых вроде Лоренца, Смэйла, Йорка и Мэя, этот «колючий» математик был досадной помехой, но предложенные им методы и язык исследований составили неотъемлемую часть зарождавшейся науки.

Характеристика, данная ученым самому себе, не удивила бы никого из видевших Мандельбро в пору зрелости, когда титулы и награды его составляли уже длинный перечень. Мало кто знал, что Бенуа Мандельбро происходил из семьи эмигрантов. Он родился в Варшаве в 1924 г., в семье с литовско-еврейскими корнями. Отец его торговал одеждой, мать работала зубным врачом. Из неспокойной Польши семья в 1936 г. перебралась в Париж, где жил дядя мальчика, математик Золем Мандельбро. Когда началась война, семья, бросив нажитое и прихватив лишь несколько чемоданов, присоединилась к потокам беженцев, наводнившим дороги на юг. В конце концов она оказалась в городке Туль.

Здесь Бенуа поступил в ученики к слесарю. Среди подмастерьев он выделялся высоким ростом и образованностью, из-за которой на него косо смотрели. Наступали времена тотальной слежки и животного страха. Позже память об этих годах почти выветрилась из сознания, остались лишь воспоминания о той поддержке и помощи, которую оказывали мальчику школьные учителя в Туле. Некоторые из них были известными учеными, чьи судьбы сломала война. Образование Мандельбро нельзя назвать систематическим; он сам заявлял, что никогда не знал алфавита, и, что гораздо важнее, таблицы умножения дальше пяти. Просто был щедро одарен от природы.

После освобождения Парижа Мандельбро умудрился в течение месяца успешно сдать устные и письменные экзамены в Эколь Нормаль и Политехническую школу. Наряду с другими заданиями экзамены включали и проверку способностей к рисованию. Мандельбро совершенно неожиданно обнаружил в себе скрытое дарование, бойко набросав статую Венеры Милосской. На экзамене по математике, где предлагались алгебраические задачи, он компенсировал пробелы в знаниях безошибочной геометрической интуицией. Решая аналитическую задачу,

Мандельбро почти всегда мог представить ее в виде некой воображаемой формы, которую можно изменить, преобразовать симметрически, сделать более гармоничной. Зачастую такие преобразования и открывали путь к решению проблемы. Когда дело дошло до физики и химии, геометрия помочь уже не могла, и оценки оставляли желать лучшего. Зато математические вопросы, на которые он ни за что не ответил бы, используя стандартную методику, вполне поддавались геометрическим манипуляциям.

Эколь Нормаль и Политехническая школа были элитными учебными заведениями, не имевшими аналога в США. В общей сложности они ежегодно готовили не более трехсот выпускников, поступавших, главным образом, на работу в университеты Франции или на государственную службу. Мандельбро начал свое обучение в Эколь Нормаль, менее крупном, но более престижном из двух этих учебных заведений, однако через несколько дней перевелся в Политехническую школу, успев заодно распрощаться с Бурбаки.

Бурбаки… Наверное, нигде, кроме Франции, в которой процветали авторитарные учебные заведения и сформировалась особая традиция образования, не могла появиться такая группа. Все начиналось как клуб, основанный в беспокойную пору после Первой мировой Золемом Мандельбро и горсткой беззаботных молодых математиков, которые стремились изменить французскую математическую школу. Война сыграла злую шутку с университетскими профессорами и их студентами, нарушив преемственность в академической среде и выбросив из нее целое поколение. Новобранцы намеревались заложить фундамент новой математической практики. Даже само название их группы, как выяснилось позже, было шуткой, понятной лишь узкому кругу. Что-то странно привлекательное слышалось в слове «Бурбаки». Так звали французского генерала греческого происхождения, жившего в XIX веке. Новый Бурбаки появился на свет в минуту веселья, но вскоре все оно куда-то испарилось.

Члены общества встречались тайно, и даже не все их имена нам известны. Число входивших в группу ученых не менялось. Когда один из них, достигший пятидесяти лет, выходил из общества (это поставили непременным условием), оставшиеся выбирали ему замену. Общество объединяло лучших и достойнейших из математиков, идеи которых вскоре распространились по всему материку.

Частично толчком к созданию группы послужили идеи Пуанкаре, выдающегося мыслителя второй половины XIX века, весьма плодовитого ученого и писателя, который, однако, невысоко ставил строгость и

точность. Если точно знаешь, что идея верна, говорил Пуанкаре, зачем ее доказывать? Заложенные им основы математики представлялись членам группы довольно шаткими, и они с фанатичным упорством принялись писать огромные трактаты, пытаясь направить науку в верное русло. Центральным в их идеях являлся логический анализ: математик должен начинать с устоявшихся базовых принципов и на их основе вывести все остальные. Ученые считали математику первой из наук. Она виделась им обособленной областью знания, которая всегда остается самой собой и не может оцениваться по степени применимости к реальным физическим феноменам. Наконец, Бурбаки отвергали использование наглядных изображений, мотивируя данный тезис тем, что глаз всегда обманет математика. Иными словами, геометрии доверять не стоило. Математике надлежало быть кристально чистой, строгой и полностью соответствующей правилам.

Подобную идею нельзя было назвать исключительно французской, ибо в Соединенных Штатах математики отвергали притязания физических наук так же твердо, как художники и писатели старались дистанцироваться от запросов массовой культуры. Господствовала полнейшая точность, объекты изучения математических дисциплин становились замкнутыми и независимыми, а метод — формально-аксиоматичным, не требующим доказательств. Математик мог гордиться тем, что его изыскания ровным счетом ничего не объясняли ни в реальном, ни в научном мире. Из подобного отношения к исследованиям проистекало немало пользы, что весьма ценилось учеными. Даже Стивен Смэйл, стремившийся воссоединить математику с естественными науками, глубоко верил в то, что *математика должна являться самодостаточной. С* независимостью и обособленностью приходила ясность, шествовавшая рука об руку с точностью аксиоматичной методы. Каждому серьезному математику понятно, что точность являет собой определяющую силу самой дисциплины, ее прочную основу, без которой науку ждет гибель. Именно точность позволяет ученому уловить направление мысли, развиваемой веками, и уверенно продолжить работу над ней.

Однако требования точности обернулись неожиданными последствиями для математики XX века, избравшей свой особый путь. Ученый ищет достойную разрешения проблему и определяет, каким образом будет действовать дальше. Так получалось, что довольно часто исследователь вынужден был выбирать между двумя способами — математически строгим либо не столь корректным, зато небезынтересным с точки зрения естественных наук. Для математика выбор был ясен. Он

абстрагировался от природы, и его студенты, сталкиваясь с той же проблемой, следовали по пути учителя.

Нигде математическая чистота не блюлась столь строго, как во Франции. Бурбаки достигли такого успеха, о котором основатели группы не могли даже мечтать. Их принципы, стиль и язык постепенно становились нормативными. Сделавшись совершенно «неуязвимыми», они достигли абсолютного господства, распространили свое влияние на всех талантливых студентов и добивались одного успеха за другим. Группа полностью подчинила себе Эколь Нормаль, чего Бенуа не мог стерпеть. Из-за этого он покинул школу, а десятилетие спустя и Францию, переселившись в Соединенные Штаты. Через несколько десятилетий не подлежащие критике абстракции Бурбаки начнут медленно затухать в сознании математиков под влиянием шока, вызванного компьютером с его возможностью генерировать зрительно доступные образы. Но все это уже не имело значения для Мандельбро-младшего, который сразу же взбунтовался против формализма Бурбаки, потому что не мог предать свою геометрию.

Творец своей собственной мифологии, Мандельбро во вступлении к книге «Кто есть кто» писал: «Наука разрушила бы саму себя, поставив во главу угла состязательность, как это происходит в спорте, и объявив одним из своих правил обязательный уход в узкоспециальные дисциплины. Те немногие ученые, которые по собственному желанию становятся „кочевниками“, исключительно важны для процветания уже устоявшихся научных отраслей».

Итак, этот «кочевник» по убеждению, а также «первооткрыватель по необходимости» покинул Францию, приняв предложение Томаса Дж. Уотсона из Исследовательского центра корпорации IBM. Что случилось после этого? Ни разу за тридцать последующих лет, выведших Мандельбро из тени безвестности к славе, ни одна его работа не была принята всерьез представителями тех дисциплин, которыми он занимался. Даже математики, не злословя открыто, замечали, что кем бы ни был Мандельбро, он не их поля ягода.

Находя вдохновение в малоизвестных фактах малоизученных областей истории науки, ученый медленно нащупывал собственный путь. Он занялся математической лингвистикой, рискнув истолковать закон распределения языковых единиц. (Позже он утверждал, что данный вопрос оказался в его поле зрения совершенно случайно: наткнулся на статью в книжном обозрении, которое он выудил из мусорной корзины знакомого математика,

чтобы было что почитать в метро.) Изучал Мандельбро и теорию игр. Он также выработал собственный подход к экономике, писал об упорядоченности масштабов в распространении малых и больших городов и т. д. и т. п. То общее, та первооснова, что связывала все его труды воедино, оставалась еще в тени, не получив завершения.

В самом начале работы на IBM, вскоре после исследования ценовых механизмов, Мандельбро столкнулся с практической задачей, в решении которой был весьма заинтересован его патрон. Инженеров корпорации ставила в тупик проблема шума в телефонных линиях, используемых для передачи информации от одной вычислительной машины к другой. Электрический ток несет информацию в виде импульсов. Инженеры прекрасно понимали, что влияние помех будет тем меньше, чем выше мощность сигнала, однако некий самопроизвольный шум никак не удавалось свести на нет. Временами он возникал, угрожая стереть часть сигнала и тем самым внести ошибку в передаваемые данные.

Несмотря на то что помехи при трансляции сигнала имели случайную природу, шумы генерировались в виде кластеров. Промежутки «чистой» передачи сменялись периодами помех. Поговорив с инженерами, Мандельбро выяснил, что специалисты уже слагают о шумах легенды. Устранить помехи стандартными методами они не смогли, — чем ближе располагались пучки шума, тем более сложными виделись скопления погрешностей. Мандельбро удалось описать распределение ошибок так, чтобы точно предсказать наблюдаемые эффекты. Но все же этот феномен был в высшей степени странным! В силу определенных причин подсчитать средний уровень шумов — их среднее количество в час, минуту или секунду — представлялось невозможным.

Однако модель Мандельбро работала, достаточно четко разделяя периоды передачи и периоды помех. Что это означает? Допустим, мы разбили сутки на часовые интервалы. Первый час проходит вообще без сбоев, появляющихся в следующий час, а затем исчезающих на такой же период времени.

При разбиении часового промежутка с помехами на более мелкие временные интервалы, например двадцатиминутные, оказывается, что некоторые из них абсолютно чистые, в то время как в других внезапно обнаруживаются шумы. Фактически, утверждал Мандельбро — и это совершенно противоречило интуиции! — не найти временного промежутка, в течение которого распределение погрешностей станет непрерывным. Внутри каждого пучка шумов, независимо от его продолжительности во времени, всегда будут наблюдаться моменты

абсолютно чистой передачи. Более того, Мандельбро обнаружил устойчивое отношение между периодами ошибок и промежутками чистой передачи. В масштабах часа или даже секунды соотношение этих двух периодов оставалось постоянным. (Однажды ученого напугали сообщением, что схема его будто бы не срабатывает. Однако выяснилось, что инженеры просто не зафиксировали кое-какие детали, решив, что они не относятся к делу.)

Эти инженеры не обладали достаточными знаниями, чтобы оценить глубину мыслей Мандельбро, чего нельзя сказать о математиках. В сущности, он продублировал абстрактную конструкцию, названную последовательностью Кантора — по имени великого математика XIX века. Для ее построения необходимо начать с интервала от нуля до единицы, представленного в виде отрезка линии, а затем удалить одну его треть из середины. Останутся два крайних отрезка, которые нужно подвергнуть той же процедуре. Повторяя эту операцию до бесконечности, мы получим странную «пыль» точек, собранных в кластеры. Их бесконечно много, и они непрерывны. Мандельбро рассматривал погрешности в передаче информации как последовательность Кантора во времени.

Такое в высшей степени абстрактное описание много значило для ученых, пытавшихся выработать эффективную стратегию борьбы с ошибками при передаче информации. Сделанные Мандельбро выводы подсказали, что увеличивать силу сигнала в целях устранения большего количества шумов бесполезно. Разумнее остановить выбор на сравнительно слаботочной связи, смириться с неизбежностью погрешностей и использовать стратегию дублирования сигналов для исправления ошибки. Благодаря Мандельбро инженеры корпорации изменили свои взгляды на причину шумов: раньше внезапное появление помех списывали на то, что где-то техник орудует отверткой, но построенная ученым модель доказала, что нельзя объяснять природу помех специфичными локальными явлениями.

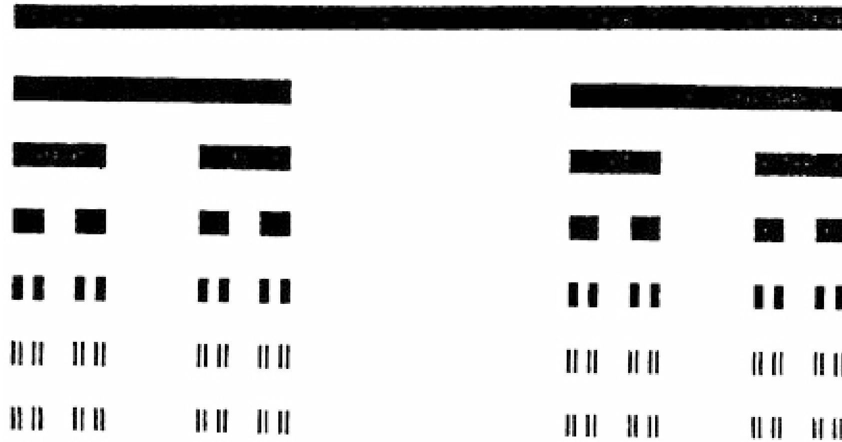


Рис. 4.2. Множество Кантора. Начинаем с одного отрезка, у которого удаляем среднюю треть. Затем удаляем средние трети оставшихся сегментов и т. д. Последовательностью Кантора именуется «пыль» из точек, остающихся после подобных операций. Точек бесконечно много, но конечная длина каждого получившегося отрезка равна нулю. Математиков XIX века смущали парадоксы подобных конструкций. Мандельбро использовал последовательность Кантора в качестве модели возникновения помех во время передачи электрических сигналов. Свободные от шумов периоды передачи данных чередовались с промежутками, в которых внезапно возникали помехи. При ближайшем рассмотрении оказывалось, что «вспышки» ошибочной информации содержали внутри себя совершенно «чистые» промежутки. Этот феномен представлял собой пример фрактального времени. Мандельбро обнаружил, что в каждом временном масштабе, начиная от часа и заканчивая секундами, соотношение погрешностей и «чистых» сигналов постоянно. Подобные множества точек, заключил он, необходимы при моделировании прерывистости.

Затем воображение Мандельбро захватила информация, почерпнутая из гидрографии, точнее — из истории Нила. Египтяне тысячелетиями наблюдали и фиксировали уровень вод и делали это совсем не из праздного любопытства, а для оценки будущего урожая и определения будущих налогов. Уровень вод великой реки варьировался чрезвычайно резко: в иные годы он поднимался довольно высоко, в другие могучий поток мелел. Мандельбро классифицировал данные о таких изменениях. Он выделил два типа эффектов, наблюдаемых также и в экономике, и назвал их эффектами Ноя и Иосифа.

Эффект Ноя, или скачок, обозначает отсутствие последовательности, иначе говоря, разрыв: количественная величина может изменяться сколь угодно быстро. Экономисты полагали, что цены меняются довольно плавно в том смысле, что проходят — быстро или медленно — через все уровни, лежащие на пути от одной точки к другой. Этот образ движения, заимствованный из физики, был ложным: цены могут совершать мгновенные скачки, сменяющие друг друга с той же быстротой, с какой

мелькают новости на ленте телетайпа и брокеры просчитывают в уме выгоды от возможной сделки. Мандельбро утверждал, что стратегия фондовой биржи обречена на провал, если определенные акции надо продать за 50 долларов, пока цена бумаг снижается с 60 до 10 долларов.

Эффект Иосифа символизирует непрерывность. *Наступят семь плодородных лет на земле египетской, и придут после них семь лет голода.* Периодичность, если именно о ней идет речь в библейской легенде, понимается чересчур упрощенно, однако периоды наводнений и периоды засухи действительно настают вновь и вновь, чередуясь друг с другом. Хотя подобное кажется случайностью, но чем дольше та или иная определенная местность страдает от засухи, тем больше вероятность, что засушливые периоды повторятся. Более того, математический анализ колебаний уровня Нила выявил, что подобное постоянство наблюдалось как десятилетиями, так и веками.

Два явления — скачок и непрерывность — стремятся к противоположным результатам, но сводятся к одному: тенденции в природе вполне реальны, однако способны затухать так же быстро, как и проявляться.

Отсутствие последовательности, внезапные «вспышки» помех, множества Кантора — подобным явлениям не нашлось места в геометрии двух прошедших тысячелетий. Формами классической геометрии считаются прямые и плоскости, окружности и сферы, треугольники и конусы. Они воплощают могущественную абстракцию действительности, они вызвали к жизни непревзойденную философию гармонии Платона. Евклид построил на их основе геометрию, известную уже две тысячи лет, и по сей день большинство людей знакомы только с ней. Художники распознавали в таких формах идеалы красоты, астрономы составили из них Птолемееву картину мира, но для постижения истинной сложности наука нуждается в ином типе абстракции, нежели тот, что присущ классической геометрии.

Как любил повторять Мандельбро, облака далеки по форме своей от сфер, горы совсем не конусы, а молния отнюдь не придерживается в своем движении прямой линии. Новая геометрия подобна зеркалу, отражающему вовсе не плавные и мягкие очертания привычной Вселенной, а неровный и шершавый контур иного мира. Зарождающуюся науку можно назвать геометрией ям и впадин, фрагментов разбитого единства, изгибов, узлов, переплетений. Пониманию сложной природы живого мира недоставало одного лишь предположения о далеко не случайном характере сложности. Истинное проникновение в глубины хаоса требовало безоговорочной веры

в то, что интереснейшей чертой, например, разряда молнии является не ее направление, а скорее расположение ее зигзагов. Исследования Мандельбро претендовали на новое видение действительности, указывая на то, что различные странные формы имеют особое значение. Впадины и сплетения стоят много больше, нежели классические формы Евклидовой геометрии, зачастую являясь ключом к постижению самой сущности явлений.

Что можно считать главным, скажем, в линии побережья? Мандельбро задал такой вопрос в статье «Какова длина береговой линии Великобритании?», ставшей поворотным пунктом в мышлении ученого.

С феноменом береговой линии он столкнулся, изучая малоизвестную работу английского ученого Льюиса Ф. Ричардсона, вышедшую после смерти автора. Последнему удалось отыскать множество поразительных вещей, ставших впоследствии элементами хаоса. Ричардсон еще в 1920-х годах размышлял о предсказании погоды. Он изучал турбулентность в жидкостях, бросая мешок с белыми цветами в воды канала Кейп-Код, и задавался вопросом «Имеет ли ветер скорость?» в одноименной статье 1926 г. («Спрашивать о таком, на первый взгляд, глупо, но осведомленность расширяет кругозор», — писал ученый позже.) Зачарованный извивами береговых линий и государственных границ, Ричардсон проштудировал энциклопедии Испании и Португалии, Бельгии и Нидерландов и обнаружил 20-процентное отклонение истинной протяженности их общих рубежей от длины, указываемой справочными изданиями.

Анализ, проделанный Мандельбро, ошеломлял. Посвященные в его результаты испытывали шок от этих умозаключений, не то до боли очевидных, не то до абсурда ложных. Как подметил ученый, на вопрос о длине береговых линий большинство людей дают один из двух стандартных ответов: «Не знаю. Это не по моей части» или «Даже не представляю. Посмотрю в энциклопедии».

Длина любой береговой линии, объяснял Мандельбро, в известном смысле, бесконечно велика. Если подходить с другой стороны, ответ, конечно же, будет зависеть от величины мерки. Рассмотрим один из возможных методов измерения. Топограф, вооружась циркулем, разводит его ножки на расстояние одного ярда и измеряет им линию побережья. Полученный результат будет приблизительным, поскольку циркуль «перешагивает» изгибы и повороты, длина которых меньше ярда. Если топограф разведет ножки не так широко, скажем на один фут, и повторит процедуру, конечный результат окажется больше предыдущего. Будет «схвачено» больше деталей. Чтобы покрыть расстояние, которое ранее

измерялось одним шагом циркуля, потребуется уже более трех шагов длиной в один фут. Топограф записывает новый результат и, разведя ножки на четыре дюйма, начинает трудиться заново. Подобный мысленный эксперимент показывает, как можно получить различные результаты при изменении масштаба исследования. Наблюдатель, пытающийся измерить длину береговой линии Великобритании с космического спутника, получит менее точный результат, чем тот, кто не поленится обойти все бухты и пляжи. Последний же, в свою очередь, проиграет улитке, оползающей каждый камешек.

Хотя результат каждый раз будет возрастать, здравый смысл подсказывает, что он неуклонно стремится к некой конечной величине — истинной длине береговой линии. Иными словами, все измерения сойдутся в одной точке. Если бы линия побережья представляла собой одну из фигур Евклидовой геометрии, к примеру круг, применение вышеописанного метода сложения отрезков прямой линии, измеренных каждый раз с большей точностью, оказалось бы успешным. Однако Мандельбро обнаружил, что при бесконечном уменьшении меры измеряемая длина береговой линии неограниченно растет. В бухтах и на полуостровах обнаруживаются мелкие бухточки и мысики — и так вплоть до размеров крошечного атома. Лишь при достижении атомного уровня измерения подойдут к концу. Возможно…

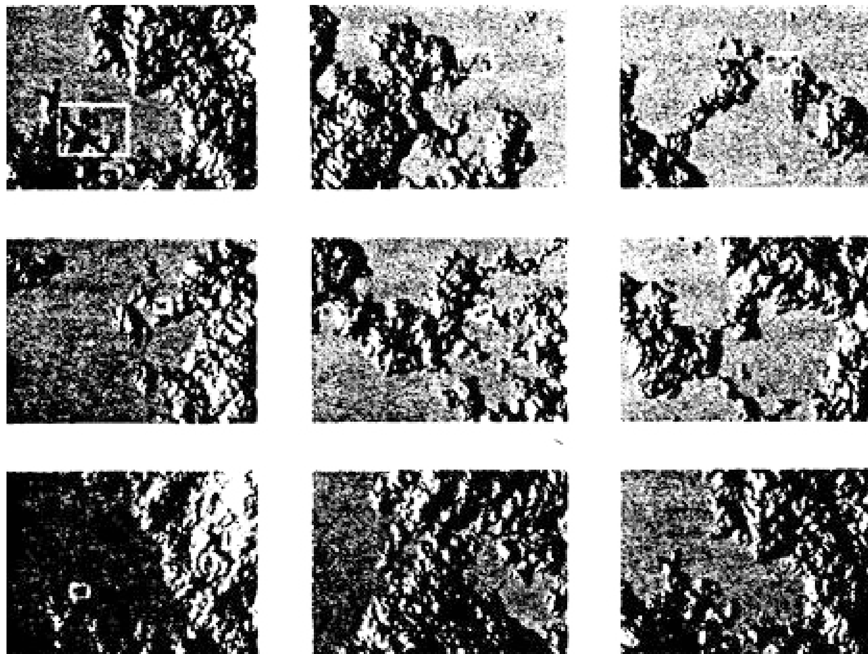


Рис. 4.3. Фрактальный берег. Береговая линия генерирована компьютером. Детали ее не упорядочены. Однако фрактальное измерение постоянно, так что шершавости и неровности

выглядят все теми же, независимо от степени увеличения.

Геометрия Евклида, оперирующая длинами, ширинами и высотами, не позволяла постичь сущность неправильных форм, и Мандельбро пришло в голову отталкиваться от идеи размерности, в которой ученые усматривают гораздо больше, чем обыватели. Напомню, что мы живем в трехмерном пространстве: чтобы определить положение точки, надо задать три координаты, например долготу, широту и высоту. Оси трехмерного пространства представляют собой три взаимно перпендикулярные линии, пересекающиеся в начале координат. Это все еще территория Евклидовой геометрии, где пространство характеризуется тремя измерениями, плоскость — двумя, прямая — одним, а точка имеет нулевую размерность.

Абстрактная процедура, позволившая Евклиду постичь одномерные и двухмерные объекты, может быть с легкостью применена и к явлениям повседневной жизни. Так, из чисто практических соображений карта дорог являет собой двухмерный объект — фрагмент плоскости, в котором для адекватного отражения изображаемого задействованы два измерения. Безусловно, реальные дороги трехмерны, как и все остальное, однако их высота столь трудноуловима (и в общем-то не существенна для их эксплуатации), что ее можно не учитывать. Заметим, что карта дорог остается двухмерной даже тогда, когда ее сворачивают. Так и нить всегда имеет лишь одно измерение, а частица или точка не имеют его вовсе.

А сколько измерений у клубка бечевки? По мнению Мандельбро, ответ на этот вопрос зависит от уровня восприятия. С огромного расстояния клубочек представляется не более чем точкой с нулевой размерностью. Приближаясь, можно заметить, что он подобен сфере и, таким образом, характеризуется уже тремя измерениями. На еще более близком расстоянии становится различимой сама бечевка, а объект приобретает одно измерение, скрученное таким образом, что задействуется трехмерное пространство. Вопрос о числе цифр, определяющих положение точки, остается актуальным: пока мы вдалеке, нам не нужно ни одной, поскольку мы видим лишь точку; приблизившись, мы нуждаемся уже в трех, а подойдя еще ближе, довольствуемся одной, так как любое заданное положение вдоль всей длины бечевки неповторимо, независимо от того, вытянута ли она или смотана в клубок.

Продвигаясь далее, к более мелким, видимым только под микроскопом деталям, обнаружим следующее: бечевка состоит из скрученных трехмерных протяженных объектов, а те, в свою очередь, — из одномерных волокон, вещество которых распадается на частицы с нулевыми

измерениями. Так Мандельбро, поправ математические традиции, обратился к относительности, заявив: «Представление о том, что численный результат измерений зависит от отношения объекта к наблюдателю, вписывается в понятия современной физики и даже является их превосходной иллюстрацией».

Оставив в стороне философию, мы увидим, что реальные измерения объекта оказываются отличными от его трех земных параметров. Ахиллесовой пятой выдвинутых Мандельбро аргументов оказалось то, что они основывались на слишком смутных понятиях — «издалека» и «чуть ближе». А что наблюдается в промежутке? Бесспорно, провести строгую черту, по пересечении которой клубок бечевки превращается из трехмерного объекта в одномерный, невозможно. Тем не менее у рассуждений Мандельбро была и сильная сторона: неточное определение дальности перемещений заставило по-новому взглянуть на проблему размерности.

Мандельбро двигался от целочисленных размерностей 0, 1, 2, 3… к тому, что казалось невозможным, — к дробным измерениям. Представление о них было столь экстравагантным, что ученые-нематематики не столько осмысливали его, сколько принимали на веру. Тем не менее неожиданный подход оказался чрезвычайно перспективным.

Дробное измерение позволяет вычислять характеристики, которые не могут быть четко определены иным путем: степени неровности, прерывистости или неустойчивости какого-либо объекта. Например, извилистая береговая линия, несмотря на неизмеримость ее «длины», обладает присущей только ей шероховатостью. Мандельбро указал пути расчета дробных измерений объектов окружающей действительности при использовании определенной методики построения форм или некоторых заданных величин. Создавая свою геометрию, он выдвинул закон о неупорядоченных формах, что встречаются в природе. Закон гласил: степень нестабильности постоянна при различных масштабах. Справедливость этого постулата подтверждается вновь и вновь. Мир снова и снова обнаруживает устойчивую неупорядоченность.

Однажды зимним днем 1975 г. Мандельбро работал над своей первой монографией. Размышляя о явлении параллельных токов, он понял, что должен найти некий термин, который стал бы стержнем новой геометрии. Одолжив у сына латинский словарь, он стал перелистывать его и наткнулся на слово fractus, образованное от глагола fragere — «разбивать». Слово было созвучно английским fracture (разрыв) и fraction (дробь). Так Мандельбро придумал термин fractal (фрактал), которое вошло как

существительное и прилагательное в современный английский и французский языки.

Фрактал позволяет вообразить бесконечность.

Представьте себе равносторонний треугольник с длиной стороны в один фут. А теперь мысленно проделайте следующую несложную трансформацию: выделите на каждой стороне треугольника среднюю треть и приставьте к ней равносторонний треугольник, длина стороны которого составляет одну треть от длины стороны исходной фигуры. Вы получите звезду Давида. Она образована уже не тремя отрезками длиной в один фут, а двенадцатью отрезками длиной в четыре дюйма, и вершин у нее не три, а шесть.

Повторите операцию, прикрепив еще более маленький треугольник к средней трети каждой из двенадцати сторон. Если проделывать эту процедуру вновь и вновь, число деталей в образуемом контуре будет расти и расти, подобно тому как дробится последовательность Кантора. Изображение приобретает вид снежинки с геометрически идеальными очертаниями. Оно известно как кривая Коха. Связная линия, составленная из прямых или криволинейных участков, названа по имени шведского математика Хельга фон Коха, впервые описавшего подобный феномен в 1904 г.

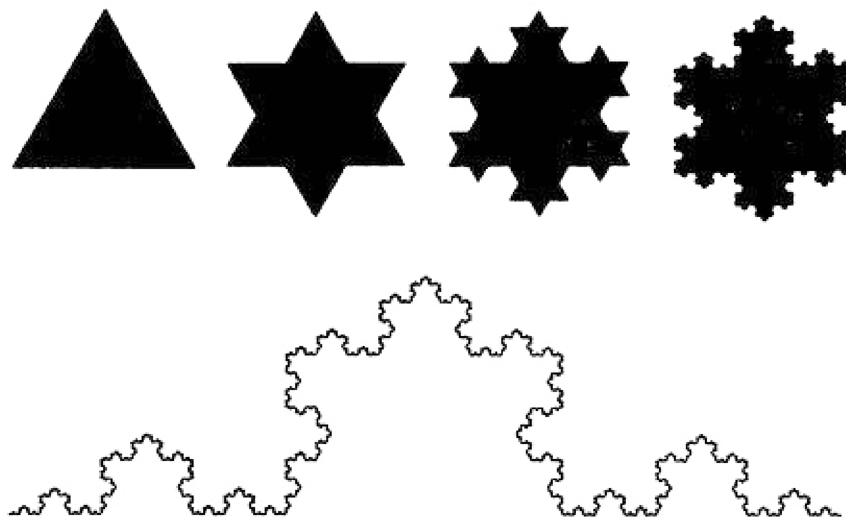


Рис. 4.4. «Снежинка» Коха. «Приблизительная, но весьма удачная модель береговой линии» — так охарактеризовал ее Мандельбро. Чтобы создать подобную конструкцию, начнем с построения треугольника, каждая сторона которого равна единице. В середину каждой стороны встроим новый треугольник, уменьшенный в три раза, и повторим преобразования многократно. Длина контура полученной фигуры равна 3 × 4/3 × 4/3 × 4/3… и так далее до

бесконечности. Однако ее площадь все же меньше площади окружности, описанной около первоначального треугольника. Таким образом, бесконечно длинная линия очерчивает ограниченную площадь.

Поразмыслив, можно заключить, что кривой Коха присущи некоторые весьма занимательные черты. Прежде всего, она представляет собой непрерывную петлю, никогда не пересекающую саму себя, так как новые треугольники на каждой стороне всегда достаточно малы и поэтому не сталкиваются друг с другом. Каждое преобразование добавляет немного пространства внутри кривой, однако ее общая площадь остается ограниченной и фактически лишь незначительно превышает площадь первоначального треугольника. Если описать окружность около последнего, кривая никогда не растянется за ее пределы.

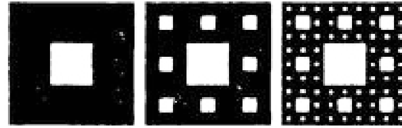
Но все же сама кривая бесконечно длинна, так же как и Евклидова прямая, стремящаяся к краям ничем не ограниченной Вселенной. Подобно тому как во время первой трансформации один отрезок длиной в один фут заменяется на четыре длиной в четыре дюйма, так же и каждое последующее преобразование умножает общую длину кривой на четыре третьих. Подобный парадоксальный итог — бесконечная длина в ограниченном пространстве — в начале XX века поставил в тупик многих математиков. Кривая Коха оказалась монстром, безжалостно поправшим все мыслимые интуитивные ощущения относительно форм и (это воспринималось как данность) не похожим на что-либо, существующее в природе.

Удивительные исследования вызвали слабый отклик в научном мире. Однако несколько упрямых математиков создали иные формы, которым были присущи странные черты кривой Коха, — появились кривые Пеано, а также «ковры» и «набивки» Серпински. Для построения «ковра» нужно взять квадрат и разделить его на девять равных квадратов меньшей площади, а затем удалить центральный. Далее следует повторить операцию с восьмью оставшимися квадратами, сделав в центре каждого из них отверстие. «Набивка» представляет собой примерно то же самое, но ее составляют не квадраты, а равносторонние треугольники. Она обладает качеством, которое весьма трудно представить: любая произвольная точка является точкой разветвления, своего рода «вилкой» в структуре. Вообразить подобное сложно, пока не посмотришь на Эйфелеву башню: ее антенны, металлические связки и мачты, разветвляясь на изящные решетчатые конструкции, являют собой мерцающую сетку тончайших деталей. Эйфель, конечно же, не мог достичь бесконечности в своем

творении, однако эта хитрая инженерная уловка, скрадывая тяжеловесность сооружения, не лишает его внушительности и мощи.

Очень трудно постичь всю сложность бесконечности, внедряющейся в самое себя. Однако человеку с развитым пространственным воображением такое повторение структуры во все более мелких масштабах может открыть целый мир. Мандельбро исследовал подобные конфигурации, пытаясь силой разума расширить таящиеся в них возможности. Это занятие увлекало его, как игра; словно ребенок, он с восторгом любовался на поразительные изменения, которые никто не увидел и не постиг до него. Он придумывал этим диковинным конфигурациям названия: канаты, простыня, губка, пена, сгусток, набивка.

Фрактальное измерение оказалось замечательным инструментом. В известном смысле степень неровности определяла способность того или иного объекта занять определенное пространство. Обычная Евклидова одномерная прямая в этом не нуждается, чего нельзя сказать о контуре кривой Коха, бесконечная длина которого теснится в ограниченном пространстве. Сама кривая являет собой уже нечто большее, чем просто линию, но все же это еще и не плоскость; она глубже одномерного объекта, но поверхностнее двухмерной формы. Используя технику, созданную математиками в начале XX века, но потом почти забытую, Мандельбро смог вполне точно описать фрактальное измерение. Для кривой Коха, например, бесконечное умножение на $^{4}/_{3}$ дает размерность 1,2618.



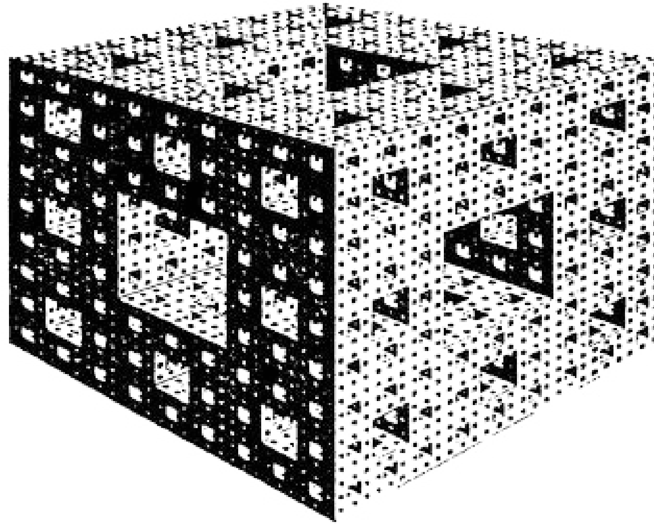


Рис. 4.5. Конструкция с отверстиями. Лишь некоторые математики в начале XX века проникли в сущность объектов, созданных с помощью техники добавления или удаления бесконечного множества составляющих их частей. Внешний вид подобных конструкций казался зачастую просто чудовищным. Одной из таких фигур является ковер Серпински. Для его построения удаляют одну девятую часть из центра квадрата, затем вырезают девятые части из центров оставшихся, менее крупных восьми квадратов и т. д. Аналогом ковра в трехмерном пространстве считается губка Менгера, весьма внушительная решетка, имеющая бесконечную площадь поверхности и нулевой объем.

Продолжая следовать этим путем, Мандельбро, по сравнению с другими математиками, пользовался двумя преимуществами. Во-первых, он имел доступ к вычислительной технике корпорации IBM, что помогло ему решить задачу, идеально подходящую для высокоскоростного компьютера. Подобно тому как метеорологам приходится проделывать одни и те же подсчеты для миллионов соседствующих друг с другом точек атмосферы, Мандельбро должен был вновь и вновь выполнять несложное преобразование. Компьютер мог справиться с этим без особого труда, демонстрируя порой весьма неожиданные результаты. Математики в начале XX века быстро споткнулись на сложных вычислениях, так же и для первых биологов стало серьезным препятствием отсутствие микроскопа. Воображение способно рисовать тончайшие детали, но лишь до определенной черты.

Как отмечал Мандельбро, «целое столетие для математики прошло впустую, поскольку рисование не играло тогда в науке никакой роли. Рука, карандаш и линейка исчерпали себя. Будучи слишком привычными и понятными, эти средства никогда не выдвигались на передний план, а компьютера еще не существовало. Вступив в игру, я ощутил, что в ней не задействуется интуиция — разве что случайно. Интуиция, взлелеянная традиционным воспитанием, вооруженная рукой, карандашом и линейкой, посчитала новые формы весьма уродливыми и далекими от общепринятых стандартов, вводя нас в заблуждение. Первые полученные изображения весьма удивили меня, но позже во вновь конструируемых картинах проглядывали фрагменты предыдущих, и так продолжалось довольно долго. Отмечу, что интуиция не дается нам изначально. Я приучал свою интуицию воспринимать как должное те формы, которые считались абсурдными и отвергались с самого начала. И я понял, что любой может поступить точно так же».

Другим преимуществом Мандельбро стала картина реальности, которую он начал выстраивать, столкнувшись с флуктуациями цен на хлопок, шумов при передаче сигналов, разливов рек. Картина эта начала приобретать отчетливость. Исследование образцов неупорядоченности в естественных процессах и анализ бесконечно сложных форм пересекались, и точкой пересечения послужило так называемое *внутреннее подобие*: «Фрактальный» — это прежде всего «внутренне подобный».

Внутреннее подобие представляет собой симметрию, проходящую сквозь масштабы, повторение большого в малом. Таблицы Мандельбро, отражавшие изменения во времени цен и уровня рек, обнаруживали подобие, поскольку не только воспроизводили одну и ту же деталь во все более малых масштабах, но и генерировали ее с определенными постоянными измерениями. Чудовищные формы вроде кривой Коха являлись внутренне подобными потому, что выглядели все теми же даже при большом увеличении. Подобие «встроено» в саму технику создания кривых: одно и то же преобразование повторяется при уменьшающемся масштабе. Подобие легко распознается, ведь его образы витают всюду: в бесконечно глубоком отражении фигуры человека, стоящего между двумя зеркалами, или в мультфильме о том, как рыбина заглотила рыбу, которая слопала рыбку, съевшую совсем маленькую рыбешку. Мандельбро любил цитировать Джонатана Свифта: «Итак, натуралисты наблюдают, как на блоху охотятся маленькие блошки, а их, в свою очередь, кусают еще более мелкие блошки, и так далее до бесконечности».

На северо-западе США землетрясения лучше всего изучать в геофизической лаборатории Ламонт-Догерти, которая размещена в нескольких ничем не примечательных зданиях, затерянных среди лесов на юге штата Нью-Йорк, к западу от реки Гудзон. Именно там Кристофер Шольц, профессор Колумбийского университета, специализировавшийся на изучении формы и строения твердого вещества Земли, впервые задумался о таком явлении, как фракталы.

Математики и физики-теоретики с пренебрежением отнеслись к трудам Мандельбро. Шольц, однако, принадлежал как раз к тому типу прагматиков, ученых практического склада, которые приветствовали появление фрактальной геометрии. Имя Мандельбро он впервые услышал в 60-х годах, когда первооткрыватель фракталов еще занимался экономикой, а сам Шольц заканчивал обучение в Массачусетском технологическом институте и ломал голову над проблемой землетрясений. Еще за два десятка лет до того было выявлено, что распределение землетрясений большой и малой силы подчиняется особой математической модели, подобной той, что отражает распределение доходов в экономике свободного рынка. Это наблюдение одинаково подходило для любого района земного шара, где бы ни подсчитывали число толчков и ни измеряли их силу. Принимая во внимание, сколь беспорядочны, непредсказуемы были сотрясения земной коры во всех других отношениях, имело смысл доискаться, какие именно физические процессы обуславливают подобную регулярность. По крайней мере, так думал Шольц. Многие другие сейсмологи довольствовались констатацией факта землетрясений.

Шольц не забыл имени Мандельброро, и когда в 1978 г. на глаза ему попалась богато иллюстрированная и напичканная уравнениями книга «Фракталы: форма, случайность и размерность», он купил этот труд — собрание весьма причудливых мыслей. Казалось, Мандельброро свалил туда в беспорядке все свои знания и гипотезы о Вселенной. За несколько лет эта работа и ее второе, расширенное и дополненное издание «Фрактальная геометрия природы» разошлись тиражом, какого не имела ни одна другая работа по высшей математике. Стиль изложения был темен и рождал досаду, хотя местами остроумие разбавляло сухую непроницаемость авторской манеры. Мандельброро называл свои писания «манифестом и настольной книгой».

Один из немногих упрямцев, среди которых большинство составляли естественники, Шольц несколько лет размышлял над тем, какую пользу можно извлечь из книги. По выражению Шольца, «Фракталы» были «не практическим руководством, а книгой восторгов». Он, впрочем,

интересовался поверхностями, а о них рассказывалось буквально на каждой странице. Так и не сумев выкинуть из головы открытия Мандельбро, Шольц попытался применить фракталы к описанию, классификации и измерению геофизических объектов.

Вскоре Шольц понял, что не одинок, хотя до созыва многолюдных конференций и семинаров было еще далеко. Идеи фрактальной геометрии объединили ученых, озадаченных собственными наблюдениями и не знавшими, как их интерпретировать. Откровения фрактальной геометрии указали путь специалистам, исследовавшим слияние и распад всевозможных объектов. Ее методы как нельзя лучше подходили для изучения материалов: шероховатых поверхностей металлов, крошечных отверстий и канавок в ноздреватом старом камне, фрагментированных пейзажей зоны землетрясения.

Как представлял себе Шольц, в компетенцию геофизиков входило описание поверхности Земли — поверхности, чье соприкосновение с океанами формирует береговую линию. Твердая земная кора включает в себя зоны разрывов и расселин. Сдвигов, изломов и трещин на каменном лике Земли такое количество, что именно они дают ключ к тайнам планеты. Для постижения этих тайн они значат больше, чем слагающие земную кору горные породы. Расселины пересекают поверхностный слой нашей планеты в трех измерениях, образуя то, что Шольц назвал «распадающейся оболочкой». Эта оболочка регулирует циркуляцию в земной коре воды, нефти, природного газа. Она влияет на землетрясения. Постижение свойств поверхностей представляло собой задачу первостепенной важности, но Шольц полагал, что его наука зашла в тупик. Откровенно говоря, не от чего было даже оттолкнуться.

Геофизики рассматривали поверхности как рельефы — чередование выпуклостей, впадин и плоских участков. Взглянув, например, на силуэт автомашины «фольксваген»-жук, мы описали бы форму ее поверхности кривой. Эту кривую можно измерить традиционными методами Евклидовой геометрии, ее можно описать уравнением. Однако Шольц был убежден, что при таком подходе мы словно бы рассматривали поверхность в узком спектральном диапазоне, доступном нашему зрению. Это все равно что обозревать Вселенную сквозь красный фильтр — проглядывают только фрагменты, видимые при данной длине волны. Мы пропустим то, что воспринимается в других цветах, при иных длинах волн, не говоря уж о прочих частях спектра, например инфракрасном излучении или радиоволнах. В этом примере спектр соответствует масштабу. Рассматривать поверхность автомашины, используя Евклидову геометрию,

значит воспринимать ее лишь с позиции наблюдателя, находящегося в десятке или сотне метров от объекта. А что он увидит на расстоянии одного или ста километров? Одного миллиметра? Одного микрона?

Представьте себе, что наблюдаете поверхность земного шара из открытого космоса, с расстояния в сто километров. Линия поверхности то опадает, то вздымается, огибая деревья, бугорки, здания и — где-нибудь на автостоянке — «фольксваген». В таком масштабе автомобиль — лишь одна из многочисленных выпуклостей, неупорядоченный фрагмент. Или вообразите, что мы придвигаемся к машине все ближе и ближе, рассматриваем ее в лупу или даже в микроскоп. Сначала, по мере того как округлость бамперов и капота пропадает из поля зрения, очертания становятся более плавными. Затем проявляются бугорки на поверхности стального корпуса. Расположение их произвольно, оно кажется хаотическим.

Шольц выяснил, что фрактальная геометрия снабдила науку эффективным методом описания специфичного бугристого ландшафта Земли. Металлурги обнаружили то же самое по отношению к поверхностям различных типов стали. В частности, фрактальное измерение поверхности металла зачастую позволяет судить о его прочности. Фрактальное измерение ландшафтов планеты открывает двери к постижению ее важнейших характеристик. Шольц размышлял о классической геологической формации — об осыпи на склоне горы. С большого расстояния она кажется одной из двухмерных Евклидовых форм, тем не менее геолог, приближаясь, обнаруживает, что двигается не столько по поверхности такой формы, сколько внутри нее. Осыпь распадается на валуны размером с легковую машину. Ее действительная размерность составляет уже около 2,7, поскольку каменистые поверхности, загибаясь и сворачиваясь, занимают почти трехмерное пространство, подобно поверхности губки.

Фрактальные изображения незамедлительно нашли применение в целом ряде областей, связанных со свойствами контактирующих поверхностей. Например, соприкосновение автомобильных покрышек и бетона — достаточно сложный предмет для исследования, как и соединение узлов или электрических контактов в механизмах. Свойства соединенных поверхностей совершенно отличны от свойств соприкасающихся поверхностей. Различие их обуславливается характером фрактального наложения составляющих поверхности бугорков. Один из простых, но весьма важных постулатов фрактальной геометрии состоит в том, что контактирующие поверхности соприкасаются далеко не везде, —

соприкосновению препятствует их бугристость, прослеживаемая в любом масштабе. Даже в скале, подвергшейся огромному давлению, при достаточно большом увеличении можно заметить крошечные промежутки, сквозь которые просачивается жидкость (Шольц назвал это «эффектом Шалтая-Болтая»). Именно поэтому никогда не удается соединить осколки разбитой чашки. Даже если они, на первый взгляд, совпадают, при большем увеличении становится видно, что беспорядочно расположенные бугорки просто не сходятся.

В своей области Шольц стал известен как один из немногих, кто принял на вооружение технику фрактальных измерений. Он понимал, конечно, что некоторые коллеги считают его занятия чудачеством. Включив в название статьи термин «фрактальный», он стал ловить на себе и восхищенные, и осуждающие взгляды. Одни признавали его новатором, другие — всего лишь конъюнктурщиком, примкнувшим к модному научному направлению. Даже написание работ давалось ему мучительно трудно, так как он хотел найти понимание не только у горстки единомышленников, но и у широкого круга геофизиков, которым приходилось растолковывать основные понятия. И все же Шольц не желал отказываться от арсенала фрактальной геометрии. «Это единственная модель, которая позволит нам справиться с множеством меняющихся измерений земного шара, обеспечив математическим и геометрическим инструментарием для их описания и даже предсказания, — утверждал он. — Однажды, преодолев препятствие и вникнув в парадигму, мы сможем измерять объекты и по-новому воспринимать известные явления. Мы просто взглянем на них по-иному, словно обретя другое зрение, гораздо шире того, что имели раньше».

Насколько он велик? Какова его продолжительность? Таковы, пожалуй, основные вопросы, интересующие ученого, который впервые столкнулся с тем или иным феноменом. Они настолько фундаментальны и важны для умозрительного восприятия мира человеком, что не сразу замечаешь в них некое предубеждение. Ведь эти вопросы предполагают, что размер и продолжительность — качества, зависящие от масштаба, — заключают в себе определенный смысл, помогая описать объект или классифицировать его. При описании биологом человека, а физиком — кварка использование названных категорий действительно вполне уместно. Животные, зачастую обладающие внушительными размерами, увязываются с определенными масштабами. Представьте, что человек стал вдвое больше обычного, но сохранил те же пропорции, — кости его просто разрушатся

под тяжестью возросшей массы тела. Следовательно, масштаб очень важен.

Раздел физической науки, имеющий дело с подземными толчками, почти не связан масштабом. Землетрясение большой силы — то же малое, только в увеличенном масштабе. Именно эта черта отличает исследование сейсмической активности от изучения животных. К организму длиной в десять дюймов нужно подходить с иной меркой, нежели к существу однодюймовой длины. Если же тварь вымахала до ста дюймов и скелет ее держит возросшую массу тела, нужна совсем иная «конструкция». Облака, подобно землетрясениям, могут быть сведены к определенному масштабу. Характерная для них беспорядочность — ее вполне можно описать в терминах фрактального измерения — совсем не меняется при изменении масштаба. Вот почему, путешествуя по воздуху, совсем не ощущаешь, насколько далеко от тебя находится то или иное облако. Даже в ясную погоду облако, проплывающее в двадцати футах от наблюдателя, может быть неотличимо от того, что находится на расстоянии, в сотню раз большем. Анализ снимков, полученных со спутников, показал инвариантное фрактальное измерение облаков, наблюдаемых на расстоянии сотен миль.

Довольно сложно отделаться от привычки рассматривать явления прежде всего с точки зрения их размера и продолжительности. Однако фрактальная геометрия утверждает, что при исследовании некоторых фрагментов окружающего мира поиски присущего лишь им масштаба только отвлекают от сути. Возьмем хотя бы ураган, представляющий собой вихрь определенного размера. Однако природа не умещается в рамки людских дефиниций. Ученые-метеорологи постепенно осознают, что вихрь в воздухе образует сплошную среду, начиная от порывистого кружения мусора на тротуаре и заканчивая огромными системами циклонов, видимыми из космоса. Разделение на категории лишь сбивает с толку.

Уравнения, описывающие потоки жидкости, во многих случаях применяются без оглядки на масштаб. При этом штормы небольшой силы имитируют (правда, с небольшими ограничениями) более разрушительные.

Кровеносные сосуды, начиная от аорты и заканчивая капиллярами, образуют сплошную среду иного типа. Многократно разветвляясь и делясь, они становятся столь узкими, что площадь их поперечного сечения оказывается сравнимой с размерами кровяной клетки. И такие разветвления имеют фрактальную природу, напоминая своей структурой один из уродливых объектов, придуманных математиками под эгидой Мандельбро. В силу физиологической необходимости кровеносные сосуды приобрели просто удивительные свойства. Подобно тому как кривая Коха

«сжимает» бесконечно длинную линию в ограниченное пространство, в системе кровообращения поверхность с огромной площадью должна вместиться в ограниченный объем. Из всех ресурсов человеческого тела кровь — один из самых дорогих, и поэтому пространство ценится на вес золота. Используя возможности фрактальных структур, природа столь эффективно сконструировала человеческий организм, что в большинстве тканей каждая клетка отделена от кровеносного сосуда не более чем тремя или четырьмя подобными ей. При всем том сами сосуды и циркулирующая по ним кровь занимают совсем небольшое пространство — около 5 % объема тела. И все же нельзя взять ни фунта, ни даже миллиграмма плоти, не пролив крови.

Такая утонченная структура, которая представляет собой два взаимодействующих «древа» вен и артерий, далеко не исключение. Человеческое тело полно подобных хитросплетений. В тканях пищеварительного тракта одна волнистая поверхность «встроена» в другую. Легкие также являют пример того, как большая площадь «втиснута» в довольно маленькое пространство. У животных, имеющих легкие, способность поглощать кислород примерно пропорциональна площади дыхательной поверхности этого органа. В среднем площадь дыхательной поверхности легких человека больше площади теннисного корта. Но еще удивительнее то, как искусно природа пронизала лабиринт дыхательных путей артериями и венами.

Каждому студенту-медику известно, за счет чего так велика дыхательная поверхность легких. Однако анатомия учит рассматривать этот орган лишь в одном масштабе, к примеру на уровне миллионов альвеол — микроскопических мешочков, завершающих разветвления дыхательных путей. Эта наука стремится скрыть единство *сквозь* масштабы. Фрактальный подход, напротив, предполагает рассмотрение структуры как целого через разветвления разного масштаба. Изучая систему кровообращения, анатомы подразделяют кровеносные сосуды на группы в зависимости от их размера: артерии, артериолы, артериальные капилляры; вены, венулы, венозные капилляры. В определенном смысле подобное разделение действительно имеет смысл, но в иных случаях оно просто ставит в тупик. А ведь истина так близко! В учебнике анатомии читаем: «При постепенном переходе от одного типа артериальных сосудов к другому иногда сложно выделить промежуточный отрезок. В переходной области некоторые артериолы имеют стенки, характерные для артерий, и наоборот. Это артериальные сосуды смешанного типа».

Не сразу, а лишь десятилетие спустя после того, как Мандельбро

ознакомил читающую публику со своими взглядами на физиологию, некоторые биологи-теоретики стали находить, что фрактальная организация лежит в основе устройства всего человеческого тела. Традиционное описание разветвлений в бронхах оказалось в корне неверным; фрактальное же их изображение вполне подходило под практические данные. Выяснилось, что и мочевыделительная система фрактальна по своей природе, равно как желчные протоки в печени, а также сеть специальных мышечных волокон, которые проводят электрические импульсы к сократимым мышечным клеткам сердца. Последняя структура, известная кардиологам под названием сети Гиса — Пуркине, вдохновила ученых на весьма важные исследования, в которых принимали участие как люди, имеющие здоровое сердце, так и страдающие определенными сердечными заболеваниями. Выяснилось, что некоторые сердечные недуги бывают вызваны несогласованной работой мышечных клеток левого и правого желудочков. Некоторые кардиологи, чьи мозги были повернуты в сторону хаоса, обнаружили, что спектральные характеристики сердечных сокращений подчинялись фрактальным законам, как землетрясения и экономические феномены. Это дало им повод утверждать, что единственным ключом к постижению механизма синхронизации работы сердечных клеток является фрактальное строение сети Гиса — Пуркине, лабиринта разветвляющихся путей, устроенных таким образом, что они воспроизводятся во все более мелких масштабах.

Но как же удалось живому организму эволюционировать в столь сложное построение? С точки зрения Мандельбро, сложным его Можно признать лишь в контексте Евклидовой геометрии, поскольку фракталы, разветвляющиеся структуры, до прозрачности просты и могут быть описаны с помощью небольшого объема информации. Возможно, несложные преобразования, которые формируют фигуры, придуманные Кохом, Пеано и Серпински, заложены в генетическом коде человека. ДНК, конечно же, не может во всех подробностях определять строение бронхов, бронхиол, альвеол или пространственную структуру дыхательного «древа», однако она в состоянии запрограммировать на повторяющийся процесс расширения и разветвления — а ведь именно таким путем природа достигает своих целей. Когда компания Дюпона стала производить для армии США синтетический заменитель гусиного пуха, выяснилось, что своей феноменальной способностью задерживать воздух натуральный пух обязан фрактальным узлам и ответвлениям ключевого белка в структуре пуха — кератина. Мандельбро естественным образом переключился с изучения «древа» дыхательного и сосудистого на исследование самых

настоящих деревьев, которые ловят солнце и противостоят ветрам, деревьям с фрактальными ветвями и листьями. А биологи-теоретики начали подумывать о том, что фрактальное масштабирование не просто широко распространенный, но универсальный принцип морфогенеза. Они утверждали, что проникновение в механизмы кодирования и воспроизводства фрактальных моделей станет настоящим вызовом традиционной биологии.

> «Я начал искать такие феномены в „мусорных корзинах“ науки, поскольку подозревал, что наблюдаемое мной не являлось исключением, а скорее было широко распространено. Я посещал лекции и просматривал залежалую периодику, чаще всего почти без толку, однако местами набредал на весьма интригующие вещи. Так стал бы действовать естествоиспытатель, а не теоретик. И мое рискованное предприятие полностью оправдало себя».

Собрав в одной книге мысли о природе и истории математики, Мандельбро снискал необычайный успех в академической среде. Он стал разъезжать с лекциями, появлялся перед публикой с неизменными лотками цветных слайдов. Он удостаивался премий и иных почестей, его имя приобрело громкую известность как в математических, так и в околонаучных кругах. Частично он был обязан такому успеху своим фрактальным картинам, которые по достоинству оценили любители прекрасного, частично тому, что многие тысячи любителей, вооружившись компьютерами, могли начать собственное исследование его Вселенной. А часть заслуги принадлежала ему самому — ведь он немало потрудился для того, чтобы имя его зазвучало громко. Мандельбро был включен в список, составленный историком науки из Гарварда Бернардом Коэном. В поисках ученых, объявивших свои исследования революционными, он годами вел летописи открытий и в итоге выявил шестнадцать имен. Среди них были современник Бенджамина Франклина шотландец Роберт Саммер, чьи идеи об электричестве звучали довольно радикально, но оказались неверны, Жан Поль Марат, известный ныне лишь тем, что сыграл зловещую роль в истории Великой французской революции, Юстус Либих, Уильям Гамильтон, Чарльз Дарвин, Рудольф Вирхов, Георг Кантор, Альберт Эйнштейн, Герман Минковский, Макс фон Лауэ, Альфред Вегенер (автор теории дрейфа материков), Комптон, Джаст, Джеймс Уотсон (первооткрыватель структуры ДНК) и Бенуа Мандельбро.

Тем не менее для чистых математиков Мандельбро оставался изгоем, оспаривавшим академическую политику с неизменной резкостью. О нем, находившемся в самом зените славы, весьма нелестно отзывались коллеги, которым казалось, что Мандельбро одержим мыслью о значении собственной персоны и ее месте в истории. По их мнению, он отнюдь не отдавал должное остальным ученым, что казалось оскорбительным. Несомненно обладая в своем возрасте уже достаточным опытом в профессиональной «ереси», он оттачивал безупречность своей тактики точно так же, как и содержание научных статей. Иногда, после выхода работ, которые включали идеи фрактальной геометрии, он звонил или писал их авторам, жалуясь на отсутствие ссылок на него или его труды.

Почитатели Мандельбро снисходительно относились к его самомнению, принимая во внимание сложности, с которыми он столкнулся, добиваясь признания своих исследований. «Конечно, он страдает до некоторой степени манией величия. Он невероятно самолюбив, но человеку, создающему настолько прекрасные вещи, такое прощается», — сказал один из поклонников Мандельбро. По мнению другого, «между ним и его коллегами-математиками выросла стена непонимания, и лишь для того, чтобы выжить, ему пришлось выпячивать свое эго. Если бы он не сделал этого, то никогда не достиг бы успеха».

Привычка отдавать должное и требовать его в науке может стать наваждением. Мандельбро успевал и то и другое. В его книгах «я» так и лезет в глаза: *Я утверждаю… Я постиг и развил… Я выполнил… Я подтвердил… Я демонстрирую… Я создал… В моих путешествиях по неизведанным или заново освоенным землям я упорно двигался вперед, стараясь первым дать имена наиболее примечательным объектам.*

Многие ученые не оценили подобного стиля. Их не смягчило даже то обстоятельство, что Мандельбро щедро рассыпал по тексту ссылки на предшественников, иногда, впрочем, весьма сомнительные. (Все его предтечи, язвили недруги, благополучно скончались.) Недоброжелатели считали, что это всего лишь способ поставить собственную персону во главу угла, чтобы на манер Папы Римского раздавать благословения направо и налево. Но время шло, и недоброжелатели были вынуждены прикусить языки. Ученым стало сложнее обходиться без термина «фрактал», однако, стремясь не поминать Мандельбро, они называли фрактальное измерение измерением Хаусдорфа — Безиковича. И все, особенно математики, негодовали, наблюдая вторжения Мандельбро в различные области науки и его поспешные ретирады. Ведь он оставлял после себя лишь беспочвенные утверждения и догадки, взваливая бремя

доказательства на плечи других.

Повод негодовать был. Если один ученый высказывает предположение, а другой доказывает его справедливость, кто сделал больше для развития науки? Стоит ли считать выдвижение гипотезы открытием? Или это лишь заявка? Математики и прежде задавались подобными вопросами, однако споры приобрели особый накал, когда появились компьютеры с их большими возможностями. Ученые, использующие вычислительные машины для постановки опытов, из теоретиков превратились в экспериментаторов, играющих по новым правилам. Они стали делать открытия, не утруждая себя доказательством теоремы — основы всякой математической статьи.

Спектр вопросов, затрагиваемых в книге Мандельбро, отличался поразительной широтой. В ней детально раскрывалась история математики. Куда бы ни заводил его хаос, Мандельбро везде находил основание называть себя первооткрывателем. Не важно, что большинство читателей считали его соображения весьма туманными, а порою даже бесполезными; им приходилось признавать, что его неординарная интуиция дает толчок развитию тех областей, которые он никогда серьезно не изучал, — начиная от сейсмологии и заканчивая физиологией. Иногда подобное казалось трюкачеством, раздражало, и даже почитатели ученого порой ворчали: «Мандельбро не посягает на толковые идеи, пока их не выскажут!»

Вряд ли это имеет значение, ведь физиономия гения совсем не должна нести на себе отсвет святости, как лицо Эйнштейна. Как-никак Мандельбро десятилетиями должен был поступаться собственными идеями. Ему приходилось излагать свои мысли таким образом, чтобы они никого не задевали. Он вымарывал фантастически звучащие предисловия, лишь бы статью напечатали. После выхода первого издания его книги, переведенной в 1975 г. на французский язык, ученый чувствовал, что его просто заставляют вести себя так, будто в ней не раскрывалось ничего пугающего и нового. Как раз поэтому он открыто назвал второе издание «манифестом и настольной книгой». Это был вызов политике академической среды.

> «Политика в известном смысле повлияла на самый стиль моего творчества, о чем я в дальнейшем очень сожалел. Я использовал выражения типа „Естественно…“, „Весьма интересным наблюдением является то, что…“. На самом деле было все что угодно, кроме естественного. Все эти интересные наблюдения являли собой результат долгих и сложных исследований, поиска доказательств и боязни ошибиться. Я взял

> философский и несколько отстраненный тон, поскольку хотел быть принятым. Рискни я заикнуться, что предлагаю радикальный подход, читатели тут же потеряли бы всякий интерес. Позже я вернулся к своим утверждениям, формулируя их несколько иначе: „Интересно заметить, что…“ Но это было уже совсем не то, чего я ожидал».

Обращаясь к прошлому, Мандельбро с грустью вспоминал, что реакция ученых на его исследования была весьма предсказуемой. Первый вопрос всегда звучал так: «Кто вы и почему интересуетесь нашей дисциплиной?» Далее следовало: «Как рассказанное вами относится к тому, что делаем мы? Почему вы не объясняете свои теории на основе уже известных нам фактов?» И наконец: «Вы уверены, что используете стандартную математику?» (Да, более чем уверен!) «А почему же тогда мы ничего о ней не знаем?» (По причине того, что она, будучи стандартной, весьма малопонятна.)

В этом отношении математика отличается от физики и иных прикладных наук. Раздел физики, однажды устарев и став малопродуктивным, обычно навсегда уходит в прошлое. Подобное может показаться странным и послужит, возможно, источником вдохновения для физика наших дней, однако исчерпавшая себя тема, как правило, «умирает» в силу весьма веских причин. Математика же, напротив, полна тропинок и окольных путей, которые, казалось бы, ведут в никуда, но в будущем становятся магистралью новой науки. Потенции абстрактной идеи невозможно предсказать. Поэтому математики оценивают чистую истину с эстетической точки зрения, пытаясь, по примеру художников, найти в ней некую красоту, изящество. Так и Мандельбро, с его любовью к древностям, извлек из небытия довольно многообещающую область математики, которую грозила погрести под собой пыль веков.

В самую последнюю очередь собеседники Мандельбро осведомлялись: «Какого мнения математики о вашей работе?» (Им все равно, поскольку она не обогащает математику. По правде говоря, они удивлены тем, что их идеи находят свое отражение в природе.)

В конце концов термином «фрактал» стали обозначать метод описания, вычисления и рассмотрения множества неупорядоченных и фрагментарных, зазубренных и разъединенных объектов — начиная от кристаллообразных кривых-снежинок и заканчивая прерывистой цепью галактик. Фрактальная кривая воплощает собой организующую структуру, скрытую в невероятной сложности таких форм. Студенты в состоянии

понять фракталы и даже «поиграть» с ними — ведь фракталы первичны настолько же, насколько и формы Евклида. Простейшими программами для создания фрактальных изображений заинтересовались фанаты персональных компьютеров.

С наибольшим энтузиазмом идеи Мандельбро восприняли люди, которые занимались прикладной наукой, изучали нефть, горные породы или металлы, а особенно специалисты исследовательских центров корпораций. Например, к середине 80-х годов довольно много народу в огромном научном подразделении корпорации «Эксон» трудилась над проблемами фракталов. В компании «Дженерал электрик» фракталы были приняты на вооружение в качестве основного инструмента для изучения полимеров, а также для сугубо секретных изысканий в сфере безопасности ядерных реакторов. В Голливуде им нашли, пожалуй, самое эксцентричное применение: с помощью фракталов создавали невероятно реалистичные пейзажи, земные и инопланетные. Они помогали создавать спецэффекты в кинофильмах.

Модели, открытые в начале 70-х годов Робертом Мэем, Джеймсом Йорком и другими учеными, объекты, в которых весьма сложно отделить упорядоченное от хаотичного, содержали в себе неожиданную регулярность. Эта последняя могла быть описана лишь на языке соотносимости больших и малых масштабов. Структуры, отворившие дверь в нелинейную динамику, оказались фрактальными. Новая геометрия вложила оригинальный инструментарий в руки практиков: физиков, химиков, сейсмологов, металлургов, физиологов и даже специалистов в области теории вероятности. Все они свято уверовали, что геометрия Мандельбро воплощает в себе измерения самой природы, в чем пытались убедить и других.

Принявшие на вооружение новую науку нанесли весьма ощутимый удар как по общепринятой математике, так и по традиционной физике. Однако сам Мандельбро так никогда и не снискал искреннего уважения представителей указанных дисциплин, которым, впрочем, все равно пришлось признать его успех. Один математик рассказывал друзьям, как проснулся ночью в холодном поту, дрожа всем телом. Ему привиделся жуткий кошмар: математика умерла и голос с небес — голос Бога, вне всякого сомнения, — прогремел: «Знаешь, в этом Мандельбро действительно *что-то есть*!»

Мысль о внутреннем подобии, о том, что великое может быть вложено в малое, издавна ласкает человеческую душу — особенно души западных философов. По представлениям Лейбница, капля воды содержит в себе

весь блистающий разноцветьем мир, где искрятся водяные брызги и живут другие неизведанные вселенные. «Увидеть мир в песчинке» — призывал Блейк, и некоторые ученые пытались следовать его завету. Первые исследователи семенной жидкости склонны были видеть в каждом сперматозоиде своего рода гомункулуса, т. е. крошечного, но уже полностью сформировавшегося человечка.

Однако как научный принцип внутреннее подобие выглядело весьма бледно по довольно простой причине: оно расходилось с реальными фактами. Сперматозоиды вовсе не являются уменьшенной копией человека, будучи гораздо более интересными, а процесс онтогенеза несравненно сложнее тривиального увеличения. Первоначальное значение внутреннего подобия как организующего начала происходило из ограниченных знаний человека о масштабах. Как представить чересчур огромное и слишком крошечное, стремительное и замедленное, если не распространить на него уже известное?

Подобные представления бытовали до тех пор, пока человек не вооружился телескопами и микроскопами. Сделав первые открытия, ученые поняли, что каждое изменение масштаба обнаруживает новые феномены и новые виды поведения. Современные специалисты в области физики частиц даже не видели этому конца: каждый новый, более мощный ускоритель расширял поле зрения исследователей, делая доступными все более крошечные частицы и более краткие временные промежутки.

На первый взгляд, идея постоянства при изменяющихся масштабах малопродуктивна, отчасти потому, что один из основных научных методов предписывает разбирать предмет исследования на составляющие и изучать мельчайшие частицы. Специалисты, разъединяя объекты, рассматривают порознь их элементы в каждый момент времени. Намереваясь изучить взаимодействие субатомных частиц, они исследуют две или три сразу, что, казалось бы, уже довольно сложно. Однако внутреннее подобие проявляется на гораздо более высоких уровнях сложного, и именно поэтому стоит уделить внимание целому.

Надо отметить, что Мандельбро весьма умело воспользовался своей геометрией. Возвращение в науку идей масштаба в 60-70-х годах стало интеллектуальным течением, показавшим себя одновременно во многих областях. Намек на внутреннее подобие содержался в работе Лоренца 1963 г.: ученый интуитивно улавливал его в изяществе графиков, отображавших системы уравнений. Лоренц ощущал присутствие некой структуры, но видеть ее не мог из-за несовершенства компьютера. «Определение масштабов» стало движением в физической науке, которое

вело — пожалуй, даже более целенаправленно, нежели исследования Мандельбро, — к дисциплине, известной под названием «хаос». Даже в весьма отдаленных сферах ученые начинали думать на языке теорий, использовавших иерархии масштабов. Так, например, произошло в эволюционной биологии, развитие которой подводило к убеждению, что целостная теория должна описывать феномен развития сразу и в генах, и в единичных организмах, и в видах и родах.

Можно, пожалуй, назвать парадоксом то, что инструмент масштабирования оценили по достоинству благодаря появлению в арсенале исследователей технических средств, сделавших более совершенным взгляд на мир. Именно по этой причине ушли в небытие ранние идеи о внутреннем подобии. Непостижимым образом к исходу XX века необычайно маленькие и невообразимо большие явления стали вполне обыденными, появились снимки огромных галактик и мельчайших атомов, отпала нужда по примеру Лейбница мысленно представлять части Вселенной, видимые только в микроскоп или телескоп. Приборы сделали подобные изображения частью жизни. Переход к новым способам сравнения большого и малого превратился в неизбежность. Некоторые из них даже обнаруживали продуктивность — при условии, что исследователь готов был продолжать поиски аналогов в уже имеющихся знаниях.

Нередко ученые, чье внимание привлекла фрактальная геометрия, ощущали некое эмоциональное сходство между новой математической эстетикой и веяниями в искусстве второй половины XX века, свободно черпая из культуры львиную долю энтузиазма, весьма полезного в исследованиях. Для Мандельбро миниатюрным воплощением Евклидовой точности вне пределов математики стала архитектура. Столь же успешно ее мог бы олицетворять стиль живописи, лучшим образцом которого являются цветные квадраты Джозефа Альберса: скромные, аккуратно-линейные, редукционистско-геометрические. *Геометрические* — здесь данный эпитет подразумевает то же, что обозначал многие тысячи лет. Здания, называемые геометрическими, имеют простые формы — сочетание прямых линий и окружностей, которые можно описать лишь несколькими числами. Мода на геометрическую архитектуру и живопись приходила и уходила, архитекторы уже не стремились возводить незатейливые небоскребы вроде Сигрэм-Билдинг в Нью-Йорке, а ведь не так давно это весьма популярное строение широко копировалось. Такую перемену вкусов Мандельбро и его последователи объясняли весьма тривиально: простые формы чужды человеку, не созвучны способу организации природы и образу восприятия мира людьми. Герт Эйленбергер, немецкий физик, занявшийся изучением

нелинейности после исследований сверхпроводимости, как-то заметил: «Почему силуэт согнувшегося под напором штормового ветра обнаженного дерева на фоне мрачного зимнего неба воспринимается как прекрасный, а очертания современного многофункционального здания, несмотря на все усилия архитектора, вовсе не кажутся такими? Сдается мне, что ответ, пусть отчасти и умозрительный, диктуется новыми взглядами на динамические системы. Наше чувство прекрасного „подпитывается“ гармоничным сочетанием упорядоченности и беспорядка, которое можно наблюдать в естественных явлениях: облаках, деревьях, горных цепях или кристаллах снежинок. Все такие контуры суть динамические процессы, застывшие в физических формах, и для них типична комбинация устойчивости и хаотичности».

Геометрической форме присущ *масштаб*, характерный для нее размер. По Мандельбро, истинное искусство не имеет определенного масштаба в том смысле, что в созданиях его важные детали повторяются в нескольких масштабах, больших и малых. Нью-йоркскому Сигрэм-Билдинг он противопоставляет архитектуру барокко, с его скульптурами и горгульями, внешними углами и каменными подставками, завитками, украшенными орнаментом, и карнизами с линией зубчиков. Лучший образчик этого стиля, здание парижской «Гранд-опера», имеет не один определенный масштаб, а полный набор масштабов. С какого расстояния ни рассматривай это строение, всегда найдешь детали, ласкающие взгляд, а по мере приближения композиция меняется, обнаруживаются новые элементы декора.

Восхищаться гармоничной архитектурой — одно, а поражаться буйной дикости природы — совсем другое. Говоря на языке эстетики, фрактальная геометрия привнесла в науку по-современному острое и тонкое восприятие неприрученной, дикой природы. Когда-то влажные тропические леса, пустыни, поросшие кустарником бесплодные пустоши воплощали собой целину, которую должно покорить общество. Желая насладиться цветением и ростом, люди любовались садами. Как писал Джон Фаулс, имея в виду Англию XVIII века, «эпоха неуправляемой и первобытной природы кажется весьма тяжелым временем и навевает мысли об агрессивной необузданности, отталкивающей и неумолимо напоминающей о грехопадении, изгнании человека из Эдема… И даже естественные науки остались, в сущности, враждебными дикой природе, рассматривая ее как нечто такое, что должно приручить, классифицировать, использовать и эксплуатировать». Но к концу XX века культура стала иной, а вместе с ней изменилась и наука.

Итак, наука все же нашла применение малопонятным и причудливым формам вроде последовательности Кантора и кривой Коха. Первоначально они проходили в качестве доказательств в бракоразводном процессе между математикой и физикой на рубеже XIX–XX веков. Конец этого альянса широко обсуждался в академической среде начиная со времен Ньютона. Математики, подобные Кантору и Коху, восхищались собственной самобытностью, они вообразили, что могут перехитрить природу, но на самом деле им не удалось даже близко сравняться с ней. Всеми почитаемое магистральное направление физики также отклонилось в сторону от повседневного опыта. Лишь позже, когда Стив Смэйл вновь вернул математику к изучению динамических систем, физик мог уверенно заявить: «Мы должны принести благодарность астрономам и математикам за то, что они передали нам, физикам, поле деятельности в гораздо лучшем состоянии, чем то, в котором мы оставили его семьдесят лет назад».

Невзирая на достижения Смэйла и Мандельбро, именно физики в конце концов создали новую науку о хаосе. Мандельбро подарил ей особый язык и множество удивительных изображений природы. Как он сам признавался, его теории *описывали* лучше, чем *объясняли*. Он мог составить перечень фрагментов окружающего мира — береговых линий, паутины рек, древесной коры, галактик — и их фрактальных измерений. Ученые использовали его идеи для составления прогнозов, однако физики стремились постичь первопричину, ибо в природе существовали некие формы, невидимые, но внедренные в самую суть движения. Физики хотели знать больше и ждали своего часа.

Глава 5
Странные аттракторы

В больших круговоротах — малые,
Рождающие скорость,
А в малых — меньшие и меньшие,
Рождающие вязкость.

Льюис Ф. Ричардсон

Проблема турбулентности имеет богатую историю. Все великие физики ломали над ней голову. Плавный поток разбивается на завитки и вихревые токи; беспорядочные изгибы разрушают границы между жидкостью и твердой поверхностью; энергия из крупномасштабного движения быстро перетекает в мелкие завихрения. Почему? Пожалуй, самые разумные идеи предлагали математики, большинство же физиков попросту опасались изучать турбулентность, которая казалась почти непостижимой. Доказательством тому может служить история о Вернере Гейзенберге, известном ученом, занимавшемся квантовой физикой. Последний признался на смертном одре, что хотел бы задать Господу Богу два вопроса — об основах относительности и о причине турбулентности. «Думаю, что Господь ответит мне на первый из них», — заметил Гейзенберг.

Теоретическая физика и явление турбулентности закончили игру вничью, — наука словно бы наткнулась на заколдованную черту и замерла возле нее. Вблизи магической границы, где вещество еще устойчиво, есть над чем поработать. К счастью, плавно текущая жидкость ведет себя совсем не так, как если бы каждая из бессчетного множества молекул двигалась самостоятельно: капельки жидкого вещества, находившиеся рядом в начальной точке, обычно остаются поблизости друг от друга, словно лошади в упряжке. Инженеры-гидротехники располагают вполне надежными уравнениями, описывающими поведение такого ламинарного потока: они используют знания, накопленные еще в XIX веке, когда движение жидкостей и газов являлось одной из первостепенных проблем физической науки.

К нашему времени проблема эта уже ушла в тень, и даже самые

глубокие умы верили, что в динамике жидкостей не осталось тайн, кроме одной, неведомой и небесам. С практической стороны все выглядело таким понятным, что с легким сердцем могло быть отдано на откуп специалистам-техникам. По мнению физиков, динамика жидкости из научной проблемы превратилась в инженерную. Молодые светила физики и так находили себе занятие, и исследователи жидкостной динамики попадались уже только на технических факультетах университетов. Впрочем, у практиков интерес к турбулентности был несколько односторонним и сводился к тому, как устранить это явление. Иногда турбулентность даже желательна (как, например, в реактивном двигателе, где эффективное возгорание зависит от быстрого образования смеси), но в большинстве случаев она равносильна бедствию. Турбулентный воздушный поток, воздействуя на крыло самолета, затрудняет взлет. Турбулентный поток внутри нефтепровода задерживает движение жидкости. Правительства и корпорации вкладывают огромные средства в конструирование самолетов, турбинных двигателей, гребных винтов, подводных лодок и других подобных устройств, которые двигаются в жидкой или газообразной среде. Исследователей интересует кровоток в сосудах и сердечных клапанах, их заботят вихревые токи и водовороты, пламя и ударные волны при взрывах различного типа. Считается, что проектом атомной бомбы во время Второй мировой войны занимались физики-ядерщики, но в действительности же все относящиеся к ядерной физике вопросы были решены еще до начала работ, а в Лос-Аламосе занимались газо- и гидродинамическими аспектами.

Что же представляет собой турбулентность? Полную неупорядоченность при всех масштабах, крошечные вихри внутри огромных водоворотов. Турбулентность неустойчива и в высшей степени диссипативна, т. е. обладает способностью замедлять движение, истощая энергию. Она суть беспорядочное движение. Но все же *каким образом* течение жидкости превращается из плавного в турбулентное? Представьте себе безупречно гладкую полую трубку, в высшей степени стабильный источник водоснабжения, причем вся конструкция надежно защищена от вибрации. А теперь задайте себе вопрос: как же в потоке, текущем внутри трубы, может появиться что-то беспорядочное?

Кажется, все правила здесь терпят фиаско. Когда поток плавный, или ламинарный, небольшие помехи исчезают, однако сразу же вслед за появлением турбулентности их количество резко возрастает, загадывая науке новую загадку. Русло ручья у подножия скалы превращается в водоворот, который все увеличивается, расщепляется и кружится по мере

движения воды вниз по течению, а струйка сигаретного дыма, что тихо вьется в воздухе, поднимаясь вверх над пепельницей, вдруг ускоряется и, достигнув критической скорости, распадается на бурные вихри. Порог турбулентности можно наблюдать и измерить в ходе лабораторных экспериментов; его тестируют для каждого крыла самолета или гребного винта при испытании в аэродинамической трубе. Тем не менее уловить его природу сложно. Как правило, полученным данным не хватает универсальности, — изучение методом проб и ошибок крыла «Боинга-707» ничего не дает для проектирования крыла истребителя «F-16». Даже суперкомпьютеры оказываются почти беспомощными перед лицом хаотичного движения вещества.

Представим, что нечто сотрясает жидкость, вызывая внутри нее волны. Жидкость обладает вязкостью, и по этой причине сообщенная ей при встряхивании энергия из нее уходит. Если перестать встряхивать жидкость, она придет в состояние покоя. Что же происходит, когда вы встряхиваете жидкость? В результате этой процедуры жидкости сообщается низкочастотная энергия, низкие частоты преобразуются в более высокие, порождая все более и более стремительные вихревые токи. Этот процесс, приводящий к рассеиванию энергии жидкости, был еще в 30-х годах рассмотрен А. Н. Колмогоровым. Он разработал математическое описание динамики вихрей, рассматривая их во все меньшем и меньшем масштабе — до тех пор пока не достиг предела, при котором вихри становились столь крошечными, что вязкость вещества на них уже не влияла.

Для большей наглядности Колмогоров представил, что вся жидкость состоит из небольших вихревых потоков и, таким образом, она везде одинакова. Подобное предположение об однородности неверно, о чем догадался еще Пуанкаре сорок лет назад, понаблюдав в бурной реке водяные завихрения, перемежавшиеся с участками спокойного течения. Таким образом, нестабильность течения локальна, и энергия фактически рассеивается лишь в части пространства. Если внимательно разглядывать турбулентный поток в любом масштабе, можно заметить, что обнаруживаются все новые и новые области спокойного течения. Таким образом, гипотеза об однородности уступает место предположению о прерывистости. Такое, отчасти идеализированное описание выглядит в высшей степени фрактальным, с чередующимися бурными и плавными зонами, которые заметны при любых масштабах, начиная от крупных и заканчивая мелкими. Но и эта картина в определенной мере представляет собой не полное отражение действительности.

Весьма близким к сформулированному выше, но в то же время

самостоятельным является вопрос о том, что происходит с началом турбулентности. Каким образом поток жидкости пересекает границу между плавным и бурным? Какие промежуточные стадии пройдет турбулентность, прежде чем даст о себе знать в полной мере? На эти вопросы отвечала теория, звучавшая вполне резонно. Эта общепринятая парадигма своим появлением обязана Льву Давыдовичу Ландау, великому русскому ученому, чьи разработки в области гидродинамики до сих пор считаются одной из вершин физической науки. Модель Ландау являет собой нагромождение соревнующихся вихрей. Он предположил, что, когда в систему поступает больше энергии, в каждый момент времени возникает новая частота, не совместимая с предыдущей, словно скрипичная струна отзывается на усиление движения смычка звучанием второго диссонирующего тона, а затем — третьего, четвертого и т. д., до тех пор пока звуки не сольются в непостижимую какофонию.

Любое жидкое или газообразное вещество представляет собой совокупность единичных частиц-молекул, число которых столь велико, что может показаться бесконечным. Если бы каждая частица двигалась сама по себе, появилось бы бесконечно много вариантов движения жидкости (говоря научным языком, бесконечно много «степеней свободы»), и уравнения, описывающие движение, включали бы бесконечное количество переменных. Однако ничего подобного не происходит: движение каждой молекулы в значительной степени зависит от движения ее соседок, и степеней свободы (по крайней мере, при спокойном течении) может быть лишь несколько. Потенциально сложные движения остаются связанными, расположенные рядом частицы не расходятся вовсе или расходятся плавно и линейно, образуя аккуратные линии на фотографиях, сделанных в аэродинамической трубе. Частицы в струйке сигаретного дыма также некоторое время поднимаются вверх как единое целое.

Затем появляется возмущение, многообразие таинственных бурных порывов. Иногда такие движения даже получали имена: «осциллятор», «перекрестные ролики», «узел», «зигзаг», «вздутые вены» (какие бывают при варикозе). По мнению Ландау, возникающие нестабильные движения попросту скапливались, накладываясь одно на другое и создавая таким образом витки с частично совпадающими скоростями и размерами. Умозрительно такая общепринятая модель турбулентности, казалось, подходила под реальные факты, а на ее бесполезность с точки зрения математики посмотрели сквозь пальцы. Итак, Ландау, построив неразрешимую с математической точки зрения модель, сохранил свое достоинство ученого, но на взгляд практика это было полным

банкротством.

Представим, что вода со слабым свистом медленно струится по трубке или течет внутри цилиндра. Мысленно увеличим давление, вызывая тем самым появление ритмичных колебаний вперед и назад. Жидкость медленно бьет в стенки трубки. Вновь нажмем на кнопку воображаемого прибора, увеличив давление. Неизвестно откуда появится вторая частота, не согласующаяся с первой. Дисгармонирующие ритмы, будто соревнуясь, накладываются друг на друга, и вот уже появилось довольно запутанное движение: волны ударяют о стенки трубки, перемешиваясь одна с другой так, что уловить их ритм невозможно. С ростом давления возникает третья, затем четвертая, пятая, шестая частоты, и все они не соответствуют друг другу, так что поток становится необычайно сложным. Возможно, это и есть турбулентность. Физики приняли такое объяснение, но ни один из них не мог предсказать, когда именно увеличение энергии повлечет возникновение новой частоты или какой она будет. Никто не разглядел этих таинственно появляющихся частот при проведении опыта, потому что теория Ландау о пороге турбулентности фактически не была еще испытана.

Теоретик проделывает эксперименты мысленно, а экспериментатору приходится еще и действовать руками. Теоретик — мыслитель, экспериментатор — ремесленник; первому не нужен помощник, второй вынужден «вербовать» студентов-выпускников, уговаривать механиков, обхаживать ассистентов лаборатории. Теоретик-чистюля работает там, где нет шума и грязи; экспериментатор же связан с объектом опыта так же тесно, как скульптор в мастерской, который часами прикован к бесформенной глине и старается то ласковым, то резким движением придать ей нужную форму. Теоретик может мысленно представлять своих коллег подобно наивному Ромео, грезящему о прекрасной Джульетте, а соратники экспериментатора, часами просиживающие в лаборатории, жалуются, курят, пьют кофе, потеют.

Эти двое нужны друг другу, однако в их отношения вкрадывается доля неравенства еще с тех древних времен, когда всякий ученый и размышлял, и ставил опыты одновременно. Хотя в некоторых, самых лучших экспериментаторах осталось что-то от теоретика, беседа ученых мужей явно не клеится. В конечном счете престиж теоретиков оказывается выше. Особенно ярко это проявляется в физике высоких энергий: теоретики буквально купаются в лучах славы, в то время как экспериментаторы становятся техниками высокой квалификации, имеющими дело с дорогостоящим и сложным оборудованием. В послевоенные десятилетия,

когда блеск физики определяло исследование элементарных частиц, лучшими экспериментами стали те, что проводились на ускорителях частиц. Масса, заряд, спин, симметрия — эти абстракции зачаровывали тех, кто не принадлежал к академической среде, но пытался идти в ногу со временем, однако лишь для некоторых ученых изучение атомных частиц действительно являлось физикой. Переход к изучению все более и более мелких частиц в кратчайших временных промежутках требовал все более высокой энергии, а значит — модернизации оборудования. Экспериментальная ветвь физики элементарных частиц с годами прогрессировала, в ней трудилось множество ученых, над постановкой крупных опытов работали целые команды. Статьи по физике частиц в журнале «Физическое обозрение» всегда выделялись тем, что перечень авторов занимал едва ли не четверть публикации.

Некоторые экспериментаторы, впрочем, предпочитали работать в одиночестве, на худой конец вдвоем. В своих опытах они задействовали те вещества, которые были доступны. В то время как определенные разделы физической науки, вроде гидродинамики, утрачивали актуальность, физика твердого тела, наоборот, выходила на первый план. Подведомственная ей сфера исследований настолько расширилась, что название дисциплины следовало бы поменять на более точное — «физика конденсированного вещества», т. е. физика материалов. В этой области, надо сказать, оборудование было куда проще, а связь между теоретиками и экспериментаторами — намного прочнее. Первые не проявляли чрезмерного снобизма, а вторые не пытались от них обороняться.

При всем том они на многое смотрели по-разному. В частности, теоретик запросто мог, прервав доклад экспериментатора, осведомиться: «Нельзя ли сделать ваши данные более убедительными? Не кажется ли вам, что данный график несколько неясен? Не стоит ли измерить данную величину в более широких пределах, чтобы получить больший объем информации?»

В ответ Гарри Суинни, выпрямившись во весь рост (около пяти с половиной футов), мог произнести с природным очарованием уроженца Луизианы, в котором чувствовалась, однако, нью-йоркская вспыльчивость: «Факты соответствуют истине. Да, это правда, при условии, что мы имеем бесконечно много „чистых“ экспериментальных данных. — И, резко повернувшись к доске, добавить: — В действительности в нашем распоряжении лишь ограниченное количество информации, да и то с погрешностями».

Суинни ставил опыты с веществами. Еще будучи студентом

Университета Джона Хопкинса он почувствовал пьянящее очарование физики частиц, и это стало для него поворотным пунктом в судьбе. Поговорив как-то с Марри Гелл-Маном, от которого буквально веяло энтузиазмом, Суинни не устоял, однако, наблюдая за работой старшекурсников, он обнаружил, что все они писали компьютерные программы или паяли искровые камеры. Именно тогда Суинни завязал знакомство с опытным физиком, который приступил к исследованию фазовых переходов от твердого тела к жидкости, от немагнитного вещества к магниту, от проводника к сверхпроводнику. Довольно долгое время Суинни ютился в небольшой комнатке; размером она была с чулан, зато начинающий ученый обитал там один. Он стал заказывать приборы по каталогу, и вскоре в его скромном жилище появился лабораторный стол, лазер, зонды и кое-какое холодильное оборудование. Суинни сконструировал прибор для измерения теплопроводности углекислого газа вблизи критической точки конденсации. Многие физики полагали, что изменения теплопроводности незначительны, однако, как обнаружил Суинни, то было заблуждение: теплопроводность менялась весьма в значительных пределах. Все это будоражило. Один, в крошечной комнатке, он сделал открытие, увидев потустороннее свечение паров вещества, любой субстанции, вблизи критической точки, — свечение, названное «опаловым» из-за беловатой опаловой окраски рассеивавшихся лучей.

Как и многие хаотичные по своей природе явления, фазовые переходы характеризуются особым типом макроскопичного поведения, предугадать которое, глядя на мельчайшие фрагменты, весьма сложно. При нагревании твердого тела его молекулы начинают вибрировать под действием поступающей энергии, они устремляются к поверхности, противодействуя связывающим их силам, и тем самым вызывают расширение объема вещества. Чем сильнее нагрев, тем больше расширяется вещество, и как лопается веревка после долгого растягивания, так и изменения становятся непредсказуемыми и прерывистыми при определенных давлении и температуре. Кристаллическая структура постепенно исчезает, и молекулы удаляются друг от друга, повинуясь законам, установленным для жидкости, которые нельзя вывести из закономерностей, определенных для твердого тела. Средняя энергия атома лишь слегка поменялась, однако вещество сейчас уже жидкость, магнит или сверхпроводник, т. е. приобрело новое качество.

Гюнтер Алерс в лабораториях корпорации «AT & T Bell» в Нью-Джерси исследовал так называемый сверхжидкостный переход в жидком гелии, при котором по мере падения температуры твердое вещество

превращается в жидкость с волшебными свойствами, не обнаруживающую явно выраженной вязкости или трения. Другие же занимались сверхпроводимостью. Суинни исследовал точку фазового перехода между жидкостью и паром. И он, и Алерс, Пьер Берг, Джерри Голлаб, Марцио Джиглио и другие экспериментаторы в США, Франции и Италии — новое поколение физиков, занимавшихся фазовыми переходами, — в середине 70-х годов искали новые объекты для исследований. Подобно тому как почтальон знает во всех подробностях все аллеи и дома своего участка, так и они знали назубок все особые признаки вещества, меняющего свое состояние. Они изучали предел равновесного состояния вещества.

Все исследователи фазовых переходов, почувствовав под собой коварную трясину сомнений, ступали на спасительные камни аналогии. Фазовый переход от немагнитного состояния к магнитному оказался *подобен* переходу «жидкость — пар». Переход от жидкости к сверхжидкости демонстрировал *подобие* переходу от проводника к сверхпроводнику. Математические вычисления, описывающие один опыт, применялись к множеству других, и в течение 70-х годов проблема была почти решена. Вопрос заключался лишь в том, сколь далеко можно распространить вновь созданную теорию. Какие иные изменения в окружающем нас мире при их ближайшем рассмотрении окажутся фазовыми переходами?

Использование технических приемов, практикуемых при изучении фазовых переходов, для исследования потоков жидкости нельзя назвать ни сверхоригинальной идеей, ни самоочевидным подходом.

На особую оригинальность он не мог претендовать, потому что еще в начале XX века величайшие ученые — пионеры гидродинамики Рейнольдс, Рэлей и их последователи — заметили, что в ходе тщательно контролируемого эксперимента с жидкостью движение ее качественно меняется, происходит разветвление, или бифуркация. Например, при нагревании снизу сосуда с жидкостью она из состояния покоя приходит в движение. Слишком велик был соблазн, и, поддавшись ему, специалисты предположили, что физическая природа бифуркации как раз и напоминает происходящее в веществе при фазовых переходах.

Очевидным подходом применение подобных методов не назовешь, в силу того что описанные выше бифуркации в жидкости не вызывали, как фазовые переходы, изменения в самой субстанции, но добавляли вместо этого новый элемент — движение. Жидкость из состояния покоя переходит к движению. И по какой причине математическое описание подобных перемен должно соответствовать уравнениям для конденсирующегося

пара?

В 1973 г. Суинни преподавал в городском колледже Нью-Йорка, а Джерри Голлаб — серьезный, но временами впадавший в ребячество выпускник Гарварда — работал в Хаверфорде, что на юго-востоке Пенсильвании. Тамошнее учебное заведение, буколический сельский колледж гуманитарных наук близ Филадельфии, был наиболее подходящим местом, чтобы угробить карьеру физика. Некому было поручить работу в лаборатории или иные функции, доверяемые ментором своим протеже, — выпускников попросту не хватало. Все же Голлабу нравилось преподавать физику студентам последнего курса, и он начал преобразование физического факультета в центр, широко известный высоким качеством своих экспериментов. Тогда же, взяв оплачиваемый семестровый отпуск, он уехал в Нью-Йорк для совместной работы с Гарри Суинни.

Помня об аналогии фазовых переходов и неустойчивости, наблюдающейся в жидкости, коллеги решили заняться классической системой — жидкостью, ограниченной пространством между двумя вертикальными цилиндрами. Один из них вращался внутри другого, заставляя жидкость двигаться между двумя поверхностями. Таким образом ограничивалось возможное движение вещества в пространстве, в отличие от струй, которые остаются после движения судна в море. Вращающиеся цилиндры воспроизводили так называемый поток Куэте — Тэйлора. Как правило, для удобства внутренний цилиндр вертится внутри закрепленного остова. Когда вращение начинается, набирая скорость, появляются первые признаки неустойчивости: жидкость образует изящный рисунок, напоминающий пучки трубок, и затем вокруг цилиндра появляются, одна над другой, размытые, похожие на ленты, зоны. Частицы жидкости движутся не только в направлении вращения цилиндра, но также совершают движение вверх и вниз, вращаясь вокруг указанных выше зон. Подобное их поведение уже было рассмотрено Дж. И. Тэйлором, который увидел и измерил количественные характеристики этого явления в 1923 г.

Для изучения потока Куэте ученые сконструировали аппарат, помещавшийся на письменном столе и представлявший собой два цилиндра. Внешний стеклянный цилиндр походил на узкую банку для теннисных шариков высотой в фут и диаметром в два дюйма. Внутрь него аккуратно помещался второй стальной цилиндр, оставлявший для воды пространство примерно в одну восьмую дюйма. «Это была весьма волнующая история, — вспоминал Фримен Дайсон, один из невольных очевидцев событий следующих месяцев. — Два этих джентльмена в тесной

комнатке, оборудованной под лабораторию, почти без денег, ставят прекрасный опыт, который ознаменовал начало полноценных исследований феномена турбулентности».

Оба исследователя помнили о своей научной задаче, решение которой вскоре будет вознаграждено традиционными аплодисментами и быстро предано забвению. Суинни и Голлаб намеревались подтвердить идею Ландау о пороге турбулентности, и эксперименты не давали ни малейшего повода в ней сомневаться. К тому же было известно, что физики, занимавшиеся гидродинамикой, с доверием относятся к соображениям Ландау. Сами физики, Суинни и Голлаб тоже симпатизировали этой теории, потому что она соответствовала общей картине фазовых переходов. Ландау выработал достаточно эффективную схему для их изучения, основываясь на убеждении, что подобные явления должны подчиняться универсальным законам и что они не связаны со спецификой конкретных веществ. Когда Гарри Суинни изучал критическую точку конденсации углекислого газа, он, как и Ландау, был убежден, что его открытия можно будет применить к критической точке конденсации ксенона, и оказался прав. Действительно, почему бы турбулентности не быть устойчивым ансамблем сталкивающихся волн в движущейся жидкости?

Для того чтобы справиться с бурным движением жидкости, Суинни и Голлаб заготовили целый арсенал искусных методов, отточенных за годы изучения фазовых переходов при весьма непростых обстоятельствах. У них имелись такая методика исследований и такие измерительные приборы, о которых рядовой физик не мог даже и мечтать. Для изучения кружащихся потоков они применяли лазер. Луч, светящий сквозь воду, преломлялся или рассеивался, что поддавалось измерению методом лазерной допплеровской интерферометрии. Полученную информацию хранили и обрабатывали с помощью компьютера, который тогда, в 1975 г., был большой редкостью на столах экспериментаторов.

Ландау отмечал, что по мере возрастания потока возникают новые частоты, каждая в отдельный промежуток времени. «Мы знали об этом, — вспоминал позже Суинни, — и решили, что будем наблюдать за переходами, чтобы заметить, где именно появятся такие частоты. И мы наблюдали — в полной уверенности, что переход определен вполне ясно. Мы инициировали фазовый переход в обе стороны, то увеличивая, то уменьшая скорость вращения цилиндров, и все так и вышло».

Отчитываясь о результатах проделанной работы, Суинни и Голлаб столкнулись с тем, что между сферой чистой физики и областью гидродинамики существовала некая, весьма живая и подвижная, граница.

Она, в частности, определяла, какой из многочисленных отделов Национального научного фонда должен финансировать исследования. К началу 80-х годов эксперимент Куэте — Тэйлора вновь вошел в область физики, однако в 1973 г. его считали чистой воды гидродинамикой, а специалистам этой сферы первые результаты, полученные двумя физиками в небольшой лаборатории, показались подозрительно ясными. Им просто не поверили. Ведь те, кто всю жизнь посвятил гидродинамике, совсем не привыкли к опытам, повторявшим исследования в физике фазовых переходов. Более того, с позиций гидродинамики уяснить теоретическую подоплеку опытов представлялось весьма сложным. Обратившись в очередной раз в Национальный научный фонд с просьбой о финансировании, Суинни и Голлаб получили отказ. Некоторые из экспертов просто не зачли их результаты, а другие посчитали, что в результатах отсутствует какая-либо новизна.

Но работа ни на минуту не прекращалась. «Налицо был качественно определенный переход, — говорил Суинни, — и мы сочли это необыкновенной удачей. А затем вновь двинулись вперед, искать следующий».

И вдруг последовательность, о которой писал Ландау, разрушилась. Эксперимент не подтвердил теорию. При следующем переходе поток «перепрыгнул» к состоянию беспорядочности, не обнаружив сколько-нибудь заметных циклов: ни новых частот, ни постепенного увеличения беспорядочных фрагментов. Ничего. «Все, что мы обнаружили, так это то, что он внезапно стал хаотичным». Несколько месяцев спустя на пороге лаборатории появился худощавый, обаятельный европеец.

Давид Руэлль любил повторять, что существуют два типа физиков: ученые первого типа выросли, разбирая радиоприемники (до появления физики твердого тела можно было, уставившись на провода и светящиеся теплым светом вакуумные лампы, представлять себе потоки электронов), а те, кто принадлежал ко второму разряду, любили возиться с химическими реактивами. Сам Руэлль, родившийся и выросший на севере Бельгии, принадлежал как раз ко второму типу и всем игрушкам предпочитал наборы химика — даже не наборы в нынешнем смысле этого слова, а просто химикаты, неважно, взрывчатые или ядовитые, которыми его щедро снабжал местный аптекарь. Юный Давид смешивал, взбалтывал, нагревал, кристаллизировал и иногда даже взрывал все это богатство. Он родился в Генте в 1935 г. Его мать работала тренером по гимнастике, отец занимал должность профессора лингвистики в университете. И хотя юноша сделал

карьеру весьма в далеком от обыденности мире науки, его всегда привлекала мистическая сторона природы, спрятавшей свои загадки в спорах губчатых грибов, селитре, зеленовато-желтой сере и древесном угле.

Математическая физика стала той областью, где Руэлль внес значительный вклад в открытие хаоса. К началу 70-х годов он работал в Институте высших научных исследований — учебном заведении в пригороде Парижа, основанном по образцу Института перспективных исследований в Принстоне. У него уже появилась привычка, сохранившаяся на всю жизнь: время от времени он оставлял семью и работу, чтобы с рюкзаком за спиной побродить в безлюдье Исландии или сельских районах Мексики. Порой он встречал людей, даривших ему свое радушие и гостеприимство. Разделяя с ними скромную трапезу из маисовых лепешек, мяса и овощей, ученый думал, что видит мир таким, каким тот был два тысячелетия назад. Вернувшись в институт, он снова с головой погружался в исследования. Коллеги замечали, как исхудало его лицо, как резко выступает линия бровей, как заострился подбородок. Руэлль слушал лекции Стива Смэйла о «подкове» и хаотическом потенциале динамических систем. Он размышлял о турбулентности в жидкостях и классической схеме Ландау, подозревая, что все это каким-то образом соотносится, но в то же время и противоречит друг другу.

Ученый раньше никогда не работал с потоками жидкости, но это совсем не отбило охоту к исследованиям, так же как и не обескураживало его менее удачливых предшественников. «Новое открывают, как правило, непрофессионалы, — говорил он. — На самом деле не существует сложной и глубокой теории турбулентности. Все, что мы можем выяснить о ней, имеет более общую природу, а посему доступно и людям, ранее этим не занимавшимся». Не составляло труда понять, почему турбулентность не поддавалась анализу, — поведение потоков жидкости описывали нелинейные дифференциальные уравнения, в большинстве своем нерешаемые. И все же Руэлль разработал весьма абстрактную альтернативу схеме Ландау, изложенную на языке Смэйла, где пространство использовалось как податливый материал, который можно сжать, вытянуть и согнуть, образовав формы типа «подковы». Работа была написана в Институте высших научных исследований, с перерывом на визиты к голландскому математику Флорису Такенсу, и опубликована совместно в 1971 г. В стиле статьи нельзя было ошибиться. Она являла собой чистую математику (заметьте, вышедшую из-под пера физика!) и содержала *определения*, *теоремы* и *доказательства*, за которыми с неизбежностью

следовало: *Допустим…* Вот один из примеров: «**Доказательство (5.2.).** Допустим, что Xμ есть однопараметрическое семейство C^k векторных полей в Гильбертовом пространстве H, таком, что…»

И все же в заголовке публикации, которая называлась «О природе турбулентности», прослеживалась связь с реальным миром и чувствовалось нарочитое созвучие с названием знаменитой работы Ландау «К вопросу о турбулентности». Руэлль и Такенс явно желали уйти гораздо дальше математики, пытаясь предложить альтернативу традиционным взглядам на порог турбулентности. Они предположили, что источником всего сложного в турбулентности является не наложение частот, ведущих к появлению бесконечного множества независимых и перекрывающих друг друга движений жидкости, а всего лишь три отдельных движения. Кое-что в их логике казалось весьма смутным, заимствованным, да и попросту неверным, или тем, другим и третьим сразу — пятнадцать лет спустя мнения на сей счет еще расходились.

Тем не менее глубокая проницательность, комментарии, заметки на полях и вкрапления из физики сделали работу объектом внимания на долгие годы. Наиболее соблазнительным казался образ, окрещенный авторами *странным аттрактором*. Это название было суггестивным, как говорят психоаналитики, т. е. самим своим звучанием рождало подсознательные ассоциации, что Руэлль ощутил позднее. Термин «странный аттрактор» приобрел такую популярность у исследователей хаоса, что Такенс и Руэлль потом оспаривали друг у друга авторство. Ни тот ни другой не могли отчетливо припомнить, кто первый использовал термин. Такенс — высокий, румяный и неистовый норманн — временами ронял: «Вам когда-нибудь доводилось спрашивать у Господа, как он создал эту чертову Вселенную?.. Я ничего не помню… Творю, не запоминая подробностей этого процесса». На что Руэлль, главный из соавторов, мягко замечал: «Разные люди и работают по-разному. Некоторым людям следовало бы писать статьи в одиночку, чтобы затем единолично пожинать лавры».

Странный аттрактор обитает в фазовом пространстве — одном из удивительнейших изобретений современной науки. Фазовое пространство делает возможным превращение чисел в изображения, извлекая даже малую толику существенной информации из движущихся систем, механических или жидкостных, и наглядно демонстрируя все их возможности. Физики уже имели дело с двумя более или менее простыми типами аттракторов — фиксированными точками и замкнутыми кривыми,

описывающими поведение таких систем, которые достигли устойчивого состояния или непрерывно себя повторяют.

В фазовом пространстве все известные данные о динамической системе в каждый момент времени концентрируются в одной точке, которая и представляет собой данную систему в кратчайшем временном отрезке. В следующее мгновение система уже претерпит изменения, пусть даже совсем незначительные, и точка изменит свое местонахождение. Всю длительность существования системы можно изобразить на графике, следя за перемещениями точки с течением времени и наблюдая за ее орбитой в фазовом пространстве.

Но как же все данные о сложнейшей системе могут быть представлены лишь в одной точке? Если система характеризуется двумя переменными, найти ответ не составляет труда, он напрямую вытекает из Евклидовой геометрии, преподаваемой в средней школе: одна из переменных располагается на горизонтальной оси *x*, а другая — на вертикальной оси *y*. Если же система представляет собой качающийся маятник, свободный от действия силы трения, то одна из переменных является его положением в пространстве, а другая — скоростью. Они непрерывно меняются, образуя линию из точек, которая изгибается петлей, вновь и вновь повторяющей саму себя. Та же система, но обладающая более высокой энергией, раскачивающаяся быстрее и дальше, образует в фазовом пространстве петлю, схожую с первой, но большую по размерам.

Впрочем, столкнувшись с одним из проявлений реальности — трением, система начинает претерпевать изменения. Чтобы описать поведение маятника, подверженного трению, не нужны уравнения движения: каждое его колебание фактически заканчивается на одном и том же месте, в центре, откуда начиналось движение, и скорость его в эти моменты равна нулю. Данная центральная фиксированная зона как бы «притягивает» колебания. Вместо того чтобы вечно чертить на графике петли, орбита маятника спиралью закручивается внутрь. Трение рассеивает энергию системы, что в фазовом пространстве выглядит как толчок к центру. Наблюдается движение из внешних зон с высокой энергией к внутренним зонам с низкой энергией. Аттрактор — простейший из возможных — подобен магниту величиной с булавочную головку, встроенному в лист резины.

Одним из преимуществ рассмотрения состояний системы как совокупности точек в пространстве является то, что в таком случае легче наблюдать происходящие изменения. Система, в которой переменные непрерывно увеличиваются и уменьшаются, превращается в движущуюся

точку, словно муха, летающая по комнате. Если некоторые комбинации переменных никогда не возникают, ученый может просто предположить, что пределы комнаты ограничены и насекомое никогда туда не залетит. При периодическом поведении изучаемой системы, когда она снова и снова возвращается к одному и тому же состоянию, траектория полета мушки образует петлю, и насекомое минует одну и ту же точку в пространстве множество раз. Своеобразные портреты физических систем в фазовом пространстве демонстрировали образцы движения, которые были недоступны наблюдению иным способом. Так фотография природного ландшафта в инфракрасных лучах открывает те мелочи и детали, которые существуют вне досягаемости нашего восприятия. Ученый, взглянув на фазовую картину, мог, призвав на помощь воображение, уяснить сущность самой системы: петля здесь соответствует периодичности там, конкретный изгиб воплощает определенное изменение, а пустота говорит о физической невероятности.

Даже при наличии двух переменных изображения в фазовом пространстве могли еще многим удивить. Даже на мониторах настольных компьютеров можно было построить кое-какие из них, превращая уравнения в красочные траектории. Некоторые физики начали создавать серии движущихся картинок и снимать видеопленки, чтобы продемонстрировать их своим коллегам. Математики из Калифорнии публиковали книги, иллюстрированные множеством красно-сине-зеленых рисунков в стиле анимации, — «комиксы хаоса», как отзывались о них, не без яда, коллеги авторов. Но пара измерений не охватывала всего богатства систем, которые хотели изучать физики, и ученые стремились ввести больше двух переменных, что, естественно, требовало увеличения числа измерений. Каждый фрагмент динамической системы, способный к независимому перемещению, является уже новой переменной, воплощая иную «степень свободы», и для каждой такой степени требуется новое измерение в фазовом пространстве. Иначе нет уверенности, что одна-единственная точка содержит достаточно информации для описания состояния системы в каждый конкретный момент времени. Простые уравнения, изучавшиеся Робертом Мэем, являлись однопространственными. Они позволяли обойтись одним числом — значением температуры или численности популяции, которое определяло местоположение точки на прямой, располагавшейся в одном измерении. Развернутая система Лоренца, описывавшая конвекцию в жидкостях, имела три измерения, но не потому, что жидкость двигалась в трех пространственных измерениях, а потому, что для описания состояния

жидкости в каждый момент времени требовалось три вполне определенных числа.

Даже топологу с самой развитой фантазией нелегко представить пространства, обладающее четырьмя, пятью и более измерениями. Однако сложные системы имеют множество независимых переменных, поэтому математикам пришлось смириться с тем, что множество степеней свободы требует фазового пространства, где бесконечно много измерений. Так ничем не ограниченная природа дает о себе знать в бурных струях водопада или в непредсказуемости человеческого мозга. Но кто сумеет справиться с буйным, необоримым чудищем турбулентности, которому присущи многообразие форм, неопределенное число «степеней свободы», бесконечное количество измерений?

Физики имели вполне вескую причину, чтобы с неприязнью относиться к модели, поведение которой столь неясно. Используя нелинейные уравнения, описывающие движения жидкости, мощнейшие суперкомпьютеры мира не могли точно проследить турбулентный поток даже одного кубического сантиметра жидкости в течение нескольких секунд. Конечно, виновата в этом больше природа, нежели Ландау, тем не менее предложенная советским ученым схема производила эффект «поглаживания против шерсти». Даже не имея сколько-нибудь солидных знаний, физик вполне мог заподозрить, что феномен не поддается интерпретации. Подобное ощущение выразил словами великий теоретик квантовой физики Ричард Филлипс Фейнман: «Меня всегда беспокоило, что согласно законам в их современном понимании вычислительной машине нужно выполнить бесчисленное количество логических операций, чтобы выяснилось, что же происходит в пространстве и времени, независимо от того, насколько малым является это пространство и сколь коротким — время. Как подобное может случаться в таком маленьком пространстве? Почему требуется столько усилий, чтобы выяснить наконец, какова дальнейшая судьба отрезка времени или капельки пространства?»

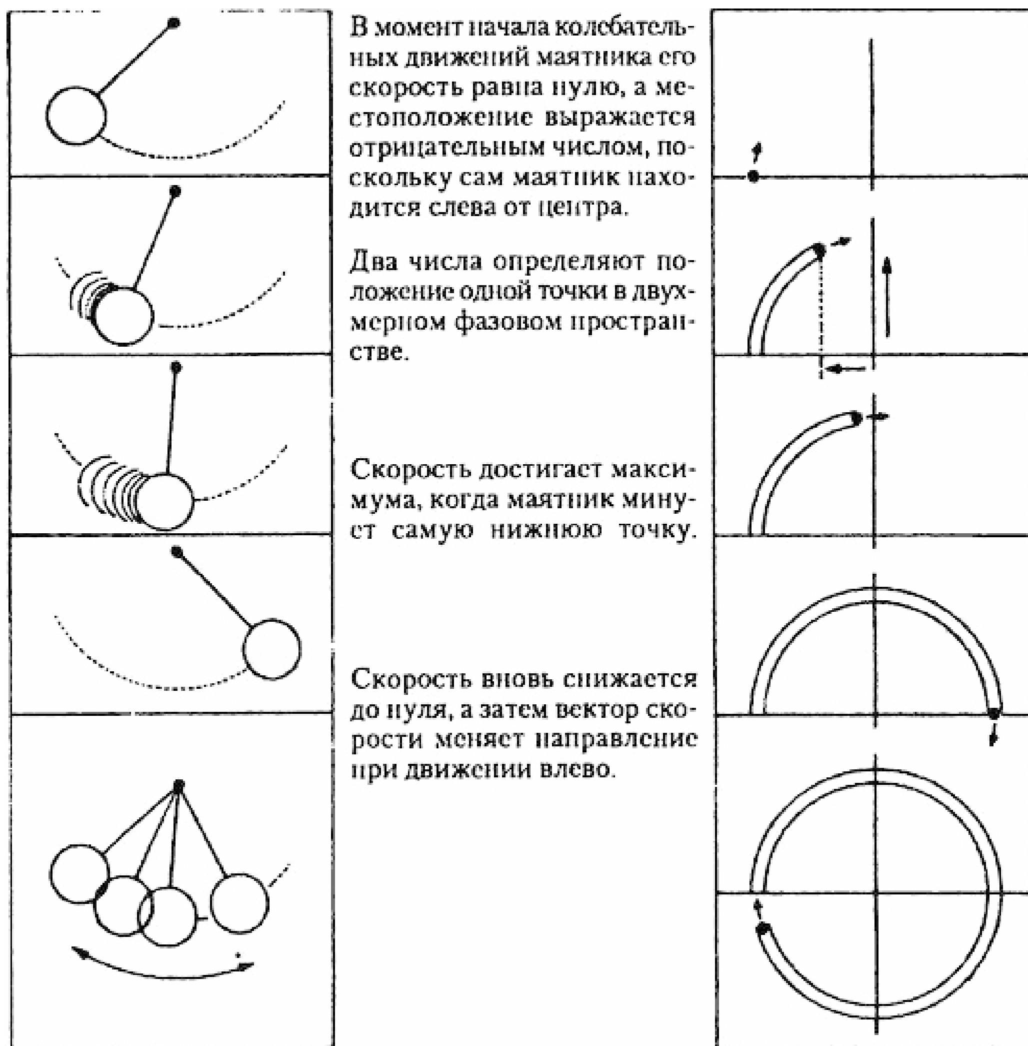
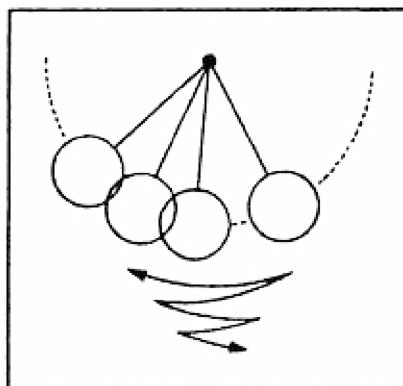


Рис. 5.1. Новый способ изучения маятника.

Одна лишь точка в фазовом пространстве *(справа)* передает всю информацию о состоянии динамической системы в конкретный момент времени *(слева)*. Для простого маятника достаточно двух чисел, представляющих его скорость и местоположение.



Точки образуют траекторию, которая позволяет наглядно представить непрерывное поведение динамической системы в течение длительного периода времени. Повторяющаяся

«петля» отображает систему, которая всегда воспроизводит одно и то же свое состояние. Если повторяющееся поведение устойчиво, как у часов с маятником, система при незначительных помехах возвращается к прежней орбите движения. В фазовом пространстве траектории вблизи орбиты как бы вовлечены в нее, а сама орбита является аттрактором.

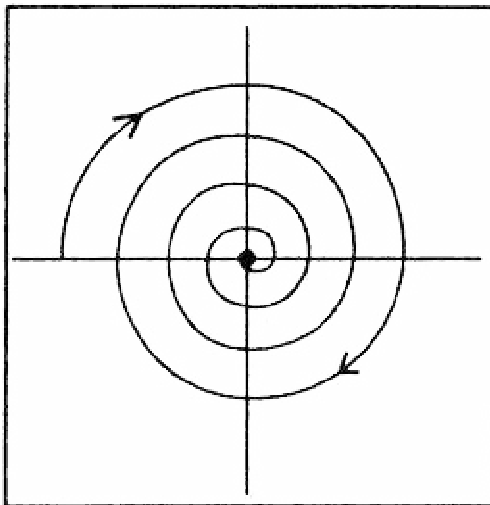


Рис. 5.2. Аттрактор может являть собой одну-единственную точку. В случае с маятником, непрерывно теряющим энергию на трение, все траектории имеют форму спирали, закручивающейся внутрь, по направлению к точке, в которой система устойчива, — в таком случае движения не наблюдается вообще.

Как и многие из тех, кто занимался хаосом, Давид Руэлль подозревал, что видимые в турбулентном потоке объекты: перепутанные струи, спиральные водовороты, волшебные завитки, появляющиеся и вновь исчезающие, — должны отражать то, что объяснялось законами физики, но еще принадлежало к сфере таинственного и неоткрытого. В его понимании рассеивание энергии в турбулентном потоке должно было вести к своеобразному сокращению фазового пространства, притягиванию к аттрактору. Бесспорно, последний не оставался неподвижной точкой, поскольку поток никогда не приходил в состояние покоя, — энергия поступала в систему и уходила из нее. Каким еще мог быть аттрактор? Помимо описанного, согласно догмату, существовал лишь один возможный тип — периодический аттрактор, или замкнутая кривая, орбита, притягивающая все близлежащие орбиты. Если маятник получает энергию от подвеса и теряет ее из-за трения, то устойчивая орбита может представлять собой замкнутую петлю в фазовом пространстве, отражающую, например, регулярные колебательные движения маятника дедушкиных часов. Неважно, где именно начнет двигаться маятник, в конечном счете он придет именно к данной орбите. Но придет ли? В силу

неких начальных условий (а они характеризуются минимумом энергии) маятник остановится. Таким образом, получается, что система в действительности имеет два аттрактора, один из которых является замкнутой петлей, а другой — фиксированной точкой. Каждый из аттракторов имеет собственную «нишу» в фазовом пространстве. В целом это напоминает две речные долины, разграниченные водоразделом.

В короткий период времени каждая точка фазового пространства может означать возможное поведение динамической системы. При изучении долгосрочной перспективы единственными моделями поведения становятся сами аттракторы. Все иные типы движения преходящи. По определению, аттракторам присуще важнейшее качество — устойчивость. В реальной системе, где движущиеся элементы сталкиваются и раскачиваются из-за помех окружающей среды, движение обычно возвращается к аттрактору. Толчок способен ненадолго исказить траекторию, однако возникающие случайные движения быстро исчезают, — даже если вдруг кошка заденет часы с маятником, минута не увеличится до шестидесяти двух секунд. Однако турбулентность в жидкостях — явление иного порядка, никогда не порождающее единичный ритм. Известное свойство такого явления заключается в том, что в данный момент времени наблюдается весь спектр возможных колебаний. Турбулентность можно сравнить с «белым шумом» или статикой. Могла ли простая детерминистская система уравнений описывать подобный феномен?

Руэлль и Такенс задались вопросом, обладает ли какой-либо иной тип аттрактора подходящим набором характеристик: устойчивостью, малым числом измерений, непериодичностью. Устойчивость означала достижение конечного состояния системы вопреки всем помехам в полном шумов мире. Малое число измерений предполагало, что орбита в фазовом пространстве должна представлять собой прямоугольник или форму типа коробки, обладающие лишь несколькими степенями свободы. Непериодичность подразумевала отсутствие повторений — ничего общего с монотонным тиканьем старых часов. С геометрической точки зрения вопрос казался чистой воды головоломкой. Какой вид должна иметь орбита, изображаемая в ограниченном пространстве, чтобы она никогда не повторяла и не пересекала саму себя? Ведь система, вернувшаяся в свое прежнее состояние, согласно принятой модели, должна следовать по своему обычному пути. Чтобы воспроизвести *каждый* ритм, орбита должна являть собой бесконечно длинную линию на ограниченной площади. Другими словами, она должна стать фрактальной.

Исходя из математических резонов, Руэлль и Такенс провозгласили, что описанный феномен должен существовать. Хотя они никогда не видели и не изображали его, одного заявления оказалось довольно. Впоследствии, выступая с речью на пленарном заседании Международного конгресса математиков в Варшаве, Руэлль заявил: «Научное сообщество весьма прохладно отнеслось к нашему предположению. Упоминание о том, что непрерывный спектр будет ассоциироваться с незначительным числом „степеней свободы“, многие физики посчитали просто ересью». Но были и другие — горсточка, не больше. Почувствовав всю значимость вышедшей в 1971 г. работы, они стали описывать то, что в ней подразумевалось.

На самом же деле к 1971 г. в научной литературе уже имелся один небольшой набросок того невообразимого чудовища, которое пытались оживить Руэлль и Такенс.

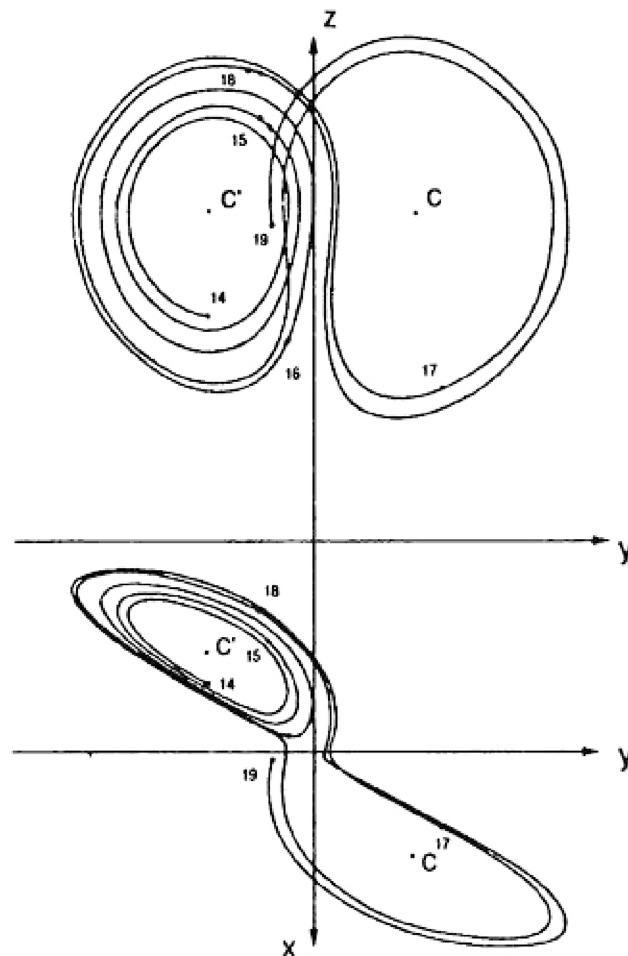


Рис. 5.3. Первый странный аттрактор. В 1963 г. Эдвард Лоренц смог вычислить только первые несколько элементов аттрактора для своей простой системы уравнений. Однако он

понял, что «прослойка» двух спиральных крылообразных форм должна иметь необычную структуру, неразличимую в малых масштабах.

Эдвард Лоренц сделал его приложением к своей статье о детерминистском хаосе, вышедшей в 1963 г. Этот образ представлял собой сложную конструкцию из двух кривых, одна внутри другой, справа и пяти кривых слева. Лишь для схематичного изображения этих семи «петель» потребовалось пятьсот математических операций, с успехом выполненных компьютером. Точка, двигаясь вдоль указанной траектории в фазовом пространстве, демонстрировала медленное хаотичное вращение потоков жидкости, что описывалось тремя уравнениями Лоренца для явления конвекции. Поскольку система характеризовалась тремя независимыми переменными, данный аттрактор лежал в трехмерном фазовом пространстве. И хотя изображен был лишь его фрагмент, Лоренц смог увидеть гораздо больше: нечто вроде двойной спирали, крыльев бабочки, сотканных с удивительным мастерством. Когда увеличение количества теплоты в системе Лоренца вызывало движение жидкости в одном направлении, точка находилась в правом «крыле», при остановке течения и его повороте точка перемещалась на другую сторону.

Аттрактор был устойчивым, непериодическим, имел малое число измерений и никогда не пересекал сам себя. Если бы подобное случилось и он возвратился бы в точку, которую уже миновал, движение в дальнейшем повторялось бы, образуя периодичную петлю, но такого не происходило. В этом-то и заключалась странная прелесть аттрактора: являвшиеся взору петли и спирали казались бесконечно глубокими, никогда до конца не соединявшимися и не пересекавшимися. Тем не менее они оставались внутри пространства, имевшего свой предел и ограниченного рамками коробки. Почему такое стало возможным? Как может бесконечное множество траекторий лежать в ограниченном пространстве?

До того как изображения фракталов Мандельбро буквально наводнили научный мир, представить себе особенности построений подобных форм казалось весьма трудным. Сам Лоренц признавал, что в его собственном экспериментальном описании присутствовало «явное противоречие». «Очень непросто слить две поверхности, если каждая содержит спираль и траектории не стыкуются», — сетовал ученый. Однако в массе компьютерных вычислений он все же разглядел слабо просматривавшееся решение. Лоренц понял, что, когда спирали явно начинали соединяться, поверхности должны были делиться, образуя отдельные слои, словно в стопке писчей бумаги. «Мы видим, что каждая поверхность состоит на

самом деле из двух поверхностей, так что, когда они сходятся, появляется уже четыре. Продолжая подобную процедуру, заметим, что возникает восемь поверхностей и т. д. В итоге мы можем заключить, что налицо бесконечное множество поверхностей, каждая из которых находится чрезвычайно близко к одной из двух соединяющихся поверхностей». Не удивительно, что в 1963 г. метеорологи оставили подобные рассуждения без внимания. Десятилетие спустя Руэлль, узнав о труде Лоренца, был буквально ошеломлен. Впоследствии он посетил Лоренца, однако вынес из этой встречи чувство легкого разочарования. Общие научные интересы исследователи обсуждали совсем недолго; с характерной для него робостью Лоренц избегал полемики и постарался придать визиту светский характер: ученые с женами посетили художественный музей.

Пытаясь отыскать ключи к решению загадки, Руэлль и Такенс пошли двумя путями. В частности, они попытались дать теоретическое обоснование странных аттракторов. Являлся ли аттрактор Лоренца типичным? Возможны ли какие-то иные формы? Второй тропинкой, по которой пошли ученые, стала экспериментальная деятельность. Она преследовала цель подтвердить или опровергнуть весьма далекое от математики убеждение, что странные аттракторы применимы к хаосу в природе.

В Японии исследование электронных схем, имитировавших колебание механических струн, но в ускоренном темпе, привело Иошисуке Уэда к обнаружению последовательности невероятно прекрасных странных аттракторов. В Германии Отто Рёсслер, непрактикующий доктор медицины, пришедший к исследованию хаоса через химию и теоретическую биологию, попробовал взглянуть на странные аттракторы сквозь призму философии, оставив математику на втором плане. Его имя стало ассоциироваться с одним из простейших аттракторов — узкой лентой со сгибом, которую изучали довольно широко в силу легкости ее построения. Однако ученый облек в зримую форму и аттракторы с большим числом измерений. «Представьте сосиску, внутри которой заключены, одна в другой, еще сосиски, — говорил он. — Выньте ее, сверните, сожмите и положите обратно». Действительно, сгибание и сжатие пространства оказались ключом к построению странных аттракторов и, возможно, даже к динамике порождавших их реальных систем. Рёсслер чувствовал, что эти формы олицетворяли принцип самоорганизации окружающего мира. Его воображению рисовалось нечто вроде ветроуказателя на аэродроме. «Замкнутый с одного конца рукав с отверстием на другом конце, куда рвется ветер, — разъяснял

исследователь. — Вдруг ветер оказался в ловушке. Его энергия совершает нечто продуктивное, подобно дьяволу в средневековой истории. Принцип таков, что природа делает что-то против своей воли и, запутавшись сама в себе, рождает красоту».

Создание изображений странных аттракторов вряд ли можно назвать обычным делом. Запутанные пути орбит вьются сквозь три и более измерений, образуя в пространстве темный клубок, который похож на детские каракули и наделен внутренней структурой, невидимой извне. Чтобы представить подобную трехмерную «паутину» в виде плоских картин, ученые сначала применили технику проекции. Рисунок являл собой тень, отбрасываемую аттрактором на поверхность. Однако, если странные аттракторы довольно сложны, проекция смазывает все детали, и взору предстает путаница, которую почти невозможно расшифровать. Более эффективная техника заключается в построении так называемой *обратной схемы*, или *схемы (сечения) Пуанкаре*. Суть ее сводится к отделению «ломтика» запутанной сердцевины аттрактора и перенесению его в двухмерное пространство, подобно тому как патологоанатом помещает срез ткани на предметное стекло микроскопа.

Схема Пуанкаре лишает аттрактор одного измерения и превращает непрерывную линию в совокупность точек. Преобразуя аттрактор в схему Пуанкаре, ученый ни на минуту не сомневается, что сохранит самую суть движения. Он может вообразить, к примеру, что странный аттрактор вьется, словно пчела, у него перед глазами и орбиты аттрактора перемещаются вверх и вниз, влево и вправо, взад и вперед по дисплею компьютера, и каждый раз, когда орбита аттрактора пересекает плоскость экрана, она оставляет светящуюся точку в месте пересечения. Такие точки либо образуют похожее на кляксу пятно произвольной формы, либо начинают вычерчивать некий контур на экране.

Описанный выше процесс соответствует отбору образцов состояния системы, который ведется не постоянно, а лишь время от времени. Когда брать пробу, т. е. из какой области странного аттрактора вырезать ломтик, — дело исследователя. Временной интервал, в котором содержится наибольшее количество информации, должен соответствовать некоему физическому свойству динамической системы. Например, на схеме Пуанкаре можно отражать скорость отвеса маятника каждый раз, когда он проходит через самую низкую точку. Или экспериментатор волен выбрать определенный регулярный промежуток времени, «замораживая» последовательные состояния во вспышках воображаемого света, исходящего из стробоскопического источника. В любом случае в

получаемых изображениях проявится в конце концов изящная фрактальная структура, о которой догадывался Эдвард Лоренц.

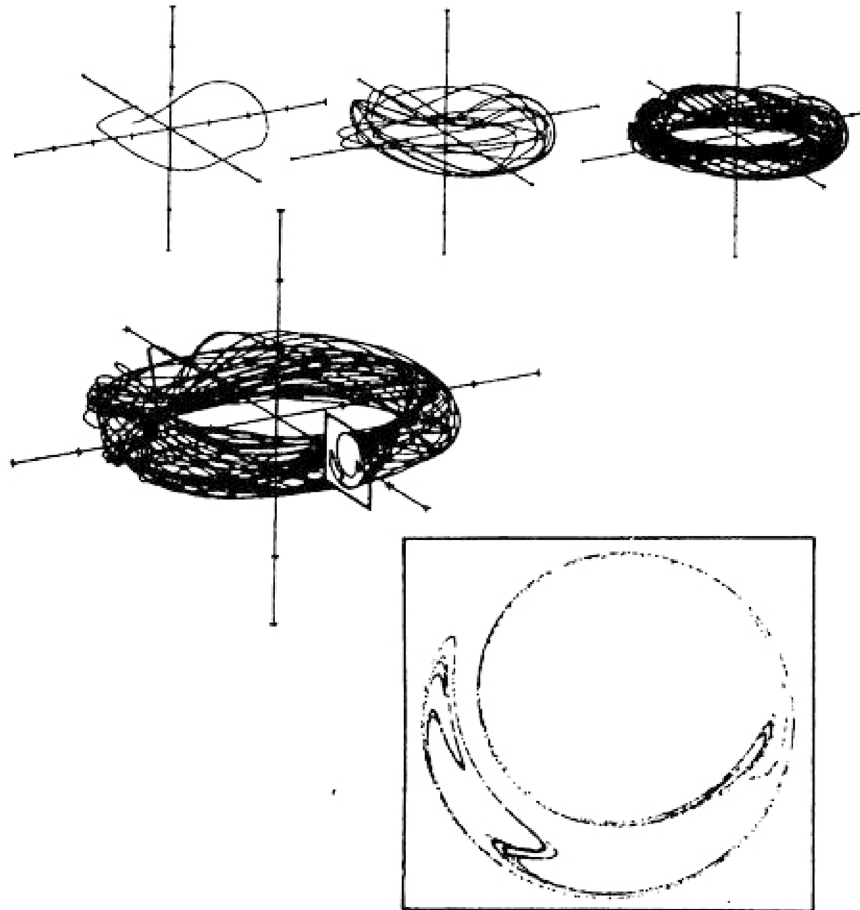


Рис. 5.4. Структура аттрактора. Странный аттрактор, как показано на верхних рисунках, сначала имеет одну орбиту, затем десять, затем сто. Он описывает хаотичное поведение ротора-маятника, колеблющегося по всему кругу и регулярно приводимого в движение притоком энергии. Через некоторое время, когда на рисунке появится тысяча орбит *(ниже)*, аттрактор превратится в запутанный клубок. Чтобы можно было исследовать его внутреннее строение, компьютер делает поперечный срез аттрактора — так называемое сечение Пуанкаре *(рисунок в рамке)*. Этот прием уменьшает число измерений с трех до двух. Каждый раз, когда траектория пересекает плоскость, она оставляет на ней точку. Постепенно возникает весьма детализированный образ. Показанный здесь образец состоит более чем из восьми тысяч точек, каждая из которых находится на орбите, окружающей аттрактор. Фактически система замеряется в регулярные промежутки. Одни данные утрачиваются, зато другие выявляются во всем их разнообразии.

Наиболее доступный для понимания и самый простой странный аттрактор был построен человеком, весьма далеким от загадок турбулентности и гидродинамики, — астрономом Мишелем Эноном из

обсерватории Ниццы на южном побережье Франции. Бесспорно, в каком-то отношении астрономия дала толчок изучению динамических систем. Планеты, двигающиеся с точностью часового механизма, обеспечили триумф Ньютона и вдохновили Лапласа. Однако небесная механика значительно отличалась от земной: земные системы, теряющие энергию на трение, являются диссипативными, чего нельзя сказать об астрономических, считающихся консервативными, или гамильтонианскими. На самом же деле в масштабе, близком к бесконечно малому, даже в астрономических системах наблюдается нечто вроде торможения. Оно происходит, когда звезды излучают энергию, а трение приливно-отливного характера истощает кинетическую энергию движущихся по орбитам небесных тел. Однако для практического удобства астрономы в своих вычислениях пренебрегают рассеиванием, а без него фазовое пространство не будет складываться и сжиматься так, чтобы образовалось бесконечное множество фрактальных слоев. Странный аттрактор не может возникнуть. А хаос?

Не один астроном сделал карьеру, обойдя стороной динамические системы, но не таков был Энон. Он родился в Париже в 1931 г., всего на несколько лет позже Лоренца. Энон тоже являл собой тип ученого, которого неумолимо влечет к математике. Ему нравилось решать небольшие конкретные вопросы, которые могли быть привязаны к определенным физическим проблемам, — по его собственному выражению, «не то, что делают современные математики». Когда компьютеры стали доступны даже любителям, машина появилась и у Энона. Собрав ее собственноручно, ученый наслаждался компьютерными забавами. Кстати, задолго до описываемых событий он исследовал особенно сложную проблему из области гидродинамики. Она касалась сферических кластеров — шаровидных скоплений звезд, в которых число светил доходило до миллиона. Это древнейшие и наиболее интересные объекты ночного неба. Плотность их внушает изумление. Как такое огромное количество звезд сосуществует в ограниченном объеме пространства и эволюционирует во времени, астрономы пытались выяснить в течение всего XX века.

С точки зрения динамики, сферический кластер, включающий в себя множество тел, представляет собой довольно важный предмет исследования. Когда речь идет о паре объектов, особых сложностей не возникает — Ньютон полностью разрешил эту проблему: каждое из пары тел, например Земля и Луна, описывает идеальный эллипс вокруг общего центра тяжести системы. Но добавьте хотя бы еще один обладающий тяготением объект, и все изменится. Задача, в которой фигурируют три

тела, уже более чем трудна. Как показал Пуанкаре, в большинстве случаев она неразрешима. Можно просчитать орбиты для некоторого временного интервала, а с помощью мощных вычислительных машин удается проследить их в течение более длительного периода, пока не возникнут помехи, однако уравнения аналитически не решаются, т. е. долгосрочный прогноз поведения системы из трех тел выполнить невозможно. Устойчива ли Солнечная система? Конечно, ей присуще подобное свойство, но даже сегодня никто не уверен в том, что орбиты некоторых планет не изменятся до неузнаваемости, заставив небесные тела навсегда покинуть Солнце.

Система вроде сферического кластера слишком запутанна, чтобы подходить к ней столь прямолинейно, как к вопросу о трех телах. Однако динамику кластера можно изучить, прибегнув к некоторым хитростям. Вполне допустимо, в частности, рассматривать единичные звезды, путешествующие в пространстве, в некотором усредненном гравитационном поле с определенным центром тяготения. Время от времени две звезды подойдут друг к другу достаточно близко, и в таком случае каждое из взаимодействующих тел следует рассматривать уже по отдельности. Астрономы поняли, что сферические кластеры вообще не должны являться устойчивыми: внутри них обычно образуются так называемые бинарные звездные системы, в которых звезды парами перемещаются по небольшим компактным орбитам. Когда с подобной системой сталкивается третья звезда, одна из трех, как правило, получает резкий толчок. Со временем энергия, полученная ею благодаря такому взаимодействию, достигнет уровня, достаточного для того, чтобы звезда набрала скорость, позволяющую вырваться из кластера. Таким образом одно из тел покидает систему, а пространство кластера после этого слегка сжимается. Когда Энон выбрал кластер темой своей докторской диссертации, он произвольно предположил, что сферическое звездное скопление, изменив свой масштаб, останется внутренне подобным. Произведя расчеты, ученый получил потрясающий результат: ядро кластера «сплющится», приобретая кинетическую энергию и стремясь к бесконечно плотному состоянию. Подобное трудно было вообразить. Да и данные исследования кластеров, полученные к тому времени, не подтверждали этот вывод. Однако теория Энона, впоследствии названная гравитационно-термальным коллапсом, постепенно овладевала умами ученых.

Ободренный результатом и готовый к неожиданностям, весьма вероятным в научной работе, астроном занялся более легкими вопросами динамики звезд. Он попытался применить математический подход к давно

известным задачам. Посетив в 1962 г. Принстонский университет, Энон впервые получил доступ к компьютеру и, подобно Лоренцу в Массачусетском технологическом институте, начал моделировать орбиты звезд вокруг их центров тяжести. В рамках разумного упрощения галактические орбиты можно рассматривать как орбиты планет, но с одним лишь исключением: центром гравитации здесь является не точка, а трехмерный диск.

Энон пошел на компромисс. «Для большей свободы исследований, — говорил он, — забудем на мгновение, что проблема взята из астрономии». Хотя ученый не упомянул об этом, «свобода исследования» частично означала возможность использования компьютера. Объем памяти его вычислительной машины, весьма тугодумной, был в тысячу раз меньше, чем у персональных компьютеров, появившихся двадцать пять лет спустя. Но, как и другие специалисты, позднее работавшие над проблемами хаоса, Энон полагал, что упрощенный подход себя полностью оправдает. Концентрируясь лишь на самой сути своей системы, он сделал открытия, которые можно было применить и к другим, более сложным системам. Спустя несколько лет расчет галактических орбит все еще считался «забавой теоретиков», тем не менее динамика звездных систем превратилась в объект скрупулезных и дорогостоящих исследований. К ней обратились в основном те, кого интересовали орбиты частиц в ускорителях и стабилизация плазмы в магнитном поле.

За период около 200 миллионов лет звездные орбиты в галактиках обретают три измерения, уже не образуя эллипсов совершенной формы. Реально существующие трехмерные орбиты наглядно представить так же непросто, как и воображаемые конструкции в фазовом пространстве. Это побудило Энона прибегнуть к приему, сравнимому с составлением схем Пуанкаре: ученый вообразил, что на одном конце галактики вертикально расположили плоский лист таким образом, чтобы каждая орбита, подобно лошади, минующей на скачках финишную черту, проходила сквозь него. Энон отмечал точку, в которой орбита пересекала плоскость, и прослеживал движение точки от одной орбиты к другой.

Энон отмечал точки вручную, но многие специалисты, применявшие подобную технику, уже работали с компьютером, наблюдая, как точки вспыхивают на экране, словно фонари, зажигающиеся один за другим с наступлением сумерек. Типичная орбита начиналась с точки в левом нижнем углу изображения, затем, при следующем обороте, точка на несколько дюймов смещалась вправо, новый оборот слегка отклонял ее вправо и вверх и т. д. Поначалу распознать какую-либо форму в этой

россыпи было трудно, однако когда количество точек переваливало за 10–12, начинала вырисовываться кривая, напоминающая своими контурами очертания яйца. Последовательно появляющиеся точки фактически образовывали вокруг кривой окружность, но, поскольку они не появлялись на том же самом месте, со временем, когда количество их возрастало до сотни или тысячи, кривая очерчивалась четко.

Описанные орбиты нельзя назвать полностью регулярными, так как они никогда с точностью не повторяются. Однако не будет ошибкой считать их предсказуемыми и далекими от хаотичных, ибо точки никогда не возникают внутри кривой или вне ее. Вернувшись к развернутому трехмерному изображению, можно отметить, что кривые рисуют контур тороида, или бублика, а схема Энона — его поперечное сечение. До поры до времени ученый лишь наглядно изображал то, что его предшественники считали уже доказанным, — периодичность орбит. В обсерватории Копенгагена почти двадцать лет, с 1910 по 1930 г., астрономы тщательно наблюдали и просчитывали сотни орбит, однако их интересовали лишь периодичные. «Я, как и другие в то время, был убежден, что все орбиты должны характеризоваться регулярностью», — вспоминал Энон. Однако, вместе со своим студентом-дипломником Карлом Хейльсом, он продолжал рассчитывать многочисленные орбиты, неуклонно увеличивая энергетический уровень своей абстрактной системы. И вскоре ему открылось нечто совершенно новое.

Сначала яйцеобразная кривая стала изгибаться, принимая более сложные очертания и образуя восьмерку. Затем она разбилась на несколько отдельных форм, напоминавших петлю (каждая орбита изгибалась петлей). Далее, на более высоких уровнях энергии, произошла еще одна внезапная метаморфоза. «Настала пора удивляться», — писали исследователи. Некоторые из орбит обнаружили такую нестабильность, что точки беспорядочно «скакали» по всему листу бумаги. В отдельных местах еще просматривались кривые, а кое-где точки уже не складывались в линии. Изображение впечатляло: очевидный законченный беспорядок, в котором ясно проглядывали остатки стабильности. Все вместе рисовало контуры, наводившие астрономов на мысли о неких «островках» или «гряде островов». Они пытались работать на двух разных компьютерах, пробовали иные методы интегрирования, но результаты упрямо не изменялись, и ученым оставалось только изучать и размышлять.

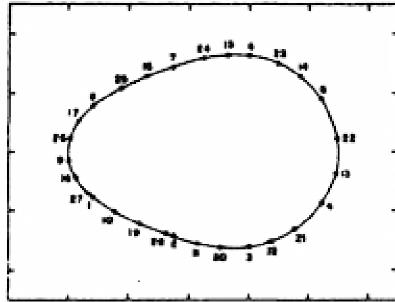
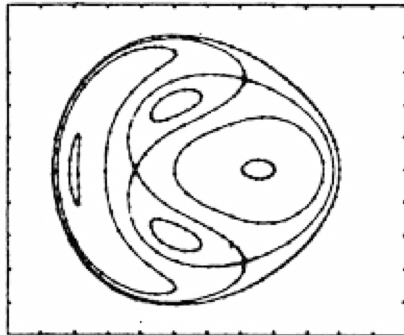
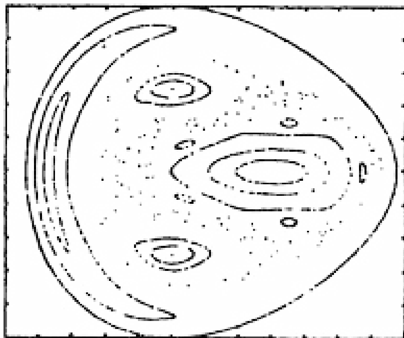


Рис. 5.5. Орбиты вокруг центра галактики. Пытаясь осмыслить траектории, описываемые звездами в пространстве галактики, М. Энон рассматривал пересечения орбит с плоскостью. Получавшиеся в итоге образы зависели от общего количества энергии в системе. Точки стабильной орбиты постепенно формировали непрерывную кривую, а на других уровнях энергии обнаруживалась сложная структура — смесь хаоса и упорядоченности, представленная зонами разброса точек.





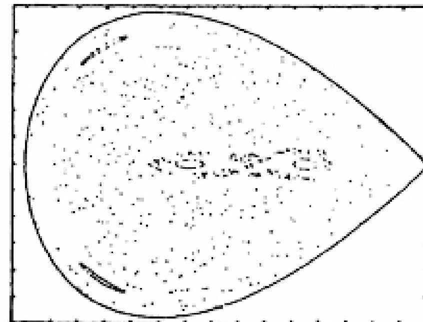


Рис. 5.5. Орбиты вокруг центра галактики. Пытаясь осмыслить траектории, описываемые звездами в пространстве галактики, М. Энон рассматривал пересечения орбит с плоскостью. Получавшиеся в итоге образы зависели от общего количества энергии в системе. Точки стабильной орбиты постепенно формировали непрерывную кривую, а на других уровнях энергии обнаруживалась сложная структура — смесь хаоса и упорядоченности, представленная зонами разброса точек.

Основываясь на собственных числовых данных, Энон и Хейльс предположили наличие глубокой структуры в полученных изображениях. Они выдвинули гипотезу, что при сильном увеличении появится все больше и больше мелких островков и, возможно, так будет продолжаться до бесконечности. Ощущалась острая необходимость в математическом

доказательстве. «Однако рассмотрение вопроса с точки зрения математики казалось не таким уж легким».

Энон обратился к другим вопросам, однако четырнадцать лет спустя, узнав о странных аттракторах Давида Руэлля и Эдварда Лоренца, астроном заинтересовался ими. В 1976 г. он уже работал в обсерватории Ниццы, расположенной высоко над уровнем Средиземного моря, на Большом Карнизе, и там услышал рассказ заезжего физика об аттракторе Лоренца. Гость, по его словам, пытался с помощью различных уловок прояснить изящную «микроструктуру» аттрактора, не добившись, впрочем, ощутимого успеха. Энон решил, что займется этим, хотя диссипативные системы и не входили в сферу его интересов («иногда астрономы относятся к ним с опаской — уж слишком они беспорядочны»).

Ему показалось разумным сконцентрироваться только на геометрической сущности объекта исследования, абстрагируясь от его физического происхождения. Там, где Лоренц и другие ученые применяли дифференциальные уравнения, описывающие непрерывные изменения в пространстве и времени, Энон использовал разностные, которые можно было рассматривать во времени раздельно. По его глубокому убеждению, ключом к разгадке являлись повторяющиеся операции растягивания и свертывания фазового пространства — те самые, что имитируют действия кондитера, который раскатывает тесто для пирожных, складывает его, затем, вновь раскатав, опять складывает, формируя таким образом хрупкую многослойную структуру. Энон, изобразив овал на листе бумаги и решив растянуть его, избрал для этой операции алгоритм, согласно которому каждая точка овала смещалась в новое положение на фигуре, которая аркой поднималась над центром. Выполняемая процедура была похожа на построение карты — точка за точкой овал превращался в «арку». Затем Энон начал вторую операцию — на сей раз сжатие, которое сдвигало внутрь бока арки, делая ее уже. А третье преобразование вернуло узкой фигуре ее прежние размеры, и она точно совпала с первоначальным овалом. Для целей вычисления все три построения могли быть объединены в одной-единственной функции.

По духу преобразования Энона повторяли идею «подковы» Смэйла. Вычисления, которых требовала вся процедура, отличались такой легкостью, что их можно было без труда выполнить на счетной машинке. Каждая точка имеет две координаты: x, обозначающую ее положение на горизонтальной оси, и y, задающую положение на оси вертикальной. Чтобы вычислить новое значение переменной x, необходимо взять предыдущее значение y, прибавить к нему 1 и вычесть предыдущее значение x в

квадрате, умноженное на 1,4. Для расчета значения *y* нужно умножить предыдущее значение *x* на 0,3. Таким образом, получаем: $x_{\text{новое}} = y + 1 - 1{,}4x^2$; $y_{\text{новое}} = 0{,}3x$. Энон почти наугад выбрал начальное положение и, взяв калькулятор, начал откладывать точки, одну за другой, пока их число не достигло нескольких тысяч. Затем с помощью компьютера IBM-7040 он быстро просчитал координаты пяти миллионов точек. Подобная операция доступна любому, поскольку здесь требуется лишь персональный компьютер с графическим дисплеем.

Сначала казалось, что точки беспорядочно «прыгают» по экрану, производя такой же эффект, что и сечение Пуанкаре, которое изображает трехмерный аттрактор, «блуждающий» туда-сюда по поверхности дисплея, но достаточно быстро проглядывает отчетливый контур, искривленный, словно плод банана. Чем дольше выполняется программа, тем больше появляется деталей. Кажется, что части рисунка имеют даже толщину. Однако в дальнейшем последняя распадается на две отчетливые линии, которые, в свою очередь, расходятся на четыре: две идут рядом, а две другие удалены друг от друга. Увеличив изображение, заметим, что каждая из четырех упомянутых линий включает в себя две и так далее, до бесконечности. Как и аттрактор Лоренца, аттрактор Энона обнаруживает бесконечное движение в обратном направлении, словно нескончаемая вереница матрешек, вложенных одна в другую.

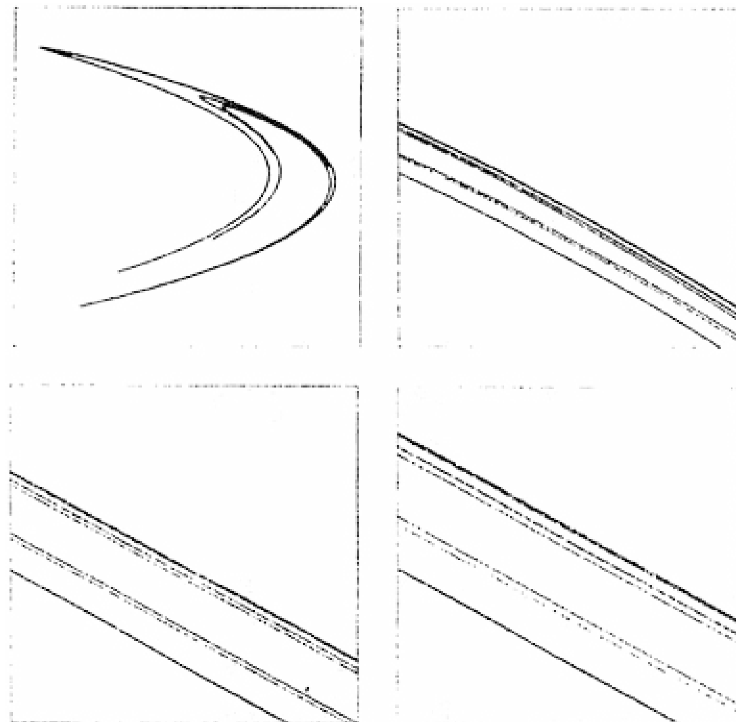


Рис. 5.6. Аттрактор Энона. Несложная комбинация складывания и растяжения породила аттрактор, легко просчитываемый, но тем не менее плохо понимаемый математиками. С появлением тысяч и миллионов точек возникает все больше и больше деталей. То, что кажется одной линией, при увеличении оказывается парой. Потом выясняется, что линий уже четыре. И все же невозможно предсказать, останутся ли две последовательно появившиеся точки рядом или расположатся далеко друг от друга.

Скрытая деталь — одни линии внутри других — в своей законченной форме может быть обнаружена в серии изображений, сделанных при все большем и большем увеличении. Однако сверхъестественное воздействие странного аттрактора можно ощутить и по-иному, наблюдая зарождение состоящей из точек формы, возникающей словно призрак из тумана. Появляющиеся точки столь беспорядочно «разбегаются» по поверхности экрана, что присутствие в их множестве какой-либо структуры, не говоря уже о столь запутанной и хрупкой, кажется невероятным. Любые последовательно обнаруживаемые точки находятся произвольно далеко друг от друга, так же как любые две точки в начале турбулентного потока располагаются рядом. Задав любое количество точек, невозможно предугадать, где появится следующая. Можно лишь предположить, что она будет находиться где-то в пределах аттрактора.

Точки с такой степенью случайности «разбредаются» перед глазами, а узор кажется столь эфемерным, что о принадлежности наблюдаемой формы к аттракторам поневоле забываешь. Эти очертания — отнюдь не любая траектория, описываемая динамической системой; по отношению к данной траектории все остальные сходятся в одну точку. Именно поэтому выбор начальных условий не имеет ровно никакого значения. Пока начальная точка лежит вблизи аттрактора, следующие несколько точек будут необычайно быстро сходиться к аттрактору.

Когда в 1974 г. Давид Руэлль приехал к Голлабу и Суинни в их скромную лабораторию, то обнаружилось, что теория и эксперимент у нее связаны весьма слабо. Актив был таков: немного математики, довольно смелой, но сомнительной в техническом отношении; один цилиндр с турбулентной жидкостью, поведение которой не особо примечательно, но явно противоречит общепринятой теории. Ученые провели всю первую половину дня за обсуждением исследований, а потом Суинни и Голлаб вместе с женами уехали в отпуск в Адирондакские горы, где у четы Голлаб был домик. Они не видели странный аттрактор своими глазами и не постигли многое из того, что происходит на пороге турбулентности, но

были твердо убеждены, что Ландау ошибся, а Руэлль гораздо ближе подошел к истине.

Странный аттрактор, этот фрагмент мироздания, ставший зримым благодаря компьютеру, начинался как простая вероятность. Он лишь отмечал собой ту сферу, куда не удалось проникнуть богатому воображению многих ученых XX века. Когда вычислительные машины сделали свое дело, специалисты поняли, что полученное изображение, словно лицо давно знакомого человека, мелькало везде: в мелодии турбулентных потоков, за флером подернувших небо облаков. Природа была обуздана. Казалось, беспорядок введен в русло, разложен на узоры, в которых подспудно угадывался общий мотив.

Прошли годы, и признание феномена странных аттракторов подготовило благодатную почву для революции в изучении хаоса, дав тем, кто занимался расчетами, ясную программу исследований. Странные аттракторы стали искать везде, где в явлениях природы ощущалась неупорядоченность. Многие утверждали, что основой погоды на планете Земля служит не что иное, как странный аттрактор. Другие, сведя воедино миллионы цифр из сводок фондовых бирж и обработав их на компьютерах, вглядывались в результаты в надежде обнаружить аттрактор и там.

В середине 70-х годов такие открытия еще принадлежали будущему. Тогда никто не увидел аттрактора в итогах проведенного опыта, а ведущие к нему тропы застилал туман. Странный аттрактор наполнял математическим содержанием неизвестные дотоле основные характеристики хаоса, в частности «сильную зависимость от начальных условий». «Смешение» являлось другим свойством, имеющим смысл, скажем, для конструктора реактивных двигателей, интересующегося оптимальной комбинацией топлива и кислорода, но никто не знал, как измерять такие характеристики, привязывая к ним числа. Странные аттракторы казались фрактальными, т. е. их истинная размерность была дробной. Никто не знал, как измерить ее или как использовать результаты подобных измерений для решения реальных задач инженерии.

Самое же главное — никто не мог сказать, приоткроют ли странные аттракторы завесу тайны над нелинейными системами. Все еще казалось, что, в отличие от систем линейных, легко решаемых и классифицируемых, нелинейные системы не поддаются классификации — не найти двух похожих. Ученые уже подозревали наличие у них общих свойств, но когда дело доходило до замеров и вычислений, каждая нелинейная система оказывалась вещью в себе. Постижение одной из них совершенно ничего не давало для проникновения в другую. Аттрактор Лоренца раскрывал

стабильность и скрытую структуру системы, которая при другом подходе казалась совершенно неструктурированной. Но каким образом эта двойная спираль могла помочь специалистам изучать объекты, не имеющие к ней никакого отношения? Никто не знал.

Все равно ученые ликовали. Открыватели новых форм поступались строгостью научного стиля. Руэлль писал: «Я не упомянул об эстетическом воздействии странных аттракторов. Эти клубки кривых и рои точек вызывают порой в воображении пышные фейерверки или загадочные галактики, иногда напоминают причудливо-странное буйство растений. Перед нами огромное царство неоткрытых форм и неведомого совершенства».

Глава 6
Всеобщность

Повторение этих линий несет золото;
Построение этого круга на земле
Несет ураганы, бури, громы и молнии.

К. Марло.

Трагическая история доктора Фауста

В нескольких десятках метров от вершины водопада кажется, будто плавно текущий поток предугадывает падение с огромной высоты: вода, содрогаясь, ускоряет свой бег, и, словно крупные пульсирующие вены, в потоке проступают отдельные струи. Неподалеку от потока стоит Митчелл Файгенбаум. Слегка вспотевший в своем пиджаке спортивного покроя и вельветовых брюках, он попыхивает сигарой. Ученый вышел прогуляться с друзьями, но они поторопились уйти вперед, к тихим заводям вверх по течению. Вдруг Файгенбаум начинает быстро вертеть головой, будто болельщик на турнире по пинг-понгу. «Можно сосредоточиться на чем угодно, на островке водяной пены, на любом объекте. Если быстро поворачивать голову, можно разглядеть всю внезапно ставшую различимой структуру поверхности и как бы почувствовать ее внутри себя… — Он делает очередную затяжку. — Впрочем, любой, кто хоть немного понимает в математике, при взгляде на бурную воду, или на облака, клубящиеся одно над другим, или на море во время шторма чувствует, что на самом деле не знает ровным счетом ничего».

Порядок среди хаоса… Так звучит старейший речевой штамп из языка науки. Идея скрытого единства и общей скрытой формы в природе занимала многих и роковым образом вселяла напрасные надежды в чудаков и псевдоученых. Когда Файгенбаум в 1974 г. впервые появился в Национальной лаборатории Лос-Аламоса, через год после того как ему исполнилось тридцать, он знал лишь одно: если физики собираются заняться этим вопросом, им, конечно, понадобится некая практическая основа, способ воплощения идей в вычислениях. Начало этой работы виделось весьма туманно.

Файгенбаума пригласил на работу Питер Каррутерс, спокойный,

добродушный с виду ученый-физик, прибывший в 1973 г. из Корнелла, чтобы возглавить теоретический отдел. Первым делом он уволил нескольких сотрудников (Лос-Аламос, в отличие от университетов, не обеспечивает свой персонал должностями на постоянной основе) и заменил их молодыми, подававшими надежды учеными, которых сам же и выбрал. Каррутерс — исследователь, взявший на себя управленческие функции, — был весьма амбициозен, но по собственному опыту знал, что настоящую науку нельзя планировать наперед.

О Файгенбауме его шеф говорил так: «Если бы где-нибудь в верхах, в Вашингтоне, вы заявили: „Турбулентность стоит нам поперек дороги, нам необходимо глубже изучить ее, ибо незнание сводит на нет шансы на прогресс во многих областях“, тогда, конечно, вы набрали бы большую команду и получили финансирование плюс мощный компьютер, способный выполнять объемные программы. И, весьма вероятно, вы ни к чему бы не пришли. И вот вместо всего, о чем я упомянул, у нас есть этот тихий парень. Разумеется, и ему иногда нужны совет и поддержка, но он делает преимущественно все сам». Каррутерс и Файгенбаум не раз обсуждали феномен турбулентности, но с течением времени шеф потерял былую уверенность. Он не совсем понимал, куда клонятся исследования его подчиненного. «Мне казалось, что он решил свернуть дело и обратиться к другим вопросам, но он занимался все той же проблематикой. Ею интересовались во многих научных дисциплинах — именно данным аспектом нелинейных систем. Сейчас уже никто не стал бы утверждать, что верной предпосылкой для их изучения является подготовка в области физики элементарных частиц, теории квантового поля и „групп перенормировки“. Никто даже не подозревал, что необходимо владеть общей теорией стохастических процессов и фрактальными структурами. Митчелл шел по правильному пути. Он предпринял верные действия в нужное время, более того — сделал свою работу первоклассно. Никаких частностей. Было найдено решение для всей проблемы».

Файгенбаум, приехав в Лос-Аламос, был глубоко убежден, что науке, в которой он работал, не удалось проникнуть в сложнейшую область нелинейных проблем. И несмотря на то что он еще ничего не открыл, его интеллект казался многим поразительным. Файгенбаум знал и часто со свойственным ему искусством применял наиболее спорные методы математического анализа, новую технологию вычислений на компьютере, ставившую в тупик большинство его коллег. Ему удалось сохранить веру в некоторые романтические идеи XVIII в., казавшиеся далекими от науки. Он надеялся создать дисциплину, которая стала бы новой, и начал с того, что,

отбросив в сторону мысли о сложности реального мира, обратился к самым простым нелинейным уравнениям, какие только мог найти.

Тайны Вселенной впервые заявили о себе четырехлетнему Митчеллу Файгенбауму после войны, через посредство радиоприемника в гостиной его родителей в Бруклине. Его ошеломляла одна мысль о том, что музыка звучит без всяких видимых причин. Это было совсем не то что граммофон. Уж в граммофонах-то Митчелл разбирался! Бабушка разрешала ему запускать проигрыватель на все семьдесят восемь оборотов.

Отец Митчелла, химик по образованию, работал в управлении Нью-Йоркского порта, затем перешел в компанию «Клэрол». Мать преподавала в городской муниципальной школе. Митчелл сначала решил выучиться на инженера-электрика — в Бруклине они зарабатывали неплохо. Затем понял, что предмет его интереса — радио — относится скорее к области физики. Файгенбаум принадлежал к тому поколению физиков, которое выросло во внешних районах Нью-Йорка и достигло больших высот, пройдя через известные муниципальные средние школы (в данном случае школу Самуэла Дж. Тилдена), а затем через Городской колледж.

Получить в Бруклине по-настоящему хорошее образование мог только человек, способный искусно лавировать между миром интеллекта и обыденностью. Мальчик рос невероятно общительным, поэтому, как ему казалось, в детстве его почти не обижали. Однако, осознав, что может и хочет учиться, он стал все больше и больше отдаляться от друзей. Обычные разговоры его уже не интересовали. Правда, был такой момент (случилось это во время последнего года обучения в колледже), когда юноша спохватился: молодость проходит. Митчелл сделал попытку восстановить контакт с окружающими. Он тихо сидел в кафетерии, прислушиваясь к болтовне студентов, и постепенно заново постиг почти всю науку общения с людьми.

Он закончил колледж в 1964 г. и продолжил образование в Массачусетском технологическом институте, где в 1970 г. получил докторскую степень, защитив диссертацию по физике элементарных частиц. Затем прошли четыре бесплодных года в Корнелльском университете и в Политехническом институте Виргинии. Бесплодными они были в смысле публикации работ на общепринятые темы, что представляло немалую важность для молодого университетского ученого: от постдокторантов ожидали в основном написания статей. Время от времени руководитель интересовался у Файгенбаума, как продвигаются дела с той или иной проблемой, и слышал в ответ: «А, это! Мне все понятно».

Каррутерс — ученый, способный на многое, — гордился своим умением отыскивать таланты. Он искал даже не интеллект, а какое-то творческое начало, подобное секрету некой потаенной железы, и всегда вспоминал случай с Кеннетом Вильсоном, еще одним застенчивым физиком из Корнелла, который, как всем казалось, не открыл абсолютно ничего. Между тем каждый, кому удавалось разговорить тихоню, убеждался, что Вильсон видит физику насквозь. Когда встал неизбежный вопрос о заключении бессрочного контракта с Кеном Вильсоном, тех, кто поставил на его скрытый интеллектуальный потенциал, оказалось большинство. Контракт заключили — и последовал взрыв: не две, не три, а целый поток работ буквально хлынул из-под пера Вильсона. Среди них оказалась и та, что принесла ему в 1982 г. Нобелевскую премию.

Вклад Вильсона в физику, наряду с работами двух других исследователей, Лео Каданоффа и Майкла Фишера, явился важнейшей предпосылкой теории хаоса. Каждый из троих, работая самостоятельно, по-своему представлял происходящее при фазовых переходах. Они изучали поведение вещества вблизи точки, где оно переходит из одного состояния в другое: из жидкого в газообразное, из немагнитного в магнитное. Фазовые переходы — своеобразные границы, разделяющие две области существования материи, — в математическом плане характеризуются как в высшей степени нелинейные феномены. Ровное и предсказуемое поведение вещества в одной из фаз обычно мало что дает для понимания переходов в целом. Горшок с водой в печи нагревается вполне стабильно до тех пор, пока не дойдет до точки кипения. Потом изменение температуры замедляется, и на уровне молекулярного взаимодействия жидкости и газа происходит нечто весьма загадочное.

Когда Каданофф занимался этим вопросом в 60-х годах, фазовые переходы ставили ученых в тупик. Представьте себе процесс намагничивания металлического бруска: по мере того как брусок переходит в магнитное состояние, он должен как бы определиться со своей ориентацией, которую выбирает произвольным образом. Этот выбор должна повторить каждая крошечная частица металла. Но как?

В процессе выбора атомы металла должны обмениваться друг с другом определенной информацией. С точки зрения Каданоффа, указанное сообщение наиболее наглядно может быть описано на языке масштабов. В сущности, он предположил, что металл разделен на небольшие ячейки, каждая из которых сообщается со своими ближайшими соседками, причем подобное сообщение можно описать так же, как и взаимодействие любого атома с близлежащими. Отсюда вытекает необходимость масштаба.

Наиболее удобно рассматривать металл как фракталоподобную модель, состоящую из ячеек различных размеров.

Теперь для полного воцарения идеи масштабирования требовались математический аппарат и детальное исследование реальных систем. Каданофф чувствовал, что взялся за нелегкое дело, но зато открыл мир изумительной красоты, рожденной универсальностью неписаных природных законов. Универсальность была налицо. Ведь такие, казалось бы, не связанные друг с другом феномены, как кипение жидкостей и намагничивание металлов, подчинялись одним и тем же правилам.

Кеннет Вильсон проделал немалую работу, связавшую все экспериментальные факты воедино в рамках теории «групп перенормировки». Он обеспечил физиков эффективным методом реальных вычислений характеристик реальных систем. Метод перенормировки, появившийся в физике в 40-х годах как раздел квантовой теории, сделал возможным расчеты взаимодействия электронов и протонов. Главной трудностью таких вычислений (как, впрочем, и тех, которые занимали Каданоффа и Вильсона) являлась бесконечность некоторых величин. Борьба с ней была занятием суетным и малоприятным, и Ричард Фейнман, Джулиан Швингер, Фримен Дайсон и другие физики ввели понятие о перенормировке, чтобы освободиться от бесконечностей.

Лишь намного позже, в 60-х годах, Вильсон докопался до причин успеха идеи перенормировки. Как и Каданофф, он размышлял над принципами масштабирования. Определенные характеристики (такие, например, как масса частицы) всегда считались постоянными, как и масса любого предмета, встречающегося нам в повседневной жизни. Принцип масштабирования быстро распространился благодаря тому, что трактовал величины вроде массы отнюдь не как постоянные. Масса и подобные ей характеристики в процессе перенормировки варьируются как в сторону уменьшения, так и в сторону увеличения в зависимости от масштаба, в котором их рассматривают. Эта идея, казавшаяся полной нелепостью, была точным аналогом рассуждений Мандельбро о геометрических формах и береговой линии Великобритании (о том, что их длину невозможно измерить вне зависимости от масштаба). Здесь присутствовала определенная доля относительности. Местоположение наблюдателя — близко ли он, далеко ли, на берегу моря или на космическом спутнике — влияло на результат. Мандельбро также заметил, что наблюдаемые при переходе от одного масштаба к другому перемены подчиняются определенным закономерностям, далеким от произвольности. Изменчивость общепринятых измерений массы или длины говорила о том,

что фиксированной остается некая величина иного типа. В случае с фракталами такой величиной было фрактальное измерение — инвариант, который можно рассчитать и использовать в качестве инструмента для дальнейших вычислений. Допущение, что масса может варьироваться в зависимости от масштаба, означало, что математики могут различить феномен подобия невзирая на масштаб явления.

Таким образом, когда возникает необходимость в трудоемких вычислениях, группы перенормировки Вильсона предлагают иной маршрут следования в дебрях сложных проблем. До этого единственным способом изучения в высшей степени нелинейных процессов являлась так называемая теория пертурбаций. Теория эта предполагает, что нелинейная проблема близка к определенной линейной задаче, которая может быть решена, и отстоит от нее лишь на расстояние небольшого «возмущения». Разрешив линейную задачу, мы должны прибегнуть к сложному набору операций с так называемыми диаграммами Фейнмана. Чем точнее нам нужно решить нелинейную задачу, тем больше таких громоздких диаграмм необходимо построить. Если повезет, расчеты приведут нас к решению, но удача — увы! — имеет привычку ускользать всякий раз, когда вопрос особенно интересен. Файгенбаум, как и любой молодой ученый, занимавшийся в 60-х годах физикой частиц, долгими часами строил вышеупомянутые диаграммы. В конечном счете он бросил это занятие, убедившись, что теория пертурбаций скучна, однобока и мало что объясняет. Зато он проникся симпатией к группам перенормировки Вильсона. Они, допуская внутреннее подобие, позволяли устранить некоторые сложности.

На практике же данная теория была не слишком доступной: чтобы выбрать верный способ вычислений и уловить внутреннее подобие, требовалось немало изобретательности. Впрочем, она исправно работала и, как заключил Файгенбаум, даже подвигала физиков на ее применение к проблеме турбулентности. В конце концов внутреннее подобие стало ключом к турбулентности с ее многочисленными колебаниями и завитками. Но о пороге турбулентности, о таинственном моменте, когда упорядоченная система превращается в хаотичную, теория Вильсона как будто ничего не говорила. В частности, не находилось доказательств тому, что данный переход подчиняется закономерностям масштабирования.

Еще в аспирантуре Массачусетского технологического института Файгенбаум приобрел полезный навык, к которому прибегал затем на протяжении многих лет. Однажды он прогуливался с друзьями близ

водохранилища Линкольна, что в Бостоне. Привычка гулять по четыре-пять часов выработалась у него давно; она позволяла настраивать мозг на разнообразные впечатления и мысли, приходившие в голову. В тот раз он покинул приятелей и шел один. Миновав группу людей, устроивших в парке пикник, и отдаляясь от них, Митчелл часто оглядывался — прислушивался к звукам голосов, наблюдал жестикуляцию при разговорах, движения рук во время еды. Внезапно он ощутил, что переступает некую границу: фигуры стали слишком крошечными, их действия и движения — бессмысленными, случайными. До него доносились слабые, потерявшие всякий смысл звуки.

Непрестанное движение и непонятная суета жизни… Файгенбаум вспомнил слова Густава Малера. Они выражали те чувства, которые композитор попытался воплотить в третьей части своей Второй симфонии. *Словно движения танцующих пар в залитом светом зале, в который вглядываешься из ночной темноты, стоя на расстоянии, откуда музыки уже не слышно… Кажется, что жизнь совсем не имеет смысла.* Файгенбаум слушал Малера и вчитывался в Гёте, обуреваемый высокими романтическими порывами. Именно «Фаустом» Гёте он наслаждался больше всего, впитывая мир великого поэта, который сочетал страстность с блестящим умом. Не будь он столь романтически настроен, пожалуй, оставил бы без внимания испытанное им на прогулке смятение. В конце концов, почему бы объектам, рассматриваемым с больших расстояний, не казаться малыми, утратившими свое значение? Физические законы предлагали весьма тривиальное объяснение их сжатия. Однако при более глубоких раздумьях связь между сокращением размеров и потерей объектом своего значения казалась уже не столь очевидной. Почему вещи, уменьшаясь, становятся непостижимыми?

Файгенбаум вполне серьезно попытался осмыслить этот факт с позиций теоретической физики, используя предлагаемый ею научный аппарат. Он задался вопросом, что можно сказать о механизме восприятия человеческого мозга. Предположим, наблюдая за поведением людей, мы делаем о нем определенные выводы. Как человеческий мозг рассортирует огромное количество информации, доступное органам чувств? Ясно — или почти ясно, — что в мозгу не содержится прямых копий окружающего мира. Там не существует «собрания» форм и идей, с которыми можно сравнить воспринимаемые образы. Информация, которая хранится внутри нас, весьма пластична, что делает возможными совершенно фантастические сопоставления и скачки воображения. В ней присутствует доля хаоса. Мозг, кажется, более гибок, чем наводящая в нем порядок

классическая физика.

В то же время Файгенбаум размышлял и о феномене цвета. Некоторые дебаты по этому поводу в начале XIX века были вызваны разногласиями последователей Ньютона в Англии и Гёте в Германии. Сторонникам Ньютоновой физики идеи Гёте представлялись околонаучным бредом. Великий немец отказался от рассмотрения цветности как постоянной характеристики, измеряемой с помощью спектрометра и фиксируемой, словно пришпиленная к картону бабочка; по утверждению Гёте, цвет зависит, скорее всего, от восприятия. «Слегка склоняясь то в одну, то в другую сторону, природа колеблется в предписанных ей пределах, — отмечал он, — и таким образом появляются все многообразные состояния явлений, которые представлены нам во времени и пространстве».

Пробным камнем теории Ньютона явился его эксперимент с призмой, которая расщепляет пучок белого света на радугу цветов, распределенных по всему видимому спектру; Ньютон понял, что именно эти чистые цвета должны являться простейшими компонентами, при смешивании которых получается белый цвет. Далее с присущей ему проницательностью он предположил, что цвета соответствуют определенным частотам. По его представлениям, их порождали некие колеблющиеся частицы-корпускулы, воспроизводящие цвета пропорционально скорости колебаний. В эпоху Ньютона подобную идею подтверждало настолько мало доказательств, что она казалась одновременно и неоправданной, и блестящей. Что есть красное? Для физика наших дней это электромагнитное излучение с определенной длиной волны. Он не сомневается, что к настоящему времени верность соображений Ньютона была доказана тысячи раз, тогда как трактат Гёте о феномене цвета благополучно почил в бозе. Когда Файгенбаум занялся поисками, то обнаружил, что одна-единственная копия из библиотеки Гарварда пропала.

Все же отыскав работу, Митчелл выяснил, что Гёте, изучая цвет, провел ряд необычных экспериментов. Начал он, как и Ньютон, с обыкновенной призмы. Ньютон держал призму перед источником света, проецируя расщепляющийся пучок на белую поверхность, Гёте же, приложив призму к глазу, посмотрел сквозь нее и не увидел никакого цвета. Ни радуги, ни отдельных оттенков. Разглядывание сквозь призму белоснежной поверхности или ясного голубого неба давало тот же результат — полное единообразие.

Но если на белой поверхности появлялось едва заметное пятнышко или небо застилали облака, Гёте видел цветовую вспышку. Это дало ему повод заключить, что источником цвета является «чередование света и

тени». Он начал исследовать, как люди воспринимают тени, отбрасываемые предметами, которые окрашены в разные цвета. В серии тщательно поставленных опытов использовались свечи и карандаши, зеркала и цветное стекло, свет Луны и Солнца, кристаллы, жидкости и цветные диски. Например, зажигая свечу перед листом белой бумаги в сумерках, экспериментатор держал в руках карандаш. Тень, отбрасываемая карандашом, имела чистый голубой цвет. Почему? Бумага белого цвета воспринимается как белая и в угасающем дневном свете, и в теплом мерцании свечи. Каким образом тень разделяет белое на зоны голубого и красновато-желтого цветов? Цвет, доказывал Гёте, представляет собой «степень темноты, близкую к тени». Переведя это на современный язык, можно сказать, что источник цвета есть состояние границы света и тени и ее особенности.

Так, где Ньютон был редукционистом, Гёте придерживался холизма. Ньютон разбил цвет на составляющие и нашел самое основное физическое объяснение этому феномену. Гёте же, наслаждаясь видами цветущих садов и изучая живописные полотна, искал всеобъемлющее, окончательное толкование интересующего его явления. Ньютон подогнал свою теорию цвета под математическую схему, характерную для всей физики, а Гёте, к счастью или к несчастью, ненавидел математику.

Файгенбаум убедился в том, что идеи Гёте о явлении цвета верны. Эти идеи напомнили ему популярную среди некоторых психологов точку зрения, которая различает суровую реальность и субъективно-изменчивое ее восприятие. Цвета, воспринимаемые человеком, изменяются от случая к случаю, от человека к человеку, в чем несложно убедиться. В понимании Файгенбаума, в идеях Гёте, эмпирических и весьма определенных, таилось гораздо больше истинной научности. Вновь и вновь экспериментатор подчеркивал повторяемость своих опытов, ибо для него именно восприятие цвета являлось всеобщим и объективным. Какие научные доказательства, не зависящие от нашего восприятия, существуют для определимого и реального красного?

Файгенбаум задался вопросом, какого рода математический формализм должен соответствовать человеческому восприятию, особенно тем его видам, которые отсеивают суетное многообразие полученного опыта, обнаруживая всеобщие свойства. Красное не обязательно является светом определенной частоты, как представлялось последователям Ньютона; это территория хаотичного мира, границы которого не так-то просто описать. И все же наш ум находит красное с устойчивым и проверенным постоянством. Таковы были мысли молодого ученого-физика,

далекие, казалось бы, от проблем турбулентности в жидкостях. Но все же для постижения механизма отбора человеческим мозгом необходимого в хаосе восприятия первостепенным является понимание того, как беспорядок может породить всеобщность.

Файгенбаум, начав в Лос-Аламосе размышлять над феноменом нелинейности, понял, что из долгих лет своего обучения он, в сущности, не почерпнул ничего полезного. Решить систему нелинейных дифференциальных уравнений, не придерживаясь примеров из учебника, казалось невозможным. Способ пертурбаций с его последовательными корректировками идеализированной задачи, которая, как предполагалось, находится близко к реальной проблеме, выглядел довольно глупым. Ознакомившись с рядом руководств по нелинейным потокам и колебаниям, ученый сделал вывод, что сколько-нибудь разумному физику они мало чем помогут. Имея в своем распоряжении лишь карандаш и бумагу для вычислений, Файгенбаум решил начать с аналога простого уравнения, рассмотренного в свое время Робертом Мэем применительно к биологии популяций.

С таким уравнением — его можно записать как $y = r (x — x^2)$ — ученики средней школы знакомятся в курсе алгебры при построения параболы. Каждое значение x дает новое значение y, а полученная в результате кривая выражает связь между x и y в определенном диапазоне значений, при x, меняющемся от нуля до r. Если x (численность популяции в текущем году) мала, то y (численность популяции в следующем году) также будет невелика, но больше, чем x. Кривая резко поднимается вверх. Если значение x находится в середине диапазона, то в этом случае значение y велико. Но парабола выравнивается близ своей вершины и начинает снижаться так, что если значение x велико, значение y вновь мало. Именно это и является эквивалентом скачков численности популяции в экологическом моделировании, предотвращая ничем не ограниченный рост.

Для Мэя, а затем и для Файгенбаума главное заключалось в том, чтобы произвести это простое вычисление не один раз, а повторять его бесконечно, как в «петле обратной связи». Итоги одного подсчета служили исходными данными для следующего. Для графического представления результатов парабола оказывалась незаменимой. Надо было выбрать начальную точку на оси x, провести перпендикуляр вверх до пересечения с параболой, найти соответствующее значение на оси y и принять его за новое значение x. И так далее и тому подобное… Результат сначала будет «скакать» от одной точки к другой, а потом, вероятно, установится на

уровне устойчивого равновесия, где значения *x* и *y* равны, т. е. численность популяции останется неизменной.

Казалось, нельзя было найти ничего более далекого от сложных расчетов теоретической физики. Вместо единовременного решения запутанной системы одна и та же простая операция повторялась вновь и вновь. Ставящий подобные опыты с числами скорее *наблюдатель*, словно химик, который следит за ходом реакции, бурлением внутри мензурки. Результат являл собой ряд чисел, не всегда достигавший в итоге стабильного значения: он мог завершиться и скачками значения в некотором интервале, или, как разъяснял Мэй своим коллегам, ряд мог продолжать изменяться совершенно хаотичным образом и настолько долго, насколько хватит терпения за ним наблюдать. Поведение числового ряда зависело от выбранного значения параметра.

Выполняя расчетную часть своих исследований, которую едва ли можно было назвать экспериментом, Файгенбаум одновременно пытался анализировать нелинейные функции с более традиционных, теоретических позиций. Даже тогда он не смог увидеть всю полноту возможностей, которые открывали уравнения. Тем не менее ученый понял, что возможности эти весьма сложны и анализ их окажется довольно трудоемким. Три математика из Лос-Аламоса — Николас Метрополис, Пол Стейн и Майрон Стейн — изучали в 1971 г. похожие алгоритмы, и теперь Пол Стейн предупредил Файгенбаума, что они заставляют поломать голову. Если анализ результатов решения простейшего уравнения оказался столь трудным, чего же было ожидать от гораздо более запутанных формул, которыми описываются *реальные* системы? И Файгенбаум отложил проблему в долгий ящик.

Этот эпизод из краткой летописи хаоса, история, заварившаяся вокруг одного-единственного, безобидного, на первый взгляд, уравнения, показывает, какими разными глазами ученые смотрят на одну и ту же проблему. Для биологов уравнение было знаком того, что простые системы способны на сложное поведение. Для математиков вопрос заключался в создании совокупности топологических моделей вне всякой связи с численными результатами. Они начинали процедуру «обратной связи» в определенной точке и наблюдали, как следующие одно за другим значения «прыгают» на параболе от ветви к ветви. По мере их движения справа налево ученые фиксировали наблюдаемую последовательность правостороннего (*П*) и левостороннего (*Л*) движений: итерация № 1 — *П*; итерация № 2 — *ПЛП*; итерация № 193 — *ПЛЛЛЛЛПЛЛ*… Математику подобные опыты могли поведать много интересного, но физику они

казались утомительными и довольно туманными.

В то время никто не догадывался, что Лоренц еще в 1964 г. рассматривал то же уравнение, пытаясь разрешить один вопрос, касавшийся климата. Вопрос этот был столь глубок, что почти никому не приходил в голову. Никто не задумывался, *а существует ли климат*, можно ли вывести долгосрочные средние значения погодных характеристик для определенных зон земного шара? Тогда, как и сейчас, большинство метеорологов считали, что ответ очевиден: конечно, любая поддающаяся измерению величина — неважно, какие она демонстрирует колебания, — должна иметь некое среднее. Если же вдуматься, все далеко не так ясно. Лоренц указывал, что средняя погода на Земле в течение последних 12 тысяч лет заметно отличалась от средних климатических условий предыдущих 12 тысяч лет, когда почти вся Северная Америка лежала под ледяным покровом. Значило ли это, что переход от одного климата к другому произошел в силу физических причин? Или упомянутые временные отрезки были периодами отклонений от стабильных долгосрочных погодных условий? А может, система, подобная погоде, *никогда* не усредняется?

Лоренцу не давал покоя еще один вопрос. Допустим, мы можем записать полный набор уравнений, управляющих погодой на земном шаре. Допустим, нам ведомы законы самого Господа Бога. Можем ли мы использовать эти уравнения для расчета среднестатистического уровня температур или осадков? Если уравнения линейные — конечно да. Но они, увы, нелинейны. И Лоренц был вынужден изучить квадратичное разностное уравнение.

Как и Мэй, Лоренц прежде всего выяснил, что происходит, если задавать разные значения параметра. При низких значениях числовой ряд достигал стабильной фиксированной точки, т. е. модель климата вела себя абсолютно предсказуемо: погода никогда не изменялась. Умеренный рост значения параметра провоцировал колебания между двумя точками, но и в этом случае система также усреднялась. За определенной чертой появлялся хаос. Поскольку Лоренц занимался проблемой климата, его интересовало не только то, приведет ли обратная связь к периодическому поведению, — он хотел знать среднее значение полученного результата. Лоренц выяснил, что среднее тоже подвержено колебаниям. При незначительном варьировании параметра оно могло изменяться довольно существенно. Аналогично и земной климат мог никогда не знать прочного равновесия.

Как математический труд статья Лоренца о климате была неудачной. Автор ничего не доказал в общепринятом смысле слова. Как физическое

исследование она также не выдерживала критики, ибо не объясняла, почему такая простая модель позволяет сделать выводы о климате земного шара. Однако Лоренц был уверен в своей правоте. «Автор чувствует, что подобное сходство не простая случайность. Нам известно, что разностное уравнение охватывает многое в математике, если не в физике, описывая переходы от одного режима к другому и фактически весь феномен нестабильности». Даже двадцать лет спустя никто не мог понять, какие интуитивные ощущения подвигли Лоренца на публикацию такого отчаянно смелого утверждения в шведском метеорологическом журнале «Теллус». («„Теллус“! Да его же никто не читает!» — с горечью восклицали физики.) Лоренц стоял на пороге глубочайшего проникновения в особенности хаотических систем — слишком глубокого, чтобы сущность его можно было передать на языке метеорологии.

Продолжая изучать изменчивые лики динамических систем, Лоренц осознал, что зависимости чуть более сложные, чем квадратичная, способны внезапно обнаруживать иные типы структур. Внутри отдельно взятой системы нередко таилось не одно устойчивое решение. Если система довольно долго демонстрировала лишь один тип поведения, это не означало, что ей в равной мере не присущ совершенно иной тип поведения. Подобные системы именуют непереходными (интранзитивными); они могут находиться или в одном, или в другом состоянии равновесия, но никак не в обоих сразу, и лишь толчок извне способен заставить систему изменить свое состояние. Если искать примеры в обыденной реальности, часы с маятником являются как раз интранзитивной системой. Энергия поступает в нее постоянно от подвеса или от батареи через механизм регулятора хода, и с тем же постоянством энергия уходит из системы из-за потерь на трение. Очевидным состоянием равновесия являются устойчивые колебательные движения. Если кто-то, проходя мимо, толкнет часы, скорость колебаний маятника от кратковременного толчка увеличится или уменьшится, но он быстро вернется в состояние равновесия. Наряду с первым часы испытывают и другое равновесное состояние (второе решение для уравнений их движения), когда маятник висит неподвижно. Менее тривиальной интранзитивной системой, которой, возможно, свойственно несколько четко обозначенных и совершенно различных вариантов поведения, является климат.

Ученым, изучающим климат и использующим компьютерные программы для моделирования долгосрочного поведения атмосферы и гидросферы Земли, уже несколько лет назад стало известно, что их модели способны демонстрировать как минимум два состояния равновесия,

различающихся коренным образом. Один из этих сценариев, весьма драматический, не был реализован ни в одну из минувших геологических эпох. Как бы то ни было, он остается вторым верным решением системы уравнений, управляющих земной погодой. Некоторые специалисты называют его климатом Белой Земли — планеты, континенты которой погребены под снегами, а океаны скованы льдом. Ледовая корка отражала бы около 70 % солнечных лучей и оставалась бы чрезвычайно холодной. Нижний слой атмосферы — тропосфера — был бы гораздо тоньше. Штормы, проносившиеся над шапками снега и глыбами льда, уступали бы по силе тем бурям, что мы наблюдаем сейчас. В общем, подобный климат гораздо менее располагал бы к появлению и развитию жизни, чем реальный. Компьютерные модели настолько часто приходят к состоянию Белой Земли, что ученые сами удивляются, почему оно никогда не наступало. Вероятно, это лишь дело случая.

Для того чтобы вся Земля оделась во льды, необходим мощный толчок извне. Но Лоренц описал еще один тип поведения, названный им «квазиинтранзитивностью». В течение длительного времени система ведет себя примерно одинаково, флуктуации остаются в определенных границах; затем, без какой бы то ни было причины, система резко меняет свое поведение, все еще колеблясь, но обнаруживая уже другое среднее. Создатели компьютерных моделей прекрасно знают об открытии Лоренца, но стараются любой ценой избежать квазиинтранзитивности, поскольку она слишком непредсказуема. Ученые стремятся строить модели, тяготеющие к тому равновесию, которое мы наблюдаем каждый день в реальной жизни. Значительные перемены в погодных условиях они склонны объяснять внешними причинами, например изменением орбиты обращающейся вокруг Солнца планеты. И все же не нужно много фантазии, чтобы увидеть в квазиинтранзитивности вполне убедительные объяснения того, почему в истории Земли случались ледниковые периоды, наступавшие через случайные интервалы времени. Если это объяснение действительно справедливо, нет нужды доискиваться до физических предпосылок оледенения. Ледниковый период может быть побочным продуктом хаоса.

Как коллекционер огнестрельного оружия в эпоху автоматов и базук с тоской вспоминает «кольт» сорок пятого калибра, так и в глубине души современного ученого таится легкая ностальгия по ручному калькулятору модели HP-65. За несколько лет полного господства этому вычислительному устройству удалось навсегда изменить привычки многих

исследователей. Для Файгенбаума же счетная машина перекинула мостик от карандаша и бумаги к компьютеру, не сразу оцененному по достоинству служителями науки.

Он еще ничего не знал о Лоренце, но летом 1975 г. на встрече в Аспене, штат Колорадо, услышал рассуждения Стива Смэйла о некоторых свойствах квадратичных разностных уравнений. Смэйл считал открытием некоторые весьма волнующие вопросы о переходе модели от периодичного к хаотическому состоянию. Он не утратил свое отменное чутье на действительно стоящие проблемы. Файгенбаум решил взглянуть на уравнение еще раз. Вооружившись калькулятором, он применил сочетание аналитической алгебры и численных методов, чтобы обозреть свою модель, и главным образом — пограничную зону между хаосом и стабильностью.

В поисках аналогий Файгенбаум мог обратиться к той таинственной границе, что отделяет плавное течение жидкости от турбулентного. Именно к данному участку Роберт Мэй пытался привлечь внимание биологов, которые не замечали, что популяции животных переживают не одни лишь упорядоченные циклы. На пути к хаосу в указанной зоне возникает целый каскад раздвоения периодов: расщепление двух на четыре, четырех — на восемь и т. д., представляющее собой весьма удивительную картину. Именно в точках бифуркации некоторое увеличение плодовитости особей могло привести к смене четырехгодичного цикла популяции непарного шелкопряда восьмигодичным. Файгенбаум решил начать с подсчета точных значений параметра, порождавших расщепления.

В конце концов к открытию ученого привело, как ни странно, низкое быстродействие калькулятора. Казалось, расчеты точного значения параметра для каждого удвоения периодов растягиваются на века, хотя на самом деле вычисления занимали считанные минуты. Однако чем выше поднимался Файгенбаум по цепочке циклов, тем больше времени требовали операции с числами. Имей ученый мощный компьютер и печатающее устройство, он, пожалуй, не заметил бы никакой закономерности, но ему приходилось записывать результаты вручную и, пока калькулятор работал, размышлять над ними. Чтобы сэкономить время, он просто-напросто пытался угадать, каким будет следующее значение.

И вдруг Файгенбаум увидел, что гадать уже незачем. В системе пряталась неожиданная упорядоченность, числа приближались друг к другу, словно столбы высоковольтной линии, сходящиеся на горизонте в точку, — удвоения периодов не просто ускорялись, а ускорялись с постоянным коэффициентом.

Почему так происходило? Обычно появление геометрической

сходимости предполагает, что в определенном месте некий объект повторяет сам себя в различных масштабах. Если внутри изучаемой системы таилась подобная масштабная модель, это было очень любопытно. Никто еще такого не наблюдал. Файгенбаум, рассчитав коэффициент конвергенции с наибольшей точностью, какая могла быть достигнута с имевшимся у него калькулятором (три цифры после запятой), получил следующий результат: 4,669. Имел ли данный коэффициент какой-либо математический смысл? Файгенбаум сделал то, что на его месте сделал бы любой ученый, хоть немного интересующийся числами: он провел остаток дня, пытаясь подогнать получившийся итог под известные постоянные: π, *e* и другие, но это ни к чему его не привело.

Удивительно, но позже Роберт Мэй понял, что он тоже наблюдал подобную геометрическую сходимость, однако забыл о ней столь же быстро, сколь мимолетно она промелькнула перед его глазами. С точки зрения эколога, это был не более чем специфический вычислительный эффект. В системах реального мира — популяциях животных и даже в некоторых экономических моделях — любые четкие закономерности неизбежно исчезали в шумах. Та самая неупорядоченность, которая до сих пор служила ученому путеводной нитью, заставила его остановиться на пороге открытия. Никогда бы ему не пришло в голову, что числовые тонкости столь важны.

Но Файгенбаум прекрасно понимал, к чему привели его вычисления, поскольку геометрическая сходимость указывала на присутствие в уравнении чего-то *масштабного*, а Митчелл в полной мере сознавал существенность масштаба, от которого, по сути, зависела вся теория перенормировки. В явно неуправляемой системе масштабность свидетельствовала о том, что определенное качество сохраняется, в то время как все остальные претерпевают изменения. Итак, где-то в изучаемом уравнения пряталась упорядоченность. Но где именно? Куда идти дальше, сказать было сложно.

Лето быстро сменяется осенью, которая сильно чувствуется в разреженном воздухе Лос-Аламоса. Уже подходил к концу октябрь, когда Файгенбауму пришла в голову странная мысль. Он знал, что Метрополис, Пол Стейн и Майрон Стейн, рассматривая описанное выше уравнение и другие, выяснили, что определенное поведение повторяется при переходе от одного типа функции к другому. Обнаруживались те же сочетания знаков «П» и «Л», причем в том же порядке. Одна из исследованных ранее функций включала синус, из-за чего тщательно разработанный Файгенбаумом подход к изучению параболы оказался неподходящим. Ему

пришлось начать заново; вновь используя свой HP-65, он начал рассчитывать удвоения периодов для функции $x_{t+1} = r \sin \pi x_t$. Расчет тригонометрической функции значительно замедлял вычислительную процедуру, и Файгенбауму пришла мысль использовать сокращенный вариант уравнения. И вновь, задав наибольшую возможную точность, он получил результат с тремя цифрами после запятой: 4,669.

То же число! Невероятно, но данная тригонометрическая функция не просто обнаруживала последовательную геометрическую регулярность. Наблюдаемый эффект оказался численно *идентичным* упорядоченности гораздо более простой функции! Ни математика, ни физика не объясняли, каким образом два столь различных по форме уравнения приводили к одинаковому результату.

Файгенбаум связался с Полом Стейном, но тот не поверил в подобное совпадение, посчитав доказательства недостаточными, — в конце концов, точность калькулятора оставляла желать лучшего. Несмотря на это Файгенбаум позвонил своим родителям в Нью-Джерси и сообщил, что столкнулся в своих исследованиях с весьма глубоким вопросом. Этот вопрос, объявил он матери, скоро сделает его, Файгенбаума, знаменитым. Затем он приступил к изучению других функций — всех, которые, по его мнению, также проходили через последовательность разветвлений на пути к хаосу. Вычисления давали неизменно тот же итог — 4,669.

Файгенбаум имел дело с цифрами всю свою жизнь. Еще подростком он научился рассчитывать логарифмы и значения синусов, которые все остальные искали в таблицах. Вместе с тем он даже не представлял, как использовать в исследованиях иное счетное устройство, кроме ручного калькулятора. Митчелл относился к тем многочисленным физикам и математикам, которые презирали свойственное компьютеру механистическое мышление. И вот час компьютера пробил! Файгенбаум обратился к коллеге с просьбой научить его программированию на Фортране и уже к вечеру для каждой из множества взятых им функций подсчитал свою постоянную с точностью до пяти цифр после запятой — 4,66920. Проштудировав ночью правила вычислений с двойной точностью, Файгенбаум на следующий день получил значение 4,6692016090. Этого было достаточно, чтобы убедить Стейна, но самого Митчелла все еще одолевали сомнения. Он намеревался искать упорядоченность — квинтэссенцию математики. Однако, приступая к делу, ученый уже *знал*, что некоторым типам уравнений, как и отдельным физическим системам, присущи особые свойства. Конечно, уравнения были довольно простыми

— квадратичные и тригонометрические, функционально разные, но вполне тривиальные с математической точки зрения. И все же содержалось в них нечто такое, что из раза в раз рождало одно-единственное число. Что это, гадал Файгенбаум, игра случая — шутка мироздания или новый закон природы?

Представьте себе такую ситуацию: доисторический мыслитель обнаружил, что некоторые объекты тяжелее всех остальных и обладают неким абстрактным качеством, которое он назвал *весом*. Конечно же, сию мысль необходимо научно обосновать. Наш экспериментатор на самом деле никогда еще не измерял вес, но вроде бы кое-что ему понятно. Он смотрит на огромных змей и крошечных змеек, на больших медведей и маленьких медвежат и догадывается, что размер животного, должно быть, связан каким-то образом с его весом. Построив весы, он начинает взвешивать змей. К его удивлению, все змеи весят одинаково. С медведями та же история, но что удивительнее всего — косолапые весят столько же, сколько змеи — 4,6692016090! Ясно одно: *вес* является вовсе не тем, что полагал пытливый ум. Вся идея требует переосмысления.

Струящиеся ручьи, качающиеся маятники, электронные осцилляторы и множество других физических систем испытывают переход на пути к хаосу. Хотя такие переходы весьма сложны для анализа, механизмы функционирования систем довольно хорошо изучены. Физики знают уравнения, которые описывают эти системы, но перебросить мост от уравнений различного вида к глобальному долгосрочному поведению объектов не удается. Открытие Файгенбаума подсказывало, что дело не в уравнениях: с появлением порядка вид уравнения терял свою значимость, и независимо от него результат получался один и тот же. «Традиция физики такова, что мы обособляем и детализируем механизмы явления, а затем исследуем их по отдельности, — пояснял Файгенбаум. — В данном же случае мы знаем верные уравнения, но они нам не помогут. Суммировав все микроскопические фрагменты, мы выясним, что не можем распространить их на длительный период, потому что не они важны в интересующей нас проблеме. И это коренным образом меняет смысл выражения *знать что-либо*».

И хотя связь между вычислениями и физикой казалась весьма проблематичной, Файгенбаум понял, что должен искать новый способ расчетов сложных нелинейных проблем. До сих пор он занимался перебором различных функций, пытаясь подыскать среди них подходящую для моделирования систем. Открытие некой всеобщности означало, что избранный путь ведет в никуда. Регулярность никоим образом не касалась

синусов, не имела ничего общего с параболами или с другими отдельно взятыми функциями. Почему? Это был шок! Природа, на мгновение отдернув занавес, позволила нам украдкой взглянуть на неожиданную упорядоченность. Но что еще пряталось за покровом тайны?

Озарение явилось Файгенбауму в образе двух небольших волнистых форм и еще одной, покрупнее. И ничего больше. Лишь яркое и четкое изображение, словно врезавшееся в сознание. Верхушка айсберга, отголосок мыслительных процессов, происходивших где-то на уровне подсознания; он был связан с масштабированием и указывал верный путь.

Файгенбаум изучал аттракторы. Устойчивое равновесие, о котором говорили его графики, являлось фиксированной точкой, притягивавшей, в свою очередь, другие. Не имело значения, какова начальная «популяция», — она все равно неуклонно приближалась к аттрактору. Затем, с первым раздвоением периодов, аттрактор, подобно делящейся клетке, раздваивался. Первоначально две эти точки находились совсем рядом, но по мере роста значения параметра они отдалялись друг от друга. Затем происходило следующее расщепление периодов, и каждая точка аттрактора вновь начинала делиться. Число — инвариант, полученный Файгенбаумом, — позволило ему предугадывать, *когда именно* это произойдет. Ученый обнаружил, что может прогнозировать этот эффект для сложнейшего аттрактора — в двух, четырех, восьми точках… Говоря языком экологии, он мог прогнозировать действительную численность, которая достигается в популяциях во время ежегодных колебаний. Кроме того, здесь наблюдалась некая сходимость: все числа также подчинялись закону масштаба.

Файгенбаум занимался изучением давно забытой пограничной области между физикой и математикой. Какой из двух дисциплин принадлежит его работа, определить было нелегко. С одной стороны, его труд не принадлежал математике, ибо *ничего не доказывал*. Конечно, ученый оперировал числами, но математик относится к ним так же, как банкир к мешкам со звонкой монетой. Номинально эти металлические кругляши — предмет труда финансиста, но они мелковаты, и возни с ними не оберешься. Идеи — вот настоящая валюта математики! Изыскания Файгенбаума относились скорее к области физики, причем, как ни странно, физики экспериментальной.

Не мезоны и кварки, а числа и функции являлись объектом внимания ученого. Они тоже имели траектории и орбиты. Ему приходилось исследовать их поведение. Используя термин, который позже станет

ходовым в новой науке, можно сказать, что Файгенбауму требовалось *добиться интуитивного прозрения*, которое отлилось бы в теорию и методологию. Спектрометр, ускоритель частиц и пузырьковую камеру ему заменил компьютер. Обычно пользователь формулирует задачу, программирует ее, вводит в вычислительную машину и ждет решения — одного для каждой конкретной проблемы. Файгенбаум и те, кто шел по его стопам, нуждались в большем. Требовалось повторить проделанное Лоренцем — создать миниатюрные вселенные и наблюдать за их эволюцией. Затем, меняя то или иное свойство, исследователи могли проследить, как меняются пути развития. В конечном счете они убедились, что крошечные изменения определенных качеств могут повлечь за собой значительные метаморфозы поведения системы в целом.

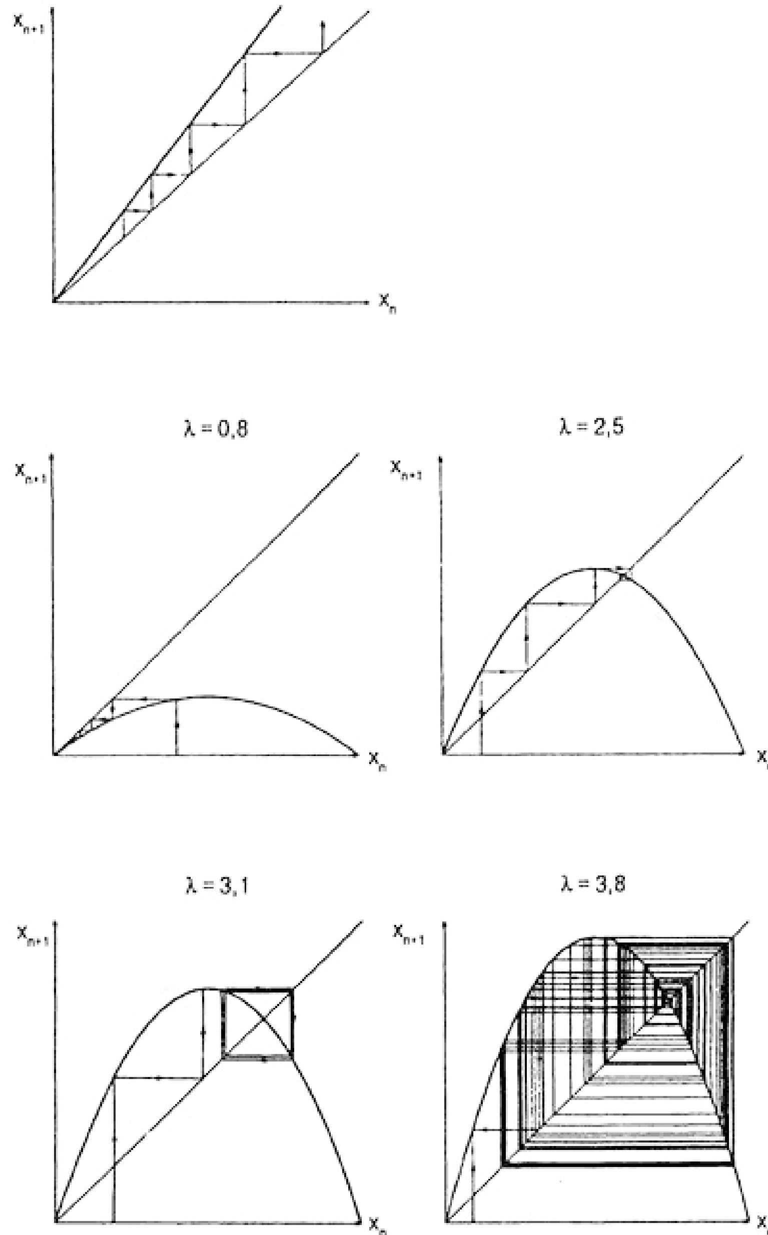


Рис. 6.1. Хаос под микроскопом. Простое уравнение, повторяемое много раз. Файгенбаум сосредоточился на линейных функциях, вычисляя значение одной величины в зависимости от значения другой. Для Популяций животного мира функция выражала соотношение между численностью в текущем и следующем году. Одним из способов наглядного представления таких функций является построение графика, где исходные данные отмечаются на горизонтальной оси, а конечные — на вертикальной. Для каждого значения *x* существует лишь одно значение *y*, и оба они образуют форму, представленную сплошной линией. Затем, чтобы изобразить долгосрочное поведение системы, Файгенбаум вычертил траекторию, начинавшуюся с произвольно взятого значения *x*. Поскольку каждое значение *y* вновь подставлялось в ту же функцию в качестве новой исходной величины, ученый мог применить нечто вроде схематичного сокращения. Траектория скачками отдалялась от прямой,

проведенной под углом 45°, где значения *x* и *y* равны. Для эколога наиболее очевидным типом функции, отображающей рост популяции, будет линейная — мальтузианская схема устойчивого и ничем не ограниченного увеличения с фиксированным ежегодным приростом *(вверху слева)*. Более «реалистичные» функции представляют собой дугу, демонстрируя популяции. Здесь изображена так называемая логистическая карта для параболы, заданной функцией *y* = *rx* (1-*x*), где параметр *r* меняется от 0 до 4, определяя крутизну параболы. Но, как выяснил Файгенбаум, вид функции не имел значения. Действительно важным оказалось наличие у нее выпуклости. Поведение существенно зависело и от того, насколько парабола крута — от степени нелинейности, которую Роберт Мэй назвал «взлетами и падениями» (т. е. от способности живущей в естественных условиях популяции к увеличению и снижению числа составляющих ее особей). Слишком низкая парабола означала вымирание: любое начальное значение фактически приводило к нулю. Увеличение степени крутизны порождало устойчивое равновесие — ситуацию, понятную для эколога, который придерживается традиционных взглядов. Точка равновесия, находясь на любой траектории, являлась одномерным аттрактором. После определенной точки начинались разветвления, порождающие колеблющуюся популяцию с двумя периодами. Затем опять происходило удвоение периода, и еще, и еще раз, так что в конце концов траектория «успокаивалась» *(внизу справа)*. Когда Файгенбаум попытался создать новую теорию, подобные изображения послужили ему отправной точкой. Он начал размышлять на языке итераций: функции функций, функции функций от функций и т. д.; схемы с двумя «горбами», потом с четырьмя…

Файгенбаум быстро выяснил, что компьютеры Лос-Аламоса мало подходят для вычислений, которые он задумал. Несмотря на огромные ресурсы лаборатории, гораздо более обширные, нежели в большинстве университетов, лишь несколько терминалов могли воспроизводить графики и изображения, да и те находились в отделе вооружения. Файгенбаум намеревался наносить определенные числа в виде точек на своеобразную карту и вынужден был прибегнуть к наиболее простому из возможных методов: он использовал длинные рулоны распечаток, где просматривались линии, составленные из чередующихся пробелов, звездочек и знаков сложения. Официальная политика лаборатории заключалась в том, что один большой компьютер лучше нескольких менее мощных. Это было следствие курса «одна проблема — одно решение». Маломощные машины отбивали всякую охоту к исследованиям; к тому же, приобретая компьютер, каждый отдел должен был следовать обязательным указаниям сверху и давать в этом отчет. Лишь гораздо позже, благодаря финансовой помощи теоретического отдела, Файгенбаум получил в личное пользование вычислительную машину стоимостью 20 000 долларов. Теперь он мог видоизменять свои уравнения и мелькавшие на экране картины, перестраивать их, играя на компьютере, словно на музыкальном

инструменте. Но это было позже, а пока единственные терминалы, за которыми удавалось всерьез работать с графикой, находились в строго охраняемых зонах, как говорили в лаборатории — за забором. Файгенбауму приходилось использовать терминал, соединенный телефонными кабелями с центральным компьютером. Имея дело с таким устройством, оценить истинную мощность машины на другом конце кабеля весьма сложно, — даже решение простейших задач занимало целые минуты. Чтобы отредактировать лишь одну строчку программы, приходилось, нажав клавишу «Возврат», ждать под непрерывный гул терминала, пока центральный компьютер не обслужит других пользователей.

Вычисляя, Файгенбаум непрерывно размышлял. Какая еще неизвестная математика могла породить наблюдаемые им множественные масштабные модели? Он понял: нечто в этих функциях должно быть *повторяющимся, самовоспроизводящимся.* Поведением исследуемой системы руководило поведение другой, скрытой внутри нее. Волнистый контур, открывшийся ученому в миг озарения, кое-что прояснял в том, как масштаб одной функции мог быть подогнан в соответствие с другой функцией. Файгенбаум применил теорию групп перенормировки, прибегнув к масштабированию, чтобы избавиться от бесконечности и получить количественные оценки. Весной 1976 г. его жизнь обрела безумный ритм, какого он не знал прежде. Погрузившись в некий транс, Файгенбаум с каким-то неистовством писал программы, что-то черкал карандашом на бумаге и вновь программировал. Он даже не обращался за помощью в компьютерный отдел: это было бы равносильно отказу от собственного компьютера и замене его телефоном, а перестройка метода работы казалась весьма рискованной. Митчелл не прерывался более чем на пять минут, иначе компьютер автоматически отключил бы его линию. Все же временами машина подводила ученого, повергая его в состояние, близкое к шоку. Так, без перерыва, он работал больше двух месяцев. Его рабочий день длился двадцать два часа. Когда он ложился спать, напряжение не покидало его, поднимая ровно через сто двадцать минут и заставляя думать с того же места, где он остановился. Силы его поддерживал лишь кофе. (Даже в лучшие времена Файгенбаум существовал исключительно на полусырых бифштексах, кофе и красном вине. Друзья подшучивали, что он получает витамины из сигарет.)

Конец этому положил врач, прописав ученому успокоительное в скромных дозах и усиленный отдых. Но к тому времени Файгенбаум уже создал универсальную теорию.

Универсальность стирала грань между прекрасным и полезным. Математиков, которые перешли определенную черту, мало волнует пригодность их теорий для вычислений, физики же, миновав некую точку, нуждаются в числах. Всеобщность вселяла надежду на то, что, решив легкую задачу, физики смогут ответить на гораздо более сложные вопросы, поскольку решения будут идентичными. Встроив свое открытие в рамки групп перенормировки, Файгенбаум придал теории такой облик, что физики могли признать ее в качестве почти стандартного инструмента вычислений.

Но то полезное, что присутствовало в новой теории, одновременно делало ее и весьма сомнительной для физиков. Всеобщность означала, что различные системы ведут себя одинаково. Безусловно, Файгенбаум лишь изучал простые функции. Впрочем, он держался того мнения, что его теория отражает естественный закон, который относится ко всем системам, испытывающим переход от упорядоченного состояния к турбулентному. Все знали, что турбулентность представляет собой непрерывный спектр различных частот, но откуда они появлялись, оставалось загадкой. И вдруг удалось *увидеть* их последовательно появляющимися друг за другом! Физический подтекст заключался в том, что системы реального мира вели себя точно так же и их поведение можно было измерить. Универсальность Файгенбаума являлась не только качественной, но и количественной характеристикой, не только структурной, но и метрической.

Прошли годы, а Файгенбаум все еще хранил в ящике стола письма с вежливыми отказами в публикации статей. Тогда он уже в полной мере достиг славы и признания; работа, написанная в Лос-Аламосе, принесла ему награды и премии, которые, в свою очередь, означали престиж и немалые деньги. Но ученый все еще терзался тем, что редакторы главных научных журналов в течение двух долгих лет отказывают ему в публикации. Трудно поверить, что причиной отказа послужила невероятная оригинальность открытия. Современная наука с ее огромными потоками информации и беспристрастной манерой вдумчивого суждения не допускает предпочтений. И тем не менее… Один из издателей, вернувших Файгенбауму его рукопись, позже признался, что в самом деле отверг работу, ставшую поворотным пунктом в развитии науки. При этом он продолжал настаивать, что статья не очень отвечала профилю издания, каковым являлась прикладная математика. Между тем, несмотря на отсутствие публикаций, открытие Файгенбаума вызвало широкий резонанс в кругах математиков и физиков. Важнейшие пункты его теории стали известны из лекций и препринтов, как это часто и случается в современном

научном мире. Файгенбаум рассказывал о своих исследованиях на конференциях, а просьбы предоставить копии статей, приходившие сначала десятками, позже буквально потекли рекой.

Сегодняшняя экономика в значительной степени зависит от эффективности теорий рынка. Предполагается, что знания циркулируют довольно свободно. По общему мнению, принимающие важные решения люди имеют доступ примерно к одной и той же совокупности данных. Бесспорно, не обходится без некоторых пробелов в знаниях или использования неких скрытых сведений. Так или иначе, ученые считают единожды обнародованную информацию известной везде. У историков науки на сей счет есть собственная концепция: каждое новое открытие, каждая новая идея сразу же причисляется к общему достоянию научного мира. Любой прорыв, озарение основаны на прошлом знании. Наука растет, словно дом, кирпичик за кирпичиком. Для целей практики можно считать, что научный прогресс движется поступательно и линейно.

Подобный взгляд на науку верен, когда все ожидают решения четко обозначенной проблемы в совершенно определенной области. В частности, открытие молекулярной структуры ДНК было правильно принято всеми. Но история распространения новых идей далеко не всегда столь безоблачна. Когда в недрах различных дисциплин возникли странные гипотезы о нелинейности, поток мысли уже проложил себе русла, не предусмотренные стандартной логикой историков. История науки о хаосе не только история новых теорий и неожиданных открытий, но и история запоздалого постижения забытых истин. Многие детали головоломки, замеченные еще Пуанкаре, Максвеллом, Эйнштейном, были отброшены и забыты. Новые элементы оказались доступны пониманию немногих. Относящееся к математике восприняли представители этой науки, физики извлекли что-то свое, а новое в метеорологии не заметил вообще никто. Укоренение новых идей в умах протекало так же нелегко, как и появление их на свет.

Каждый ученый — метеор, рожденный особым созвездием своих интеллектуальных предшественников. Каждый странствует в своем мире идей, и эти миры так или иначе ограничены. Знания несовершенны. Ученые подвержены влиянию традиций тех наук, которым они служат, или образования. Научный мир может быть удивительно консервативным. Историю в новое русло направляет отнюдь не собрание ученых мужей, а горсточка индивидов — носителей особого восприятия, особых целей.

Впоследствии оформился общий взгляд на то, чьи новации, чья роль

важнее всего. Однако тут не обошлось без ревизионизма. В самый разгар становления новой науки, особенно в конце 70-х годов, вы не сыскали бы двух физиков или двух математиков, одинаково воспринимавших феномен хаоса. Тот, кто привык к классическим системам без трения или диссипации, принимал сторону русских ученых А. Н. Колмогорова и В. И. Арнольда. Специалисты, изучающие классические динамические системы, числили своими соратниками Пуанкаре и Биркхофа, Левинсона и Смэйла. Позже основная масса математиков отдала предпочтение Смэйлу, Гукенхаймеру и Руэллю, а также плеяде исследователей из Лос-Аламоса: Уламу, Метрополису, Стейну. Физик-теоретик выше всего ставил Руэлля, Лоренца, Ресслера и Йорка, биолог — Смэйла, Гукенхаймера, Мэя и Йорка. Число подобных комбинаций бесконечно; например, геолог или сейсмолог признавал прямое влияние идей Мандельбро, а физик-теоретик и имени-то такого, возможно, не слышал.

Роль Файгенбаума стала предметом ожесточенных споров. Много позже, когда слава его уже пошла на убыль, некоторые физики начали цитировать других ученых, работавших над тем же вопросом приблизительно в то же время. Некоторые обвиняли Файгенбаума в том, что он сосредоточился на слишком узком фрагменте широчайшего спектра хаотичного поведения. Как сказал бы физик, «файгенбаумологию» явно переоценили; разумеется, это прекрасная статья, но не настолько поворотная, как, например, работа Йорка. В 1984 г. Файгенбаума пригласили выступить на Нобелевском семинаре в Швеции, где разгорелись жаркие дискуссии. Бенуа Мандельбро, настроенный явно не самым лучшим образом, сделал доклад, о котором позже вспоминали как о «лекции против Файгенбаума». Откопав где-то работу об удвоении периодов, написанную двадцать один год назад финским математиком Мирбергом, он перекрестил последовательности Файгенбаума в «ряды Мирберга».

Как бы то ни было, именно Файгенбаум открыл всеобщность и создал теорию, ставшую точкой опоры для новой дисциплины. Не имея возможности опубликовать столь поразительные и кажущиеся противоречивыми результаты, он включил их в доклад на конференции в Нью-Хэмпшире в августе 1976 г., рассказывал о своей работе на международном заседании математиков в Лос-Аламосе в сентябре, беседовал о ней на встречах в университете Брауна. Как само открытие, так и сопутствующая ему теория вызывали удивление, недоверие, восторг. Чем больше ученые размышляли о явлении нелинейности, тем сильнее ощущали истинную власть универсальности Файгенбаума. Один из них, не

мудрствуя лукаво, отметил: «Это открытие стало для нас одновременно и радостным, и шокирующим. В нелинейных системах присутствовали структуры, которые, если рассматривать их правильно, всегда являются одинаковыми». Некоторые физики позаимствовали как саму идею, так и методы Файгенбаума. Используя простейшие счетные машинки, они могли испытать то же изумление и удовлетворение, которое он чувствовал в Лос-Аламосе. Эти специалисты совершенствовали новый метод. Прослушав доклад Файгенбаума в Принстоне, в Институте перспективных исследований, Предраг Свитанович, специалист по физике частиц, помог ему упростить теорию и расширить ее универсальность, но сделал вид, что занимается этим лишь для развлечения, — стеснялся посвятить коллег в эту работу.

Большинство математиков также весьма сдержанно отнеслись к новой теории, главным образом потому, что Файгенбаум пренебрег точными доказательствами. Действительно, их не существовало до 1979 г., когда появилась работа Оскара Е. Ленфорда-третьего. Файгенбаум часто вспоминал о своем выступлении перед именитой аудиторией, собравшейся в сентябре в Лос-Аламосе: не успел он начать, как выдающийся математик Марк Кац, поднявшись, спросил: «Вы намерены предложить нам числа или все же доказательство?» «Больше, чем первое, но меньше, чем второе», — ответил Файгенбаум. «И подобное разумный человек называет доказательством?»

Файгенбаум предложил подождать суждения слушателей. Когда доклад подошел к концу, ученый осведомился о мнении Каца. Тот, сардонически упирая на звук «р», произнес: «Да, пожалуй, это действительно доказательство р-разумного человека, а детали пусть останутся точной математике».

Движение уже началось. Открытие всеобщности лишь подтолкнуло его. Летом 1977 г. двое физиков, Джозеф Форд и Джулио Казати, организовали первую конференцию, посвященную хаосу. Она проходила в Италии, на живописной вилле в маленьком городке Комо, находящемся южнее одноименного озера, удивительного прозрачно-голубого вместилища талых альпийских снегов. Около ста человек приехали туда — преимущественно физики, но попадались и представители других дисциплин.

«Митч, разглядев универсальность, выяснил, как она сводится к определенному масштабу, и расчистил путь к хаосу, привлекающий каждого уже на уровне интуиции, — заметил Форд. — Впервые у нас появилась четкая модель, понять которую сможет каждый. Практически

всюду, начиная от астрономии и заканчивая зоологией, ученые занимались подобными исследованиями, направляли свои статьи в узкоспециальные журналы и даже не догадывались, что многие вокруг делают то же самое. Каждый думал, что он одинок, каждый в своей области слыл чудаком. Исчерпав все привычные, простые вопросы, они перешли к явлению куда более сложному. Когда же эти люди обнаружили, что у них есть соратники, то испытали чувство бесконечной благодарности».

Прошло несколько лет. Файгенбаум обитал в скромном жилище, в одной из комнат которого стояла кровать, в другой располагался компьютер, а в третьей помещалась аудиоаппаратура, на которой он слушал свою богатую коллекцию немецких дисков. Во время путешествия в Италию ученый разорился на мраморный кофейный столик, но дорогая вещица не пережила пересылки по почте — Файгенбаум получил лишь обломки мрамора. Вдоль стен были навалены горы книг и бумаг. Откидывая со лба прядь длинных волос — теперь уже каштаново-седых, — Митчелл говорил:

«В двадцатых годах произошло нечто ужасное. Почему-то физики споткнулись на описании окружающего их мира, которое было, в сущности, верным — ведь квантовомеханическая теория до некоторой степени *правильна*. Мы знаем, как вести расчеты с ее помощью. Она научила нас манипулировать Вселенной. Она поясняет, как сделать компьютер из грязи, как получить химические препараты, пластмассы, все что угодно. Словом, квантовая механика — великолепная вещь, за исключением того, что на определенном уровне она теряет всякий смысл.

Из цепочки образов выпадает звено. Задаваясь вопросом, каково на самом деле значение уравнений, что представляет собой картина мира, построенная данной теорией, получаешь ответ, который не совпадет с нашим ощущением действительности. Мы не можем полагать, будто частица, двигаясь, имеет траекторию. Подобное наглядное представление недопустимо. Чем больше задаешь вопросов о разных непростых вещах — как выглядит мир в зеркале теории? — тем дальше она кажется от наших обычных представлений. Мы запутываемся в противоречиях. Теперь, наверное, мы поймем истинную действительность. Но мы на самом деле еще не знаем, что иного способа обработки информации — способа, который бы не требовал Столь радикального ухода от интуитивного миропонимания, — просто не существует.

Основное установление физики требует для познания Вселенной разъединять ее на фрагменты и рассматривать их отдельно до тех пор, пока

не вскроется нечто основополагающее. Затем мы заключаем, что непонятное нам — всего лишь мелочи, детали. Физики полагают, что имеется небольшое число принципов, которые мы можем уяснить, наблюдая объекты в их „чистом“ состоянии. Затем мы собираем детали в более сложную конструкцию, если намереваемся решить более запутанные проблемы. Если *можем* это сделать.

В конце концов, для постижения всего этого стоит переключить передачу. Нужно переосмыслить свое представление о происходящем. Можно попытаться построить на компьютере модель жидкостной системы. Это уже становится возможным. Но все усилия окажутся напрасными, поскольку происходящее на самом деле не имеет ничего общего с жидкостью или отдельным уравнением. Построенная модель служит лишь общим описанием того, что имеет место в разнообразных системах, работающих как бы сами по себе. Нужно подойти к вопросу с другой стороны.

Взглянув на эту комнату — здесь навален хлам, тут сидит человек, за ним двери, — вы, вооружившись основными законами квантовой механики, используете для описания объектов волновые функции. Однако подобное неосуществимо. Может быть, это под силу Богу, но человек аналитически постигнуть данную проблему не может.

Вопрос о том, что происходит с облаками, уже не относится к чисто академическим. Люди хотят это знать, а следовательно, найдутся деньги на изыскания. Названный вопрос принадлежит по преимуществу к сфере физики. Если мы наблюдаем какое-либо сложное явление, то делаем это так: охватываем как можно больше точек, чтобы определить температуру воздуха, скорость ветра и тому подобные вещи, затем вводим все полученные данные в самую мощную машину, которая нам только доступна, и пытаемся выяснить, что произойдет в дальнейшем. Но все эти действия далеки от реальной жизни».

Файгенбаум, погасив окурок, прикурил следующую сигарету и продолжил:

«Необходимо поискать иные способы. Нужно найти масштабные структуры, соотносимость больших и малых фрагментов. Взгляните на турбулентность в жидкостях и другие сложные системы, в которых хаос проявляется постоянно, подобно некоему закономерному процессу. На определенном уровне еще не важно, каков масштаб этого процесса — охватывает ли он пространство размером с горошину или с баскетбольный мяч. Не имеет значения, где именно он происходит, даже более того — какова его продолжительность. Единственное, что может быть в известной

степени универсальным, — масштабные явления.

В некотором смысле искусство представляет собой способ восприятия мира человеком. Очевидно, что никому не известны все детали окружающей нас реальности. Но посмотрите на полотна художников! Они осознали, что далеко не все по-настоящему важно, а затем пригляделись к самым интересным подробностям. Они способны проделать часть моих исследований за меня. Взглянув на ранние работы Ван Гога, можно заметить, что на них изображено огромное количество деталей, в них содержится огромный объем информации. Ему определенно было известно, каково минимальное количество деталей, которое требуется вместить в картину. Обратите внимание на то, как изображали линию горизонта голландские мастера графики начала XVII века. Крошечные коровки и деревца кажутся вполне реальными, и если присмотритесь поближе, заметите, что деревья имеют листья, а в них скрыты еще и небольшие веточки. Между податливыми, мягкими вещами и теми, у которых контуры более определенные, существует некое взаимодействие. Их комбинация так или иначе влечет за собой верное восприятие. Если обратиться к изображению бурных вод Рейсдалом и Тёрнером, то становится понятно, что это можно сделать итерационным способом. Сначала выполняется фон, затем поверху накладывается определенное количество краски, а дальше *написанное* подвергается изменениям. Для художников турбулентные жидкости всегда обладают свойством масштаба.

Меня на самом деле интересует, как описать облака. Но я не начинал бы с выяснения того, какова плотность здесь, а какова рядом, то есть со сбора всей детальной информации. Думаю, это будет неверно. Человек — и, конечно, художник — воспринимает явления совсем не таким образом. Даже рассмотрение дифференциальных уравнений не решает эту проблему. Удивительное обещание мира состоит в том, что он заключает в себе прекрасные вещи, пленительные, зачаровывающие явления, и благодаря своей профессии мы можем понять их».

Файгенбаум положил сигарету. От пепельницы потянулся дымок, сначала тонким столбиком, а потом — с оглядкой на всеобщность — прихотливыми завитками, устремившимися к потолку.

Глава 7
Экспериментатор

Это переживание ни с чем не сравнимо. Для ученого не может быть ничего лучше осознания, что свершившееся в его мыслях в точности соответствует чему-то происходящему в природе. Каждый раз, когда такое случается, это пугает. Ученый поражен, что построения его разума существуют в реальности. Это огромный шок и великая радость.

Лео Каданофф

«Альберт стареет», — говорили в Эколь Нормаль, учебном заведении, возглавлявшем, наряду с Политехнической школой, иерархию образовательных учреждений Франции. Гадали, уж не возраст ли Альберта Либхабера дает о себе знать. Ведь Либхабер сделал себе имя в физике низких температур, изучая поведение жидкого гелия при температурах чуть выше абсолютного нуля. Это принесло ему престиж и должность на факультете. Теперь же, в 1977 г., он тратил свое время и факультетские ресурсы на тривиальный эксперимент. Либхабер и сам был обеспокоен. Опасаясь испортить карьеру любому аспиранту, если тот будет работать с ним, он заручился поддержкой опытного инженера.

Либхабер, сын польских евреев и внук раввина, родился в Париже за пять лет до того, как в город вошли гитлеровские войска. Подобно Бенуа Мандельбро, во время войны он скрывался в сельской местности, отдельно от родителей, которых мог выдать характерный акцент. Им тоже удалось выжить, но остальные родственники сгинули в нацистских лагерях. Судьба распорядилась так, что самого Либхабера спасло покровительство шефа местной секретной петеновской полиции, человека, чьи пламенные ультраправые убеждения сочетались со столь же пламенным антирасизмом. Уже после войны десятилетний мальчик отплатил услугой за услугу: он дал показания комиссии по военным преступлениям. Только это и спасло его покровителя.

Либхабер, чья незаурядность никогда не подвергалась сомнению, быстро достиг успехов в мире французской академической науки. Коллеги

считали его немного сумасшедшим — еврей-мистик в стане рационалистов, сторонник де Голля, затесавшийся в ряды прокоммунистически настроенного большинства. Его вера в судьбоносную миссию Великих Личностей, одержимость творчеством Гёте и страсть к старым фолиантам не раз служили предметом для шуток. Коллекция Либхабера включала сотни научных публикаций и оригинальных манускриптов, причем некоторые из них датировались XVII веком. Для ученого это не были исторические диковинки — из своего собрания он черпал свежие идеи о природе реальности, той, которую исследовал с помощью лазеров и современных криогенных установок. В своем ассистенте французском инженере Жане Море, который работал удовольствия ради, ученый обрел родственную душу. Либхабер полагал, что помощник находит его проект *занятным* (сей эвфемизм нередко заменяет ироничным галлам определения «интригующий», «захватывающий», «глубокий»). В 1977 г. они приступили к опыту, призванному, по замыслу исследователей, разъяснить природу порога турбулентности.

Как экспериментатор Либхабер был известен своей приверженностью к традициям XIX века: острый ум, ловкие руки, торжество изобретательности над грубой силой. Ему не нравились громоздкое лабораторное оборудование и чересчур сложные вычисления. Его представление о качественном опыте походило на идею хорошего доказательства в математике: изящество внешней формы ценилось столь же высоко, как и глубинная суть полученного результата. Все же, по мнению некоторых коллег, в своем эксперименте с порогом турбулентности ученый зашел слишком далеко: плод его трудов оказался настолько крошечным, что свободно помещался в спичечном коробке, в котором его и таскал иногда Либхабер, словно шедевр концептуального искусства. Сие именовалось «гелием в маленькой коробочке». Главная деталь экспериментальной установки — ячейка из нержавеющей стали с острейшими краями и тончайшими стенками — была и вовсе размером с лимонное зерно. В нее подавался жидкий гелий, подогретый до температуры четыре градуса выше абсолютного нуля, несколько более высокой, чем в прошлых экспериментах со сверхжидкостями.

Лаборатория Либхабера занимала второй этаж здания физического факультета Эколь Нормаль в Париже. Всего несколько сотен футов отделяло ее от того места, где когда-то работал Луи Пастер. Как и во всякой хорошей физической лаборатории, где можно провести практически любой эксперимент, там царил вечный беспорядок: на полу и на столах

громоздились банки с краской, повсюду валялись инструменты, куски металла и пластика необычной формы и непонятного назначения. Но даже среди этого хаоса прибор с крохотной жидкостной камерой выглядел весьма впечатляюще: внизу, под ячейкой из нержавеющей стали, лежала пластина чистейшей меди, сверху — другая, сапфировая. Эти материалы были выбраны ученым вследствие их теплопроводности. В опыте задействовались миниатюрные электронагревательные спирали и тефлоновые прокладки. Жидкий гелий тек вниз из резервуара, представлявшего собой куб со стороной в полдюйма. Все вместе располагалось в небольшом контейнере, внутри которого поддерживался вакуум. Сам контейнер, в свою очередь, был погружен в емкость с жидким азотом, что помогало стабилизировать температуру.

Либхабера всегда беспокоила вибрация. В ход эксперимента, как и в поведение реальных нелинейных систем, постоянно примешивались шумы, которые затрудняли измерения и искажали данные. В чувствительном потоке — а ученый постарался сделать его максимально восприимчивым — помехи быстро создавали возмущения нелинейного течения, вызывая переход от одного типа поведения к другому. Но нелинейность способна как стабилизировать систему, так и расстроить ее; нелинейная «обратная связь» регулирует движение, делая его более интенсивным, а в линейной системе пертурбации сказываются постоянно. В условиях нелинейности последние поглощают сами себя до тех пор, пока не затухнут и система автоматически не возвратится в устойчивое состояние. Либхабер считал, что нелинейность используется биологическими системами для защиты от помех: переносящие энергию белки, волновые электрические импульсы в сердце, нервная система — все они сохраняют гибкость в мире шумов. Ученый надеялся, что какая бы структура ни скрывалась внутри, поток жидкости окажется достаточно стойким для проведения эксперимента.

Либхабер задумал возбудить конвекцию в жидком гелии путем увеличения температуры нижней пластины. Эксперимент повторял опыт, проведенный в свое время Эдвардом Лоренцем, классическую схему, известную как модель конвекции Рэлея — Бенарда. Либхабер тогда еще не знал о Лоренце. Не имел он понятия и о теории Файгенбаума. В 1977 г. Файгенбаум отправился в лекционное турне, и его открытие оставляло свой след повсюду, где ученые знали, как его интерпретировать. Однако насколько могло судить большинство физиков, опыты Файгенбаума и открытая им периодичность не обнаруживали очевидной связи с реальными системами, куда более сложными. В отсутствие доказательств любой мог сказать, что Файгенбаум открыл математическую аналогию,

похожую на зарождение турбулентности.

Либхабер знал про опыты американских и французских ученых, которые существенно ослабили позиции теории Ландау о пороге турбулентности, продемонстрировав, что турбулентность возникает не в результате непрерывного наложения различных частот, а при внезапном переходе. Джерри Голлаб, Гарри Суинни и другие исследователи, осуществив эксперименты с потоком жидкости во вращающемся цилиндре, выявили необходимость в новой теории, однако им не удалось разглядеть переход к хаосу во всех деталях. Либхабер понимал, что в лабораторных условиях еще не получен четкий образ порога турбулентности. Он надеялся, что частичка жидкости в сконструированной им ячейке даст более ясную картину этого явления.

Специализация движет наукой. Исследователи гидродинамики жидкостей совершенно справедливо усомнились в высоком уровне точности, который, по утверждению Суинни и Голлаба, был достигнут ими в потоке Куэвье. С другой стороны, математики справедливо возмущались Руэллем. Он нарушил правила, выдвинув амбициозную физическую теорию под видом доказательного математического утверждения, и сделал это так, что отделить предположения от доказательств стало весьма нелегко. Математик, который отказывается принять идею, пока она не будет облечена в традиционную форму теоремы и доказательства, играет по правилам, предписанным его дисциплиной и ставящим заслон на пути подтасовки. Редактор журнала, который отвергает новые идеи, изложенные непривычным стилем, способен навлечь на себя обвинение в защите кастовых интересов авторитетных коллег, тем не менее он также выполняет роль защитного фильтра в обществе, которое не без оснований остерегается неизведанного. Сам Либхабер замечал, что «наука — оружие против нелепости». Когда коллеги называли его мистиком, эпитет этот далеко не всегда звучал лестно.

Осторожный и дисциплинированный экспериментатор, известный своей точностью в постановке опытов, он обладал чутьем на такое абстрактное, расплывчатое, призрачное явление, как *тенденция*. Тенденция воплощает в себе образ и изменения, движение и форму. Ее идея восходит еще к Платону, предполагая, что изменения в системах отражают некую реальность, не зависящую от конкретного момента. Либхабер принял мысль Платона о том, что Вселенная полна скрытых форм. «Но мы же знаем, что это на самом деле так! Вы видели листья на деревьях. Глядя на них, разве вы не поражаетесь тому, что число характерных для

определенного класса форм ограничено? Вы можете легко изобразить какую-нибудь форму, и проникновение в нее представит для вас определенный интерес. Возможны и иные ситуации, например опыт, в котором вы наблюдаете, как одна жидкость проникает в другую. А сейчас, включив газ на кухне, вы видите, что пламя принимает ту же универсальную, весьма распространенную форму. Для меня не имеет значения, пламя ли это, или жидкости одна внутри другой, или твердый растущий кристалл. Все, что меня интересует, это сама форма.

В науке еще с восемнадцатого века витали мысли о том, что ученые проходят мимо эволюции формы в пространстве и времени. Думая о тенденции, можно представлять ее по-разному — как некое течение в экономике или как скрытую историческую закономерность. Сначала это течение может быть ламинарным, потом разветвляющимся до более сложного состояния, когда, возможно, появятся колебания. А потом оно становится хаотичным».

Всеобщность форм, подобие сквозь масштабы, повторение и пересечение тенденций — все это находилось за пределами стандартного математического подхода, но осознать сей факт было весьма непросто. Научные вопросы формулируются на языке науки, а в XX веке либхаберовское ощущение потока лучше всего было выражено языком поэзии. Например, Уоллес Стивенс, опережая физиков в сверхъестественном видении мира, так описал поток, повторяющий себя в непрестанных изменениях:

Сияющая бликами река, что струится,
Не выбирая дважды один и тот же путь,
То там протекая, то здесь
И всегда на одном оставаясь месте.

Поэзия Стивенса часто передает буйство воздуха и воды. Она также проникнута убеждением, что порядок незримо присутствует в природе:

В воздухе, где нет теней,
Неосязаемое знание разлито повсюду.

Когда в 70-х годах Либхабер и другие экспериментаторы начали рассматривать движение жидкостей, они делали это так, как если бы

восприняли поэтический намек на неощутимое знание. Они подозревали наличие связи между движением и определенной всеобщей формой, собирая информацию единственно возможным путем — фиксируя результаты опытов и накапливая их в компьютере. Потом они искали такие способы организации данных, которые позволили бы обнаружить универсальные формы и описать их в терминах движения. Эти ученые были убеждены, что динамические образы, подобно пламени и органическим структурам вроде листьев, формой своей обязаны некоему еще не исследованному сплетению сил, которые подметил поэт.

Для Либхабера не Стивенс, а Гёте служил источником магического вдохновения. Когда Файгенбаум рылся в библиотеке Гарварда в поисках «Теории цвета» Гёте, Либхаберу уже удалось пополнить свою коллекцию оригинальным изданием еще более малоизвестного трактата «О метаморфозе растений». Она представляла собой коварную атаку на физиков, которых, по мнению Гёте, волновали исключительно статичные процессы, а не жизненные силы и течения, породившие те формы, что мы видим постоянно. Эта часть наследия Гёте — по мнению историков литературы весьма незначительная — вызвала к жизни псевдонаучные течения в Германии и Швейцарии, поддерживаемые такими философами, как Рудольф Штайнер и Теодор Швенк. Этими людьми Либхабер восхищался, насколько мог восхищаться ученый-физик.

«Чувствительный хаос» — *das sensible Chaos* — так определил Швенк соотношение между силой и формой. Это выражение стало названием странной книжицы, повествовавшей прежде всего о воде. Она увидела свет в 1965 г. и позднее переиздавалась. Английский перевод предваряло восторженное предисловие Жака-Ива Кусто, а также рекомендации «Бюллетеня водных ресурсов» и «Журнала Института инженеров-гидрологов». Небольшая претензия на научность лишь вредила работе Швенка, в которой, по сути, не содержалось ничего из математики. И все же наблюдения автора можно было назвать безупречными. Он описал множество естественных форм водного течения, увиденных глазами художника. Он собрал фотографии, сделал десятки точных зарисовок, какие делает цитобиолог, изучая фрагменты клетки в микроскоп. Швенк отличался непредубежденностью и даже наивностью, которыми мог бы гордиться сам Гёте.

Его книга — гимн потокам. Великие реки, подобные Миссисипи, образуют огромные изгибы на пути к морю. В самом море извивается Гольфстрим, формируя петли течений, направленные на восток и запад. По

выражению Швенка, это гигантская теплая река, которая «сама строит собственные берега из холодных вод». Когда поток исчезает или становится невидимым, следы все равно остаются. Токи воздуха оставляют отметки-волны на песке пустынь. Убывающий прилив вычерчивает на полосе прибоя сеть, похожую на сплетение вен. Швенк не верил в совпадения. Он верил в универсальные принципы, но еще более — в некий дух природы, что делало его прозу слишком антропоморфной. Его «принцип прототипа» звучит так: поток «стремится к воплощению вопреки окружающей материи».

Внутри потоков — он это знал — существуют второстепенные течения. Вода, которая движется вниз по течению извилистой реки, образует вторичные потоки. Эти потоки закручиваются вокруг речной оси, устремляются к одному берегу, затем — вниз, ко дну, далее поперек реки к другому берегу, потом к речной поверхности. Любая частичка воды в реке оставляет след, подобный струне, который переплетается с другими такими же струнами. Швенк обладал топологическим видением моделей такого свойства. «Образ сплетенных в спираль „нитей“ точен лишь в отношении реального движения. О них говорят многие, однако на самом деле это не отдельные нити, но целые поверхности, пространственно сплетенные и следующие по течению одна за другой». Автор книги разглядел внутри потоков соревнующиеся ритмы, догоняющие одна другую волны, делящиеся поверхности и пограничные слои. Он видел вихри, водовороты, целые ряды их, воспринимая происходящее как «вращение» одной поверхности над другой. Он подошел так близко к физической концепции турбулентности, как только мог подойти философ. Художественные его убеждения предполагали всеобщность. По Швенку, водовороты — это нестабильность, которая, в свою очередь, знаменует борьбу потока с «архетипичной» противоположностью внутри него. В представлении Швенка такие процессы, как кружение вихрей, развитие папоротников, возникновение складок в горных цепях, образование полых органов животных, следуют одним путем. Они не имеют ничего общего с конкретной средой или с конкретными особенностями. Что бы чему ни противостояло: быстрое — медленному, теплое — холодному, плотное — разреженному, свежее — соленому, вязкое — жидкому, кислотное — щелочному, — на границе различий расцветает жизнь.

Последняя была вотчиной Д'Арси Вентворта Томпсона. Этот выдающийся натуралист в 1917 г. отмечал: «Может случиться, что все законы энергии, все свойства вещества и вся коллоидная химия окажутся столь же бесполезны для тела, сколь бессильны они в постижении души.

Что касается меня, я так не думаю». Д'Арси Томпсон привнес в изучение жизни математику — то самое, чего, к сожалению, недоставало Швенку, который строил свои доказательства на аналогиях. Его работа, одухотворенная, образная, энциклопедичная, свелась в конечном счете к выявлению подобия форм. Исследование Д'Арси Томпсона «О росте и форме» по настрою в какой-то мере близко к работе Швенка, его методологии. Современный читатель спросит, стоит ли доверять детальным изображениям падающих капель жидкости, изображениям, на которых видны зубцы, висячие волнистые «усики», придающие каплям удивительное сходство с живыми медузами? Что это, простое совпадение? Если две формы так похожи, стоит ли искать случаи подобия?

Д'Арси Томпсон, безусловно, является наиболее уважаемым биологом, из всех, кто когда-либо работал в пограничных областях традиционной науки. Революция в биологии XX века, очевидцем которой он был, совсем не затронула его. Отвергая химию и неверно понимая теорию клетки, он не мог предвидеть быстрое развитие генетики. Его работы казались чересчур классическими и литературными, слишком прекрасными, чтобы заслуживать доверия ученых. Биологам нынешних дней не было нужды читать эти книги, но каким-то образом сочинения Томпсона приковали к себе внимание корифеев. Питер Медавар назвал его книгу «прекраснейшей в истории науки литературной работой, какая только была написана на английском языке». Стивен Джей Гоулд именно там искал подтверждения собственной крепнущей убежденности, что природа взаимоувязывает формы вещей. Кроме Д'Арси Томпсона, мало кому из современных биологов приходило в голову искать неопровержимое единство живых организмов. Как выразился Гоулд, «очень немногих интересовало, можно ли свести все известные объекты к одной системе производящих сил. И лишь некоторые осознали всю важность доказательства единства для научного изучения органических форм».

Математик, зоолог, полиглот Томпсон пытался рассматривать жизнь как целое, в то время как его коллеги с большой пользой для себя начинали применять методы, заключавшиеся в разъединении организмов на составляющие функциональные части. Редукционизм торжествовал повсюду, от теории эволюции до медицины, особенно в молекулярной биологии. Как еще постигнуть живую клетку, если не путем изучения ее оболочек и ядра, а более всего белков, ферментов и хромосом? Лишь исследовав внутреннее строение сетчатки, нервов, тканей мозга, биология заинтересовалась *формой* черепа.

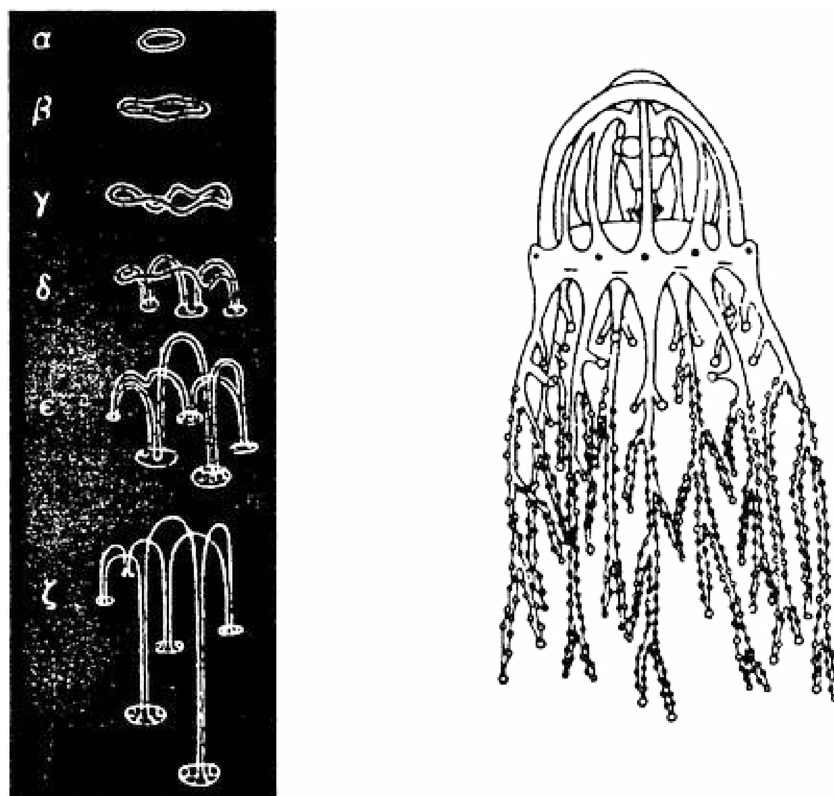


Рис. 7.1. Падающие капли. Д'Арси Вентворт Томпсон продемонстрировал висячие нити и столбики, которые можно увидеть и у попавшей в воду капельки чернил *(слева)*, и у медузы *(справа)*. «Чрезвычайно любопытный результат… Он показывает, как чувствительны… эти капли к физическим условиям. Используя все время один и тот же желатин и варьируя лишь плотность жидкости в пределах тысячных долей, мы получаем целый ряд конфигураций — от обычной висящей капли до капли с рубчатой поверхностью…»

Д'Арси Томпсон не принимал такого подхода. Долгие годы он оставался последним из великих ученых, посвятивших себя тщательному изучению феномена *причины*, особенно различия между конечной и действенной (или физической) причиной. База конечной причины — назначение или конструкция: колесо круглое, поскольку именно такая форма делает возможным передвижение. Физическая причина имеет механическую природу: Земля круглая, так как гравитационные силы стягивают вращающуюся жидкость, и та образует сфероид. Однако не всегда различие столь очевидно. Стеклянный стакан имеет цилиндрическую форму не только потому, что сосуд такой формы удобнее держать в руке; он естественным образом принимает подобную форму при центробежном литье или выдувании из стекла.

В науке, как правило, превалируют физические причины. Действительно, когда астрономия и физика вышли на свет из тени религии,

аргументы телеологии были выброшены за ненадобностью, — Земля такова, какова она есть, и человечество может делать то, что делает. Однако в рамках биологии Дарвин твердо установил, что телеологии принадлежит главная роль при рассмотрении причины. Биологическая вселенная, может, и не создана по замыслу Творца, но облик ее формируется естественным отбором, который действует не на уровне генов или эмбрионов, а на уровне «конечного продукта» — живых существ. Таким образом, объяснение формы организма или функции отдельного органа потребностями адаптации всегда заостряет внимание на причине — именно конечной, а не физической. Везде, где торжествует дарвиновское мышление, понятие «конечной причины» остается в науке. Современный антрополог, размышляя о каннибализме или ритуальных жертвоприношениях, всегда — правильно или нет — задается вопросом об их цели. Д'Арси Томпсон, знакомый с таким подходом, настоятельно просил биологов помнить также и о физической причине, рассматривая механизм и телеологию в единстве. Он изучал математическую и физическую природу сил, которые созидают жизнь. Однако адаптационная теория не сдавала позиций, и подобные идеи казались неуместными. Изучение того, как древесный лист в ходе естественного отбора сделался эффективным приемником солнечной энергии, превратилось в разностороннюю и весьма плодородную проблему. Лишь намного позже некоторые ученые начали задумываться над тем, что осталось неразгаданным: формы листьев не так уж многообразны, и очертания листа отнюдь не предопределены его назначением.

Математика, доступная Д'Арси Томпсону, не позволяла доказать то, что хотелось бы. Самое большее, что он мог, это рисовать. Ученый изображал, в частности, черепа родственных видов животных в сетке координат, демонстрируя таким образом, что элементарное геометрическое преобразование превращает один объект в другой. Очертания простых организмов, столь обманчиво схожих со струями жидкости, брызгами и другими порождениями водного потока, он объяснял физическими причинами — действием гравитации и поверхностного натяжения, которые, однако, не могли проделать приписываемую им созидательную работу. Почему же тогда Альберт Либхабер думал о работах Томпсона, начиная свои опыты с жидкостью?

Представления Д'Арси Томпсона о тех силах, которые придают форму живым объектам, ближе всего подводили к рассмотрению динамических систем. Он представлял жизнь такой, какая она есть, всегда в движении, постоянно реагирующей на ритмы — «скрытые в глубине ритмы роста», которые порождают, по его мнению, всеобщие формы. Ученый считал, что

исследует не материальные формы вещей, а их динамику — «интерпретацию изменения энергии на языке силы». Однако он достаточно ориентировался в математике, чтобы понять: выстраивающиеся в один ряд формы ничего не доказывают. В некоторой степени Томпсон был поэтом, ибо только поэт мог поверить, что ни случайность, ни цель не объясняют поразительную универсальность форм, выявленных им за долгие годы наблюдения природы. Объяснение скрывалось в физических законах, которые регулируют силы и рост непостижимым для человеческого разума образом. Снова Платон! За конкретными видимыми формами вещества должны лежать некие призрачные очертания, невидимые лекала. Формы всегда в движении.

Либхабер выбрал для своего эксперимента жидкий гелий, имевший чрезвычайно малую вязкость, благодаря чему вращение жидкости начиналось даже при малейшем толчке. Аналогичный опыт с жидкостью средней вязкости, вроде воды или жидкого воздуха, требовал гораздо большей емкости. Низкая вязкость позволяла ученому сделать свою конструкцию более чувствительной к нагреванию. Для инициирования конвекции в ячейке, размеры которой измерялись миллиметрами, между температурами верхней и нижней поверхностей требовалась разница в тысячную долю градуса. Именно поэтому экспериментатор сделал ячейку столь крошечной; в объеме покрупней, где жидкий гелий мог бы вращаться в большем пространстве, аналогичные движения жидкости потребовали бы меньшего нагрева. Так, в коробке размером с крупную виноградину конвекция началась бы уже при разнице температур в одну миллионную долю градуса. Подобными мельчайшими температурными вариациями нельзя было управлять.

Обдумывая опыт, Либхабер и его помощник стремились исключить любое проявление беспорядочности. Они сделали все что могли, дабы предупредить то самое движение, которое собирались изучать. Перемещение жидкости, начиная от плавного ее течения и заканчивая турбулентностью, представлялось как движение в пространстве. Его сложность — это сложность пространственная, его волнения и водовороты — пространственный хаос. Но Либхабер искал такие ритмы, которые проявили бы себя как изменения во времени. Время являлось и полем для опыта, и мерилом. Либхабер как бы «сплющил» пространство почти до одномерной точки и довел до крайнего предела технику, использованную его предшественниками в экспериментах с жидкостью. Каждый знал, что течение жидкости в замкнутом объеме — конвекция Рэлея — Бенарда в

прямоугольной емкости или вращение Куэте — Тэйлора в цилиндре — гораздо проще поведения ничем не стесненного потока, например океанских волн или воздушных течений. В открытом потоке пограничная поверхность остается свободной, во много раз увеличивая сложность поведения системы.

Поскольку конвекция в узком сосуде порождает валики жидкости, похожие на ленты — или, в данном случае, на крохотные семена кунжута, — Либхабер сконструировал свою ячейку так, чтобы хватило места для двух завитков. Жидкий гелий должен был подняться в центре, затем, образовав левый и правый валики, спуститься вниз по внешним стенкам ячейки. Предполагалось, что, поскольку процесс пойдет в рамках замкнутого пространства, колебания будут ограниченными. Четкие линии и взвешенные пропорции обещали устранить любые помехи. Словом, Либхабер «заморозил» пространство так, чтобы можно было играть со временем.

Для наблюдений за тем, как жидкий гелий начнет вращаться внутри ячейки, помещенной в вакуумный контейнер внутри емкости с азотом, экспериментатор встроил два микроскопических температурных датчика в верхнюю сапфировую пластину, покрывавшую ячейку. Графопостроитель непрерывно фиксировал их показания. Таким образом ученый контролировал температуру в двух точках на верхней поверхности жидкости. Это было на редкость чувствительное и умное устройство. Либхабер обманул природу, как заметил один из физиков.

Эксперименты с миниатюрным сверхточным шедевром заняли два года, но, по признанию изобретателя, для его полотна то была самая подходящая кисть, достаточно удобная и не громоздкая. Он увидел всё. Проводя свой опыт днем и ночью, час за часом, Либхабер обнаружил на пороге турбулентности более запутанное поведение, чем мог себе представить. Появился полный каскад удвоений периодов. Было установлено, что этот процесс начинается с первого разветвления. Движение происходит сразу же, как только нижняя пластина из чистой меди нагревается достаточно, чтобы вывести жидкость из состояния покоя. При температуре в несколько градусов выше абсолютного нуля для этого требовалась лишь одна тысячная доля градуса. Жидкость на дне ячейки, нагреваясь, расширяется и становится легче прохладной жидкости на поверхности. Чтобы дать теплым нижним слоям вещества подняться, верхние, более холодные, должны «утонуть» — опуститься вниз. В процессе такого перемещения в жидкости образуется два вертящихся «цилиндра». Как только скорость вращения стабилизируется, в системе

устанавливается динамическое равновесие. Тепловая энергия постоянно переходит в энергию движения, а затем, через трение, обратно в теплоту, которая рассеивается через прохладную верхнюю пластину.

До сих пор Либхабер воспроизводил широко известный в гидродинамике опыт, если не сказать тривиальный. «Это была классическая физика, — замечал ученый, — что, к несчастью, означало: старо, а значит, неинтересно». Он рассматривал точно такой же поток, какой смоделировал Лоренц на базе системы из трех уравнений, но опыт проводился в реальном мире и с реальной жидкостью, в лаборатории, куда с забытых транспортом улиц Парижа проникают вибрации. Одно это делало сбор данных проблемой куда более сложной, чем воспроизведение чисел с помощью компьютера.

Либхабер, как и другие экспериментаторы, использовал для записи показаний датчиков простой графопостроитель. В состоянии равновесия, после первого разветвления, температура в любой точке оставалась более или менее постоянной, и перо чертило прямую линию. С увеличением нагрева обнаруживалась большая нестабильность. В каждом витке появлялся узел, который равномерно двигался взад и вперед, и такое его перемещение выявляло колебания температуры между двумя значениями, верхним и нижним. В этот период перо графопостроителя чертило на бумаге волнистую линию.

По одной непрерывно меняющейся и дрожащей от помех линии температур выяснить точное время появления новых разветвлений или установить их природу невозможно. График образует «пики» и «долины», которые кажутся столь же случайными, как и кривые продаж переживающего лихорадку фондового рынка. Либхабер проанализировал полученные данные, построив на их основе спектральные диаграммы. Он намеревался выявить главные частоты, скрытые в меняющихся значениях температуры. Создание диаграммы экспериментальных данных похоже на построение графика звуковых частот, составляющих сложные аккорды симфонии: внизу графика всегда проходит зубчатая линия — фон, экспериментальные шумы. Главные тона проявляются как вертикальные пики. Чем громче тон, тем выше амплитуда пика. Если данные воспроизводят доминантную частоту, например с периодом в одну секунду, эта частота будет выглядеть на спектральной диаграмме как повторяющийся пик.

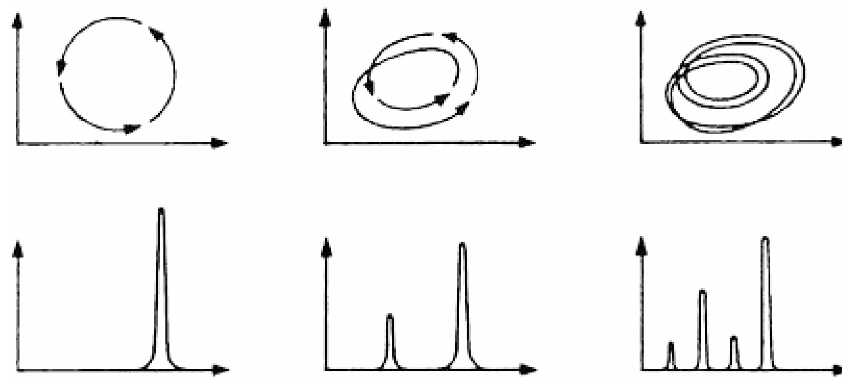


Рис. 7.2. Два способа наблюдения разветвлений. Когда в опыте, подобном тому, который поставил Либхабер, наблюдаются устойчивые колебания, их образ в фазовом пространстве представляет собой петлю, повторяющую саму себя с регулярными интервалами *(вверху слева)*. Тогда экспериментатор видит спектральную диаграмму с высоким пиком данной единичной частоты *(внизу слева)*. После удваивающего периоды разветвления система дважды образует петлю, прежде чем повторит сама себя *(вверху в центре)*, и ученый видит уже новый ритм, равный половине частоты или удвоенному прежнему периоду *(внизу в центре)*. Новые удвоения периодов наделяют спектральную диаграмму все большим и большим числом пиков *(справа)*.

Период первой появившейся волны составлял около двух секунд, а следующее разветвление произошло уже с некоторыми изменениями. Виток в жидкости продолжал колебаться, температура, показываемая болометром, росла и падала с определенной цикличностью, но на одной из ветвей температура стала чуть выше, чем раньше, а на другой — чуть ниже. Фактически значение температуры расщепилось, образовав два различных максимума и минимума. Вычерчиваемая графопостроителем линия, весьма сложная для интерпретации, фиксировала как бы одно колебание на другом, своего рода «метаколебание». На спектральной диаграмме описанный эффект выглядел более четко: прежняя частота еще в значительной мере присутствовала, хотя температура, как и раньше, поднималась каждые две секунды. Однако теперь новая частота составляла ровно половину прежней, поскольку в системе проявился некий повторяющийся каждые четыре секунды компонент. Затем, по мере появления разветвлений, стали возникать новые частоты, вдвое меньше предыдущих. Диаграмма с четвертыми, восьмыми и шестнадцатыми долями скоро уже напоминала забор, в котором чередовались высокие и низкие рейки (т. е. пики).

Человек, ищущий в беспорядочной информации скрытые формы, должен проделать один и тот же опыт десятки и сотни раз, прежде чем начнут проясняться закономерности поведения исследуемой системы.

Когда наши экспериментаторы, ученый и инженер, постепенно увеличивали температуру и система переходила от одного состояния равновесия к другому, порой наблюдались весьма специфичные явления. Иногда появлялись промежуточные частоты, плавно скользившие по спектральной диаграмме и вскоре исчезавшие. Временами изменялась наблюдаемая геометрия, и вместо двух появлялось три валика жидкости. И как можно было угадать, что же на самом деле происходит внутри маленькой стальной ячейки?

Знай тогда Либхабер об открытии Файгенбаумом всеобщности, он бы точно представлял, что такое разветвления и где их искать. К 1979 г. все больше математиков и сведущих в математике физиков обращали внимание на новую теорию Файгенбаума, но в массе своей ученые, знакомые с трудностями изучения реальных физических систем, воздерживались от каких-либо определенных суждений по весьма веским причинам. Одномерные системы, вроде тех, которые исследовали Мэй и Файгенбаум, — это одно, а реальные, конструируемые инженерами механизмы — совсем другое. Поведение реальных устройств описывается не простыми алгебраическими, а громоздкими дифференциальными уравнениями. Более того, еще одна пропасть отделяла двух-, трех- и четырехмерные системы от жидкостных потоков, которые физики рассматривали как системы с потенциально бесконечным числом измерений. Даже структурированная ячейка Либхабера, содержала бесконечно большое число частиц жидкости, и каждая из них обладала, по крайней мере, потенциалом независимого движения. Значит, при определенных обстоятельствах любая частица могла стать источником нового изгиба или вихря.

«Никто и не помышлял, что действительно нужное нам основное движение в такой системе упрощается и описывается схемами», — признался Пьер Хоэнберг из лабораторий «AT & T Bell» в Нью-Джерси. Он входил в число тех немногих физиков, которые доверяли как новой теории, так и связанным с ней экспериментам. «Файгенбаум, может быть, и мечтал о таком, но не высказывал своих чаяний вслух. Его работа была посвящена схемам. Почему они должны интересовать физиков? Забава, не более того… Пока шли игры со схемами, все казалось слишком далеким от того, что мы действительно стремились понять. Но когда теория подтвердилась на опыте, она нас не на шутку взволновала. Самое удивительное заключается в том, что, исследуя по-настоящему *интересные* системы, можно во всех деталях понять их поведение при помощи модели с малым

числом степеней свободы».

В конце концов именно Хоэнберг познакомил экспериментатора и теоретика. Летом 1979 г. он проводил семинар в Аспене, где побывал Либхабер. (Четырьмя годами ранее, на такой же летней встрече, Файгенбаум слушал доклад Стива Смэйла о числе — одном-единственном числе, которое словно бы «взорвалось», когда математик наблюдал переход к хаосу в определенном уравнении.) Либхабер описал свои опыты с жидким гелием, а Хоэнберг сделал заметки. По пути домой он заглянул в Нью-Мексико повидаться с Файгенбаумом. Вскоре после этого Файгенбаум посетил Либхабера в Париже, и тот с гордостью продемонстрировал свою миниатюрную ячейку, дав Файгенбауму возможность разъяснить последний вариант его теории. Потом они вместе бродили по Парижу в поисках хорошей кофейни, и Либхабер позже вспоминал, как был удивлен, увидев столь молодого и, по его собственному выражению, *живого* ученого-теоретика.

Переход от схем к реальным потокам жидкости казался настолько значительным достижением, что даже самые щепетильные и недоверчивые ученые восприняли его как чудо. Каким образом природа смогла сочетать крайнюю сложность с предельной простотой, никто не понимал. Джерри Голлаб предложил «рассматривать это не как обычную связь между теорией и опытом, а как некое чудо». И это чудо в течение нескольких лет повторялось снова и снова в огромном бестиарии лабораторных систем: в увеличенных в размерах ячейках с водой и ртутью, электронных осцилляторах, лазерах и даже в химических реакциях. Теоретики, восприняв методы Файгенбаума, обнаружили и иные математические пути к хаосу, родственные удвоению периодов, — прерывистость и квазипериодичность, которые тоже доказали свою универсальность как в теории, так и в опытах.

Открытия ученых стимулировали компьютерные эксперименты. Физики обнаружили, что вычислительные машины воспроизводят изображения, аналогичные тем, что наблюдаются в реальных опытах, только в миллионы раз быстрее и куда надежнее. Многим более убедительной, нежели результаты Либхабера, казалась жидкостная модель Вальтера Франчечини из Университета Модены (Италия) — система из пяти дифференциальных уравнений, генерировавшая аттракторы и удвоение периодов. Хотя Франчечини ничего не знал о Файгенбауме, его сложная модель с большим числом измерений выдавала те же постоянные, которые нашел Файгенбаум с помощью своих одномерных схем. В 1980 г.

группа европейских ученых выработала довольно убедительное математическое объяснение феномена: диссипация «опорожняет» сложную систему, устраняя множество противодействующих движений и фактически преобразуя поведение множества измерений в одно.

Тем не менее поиски странного аттрактора в реальных экспериментах с жидкостью еще не увенчались успехом, так что исследователи вроде Гарри Суинни не оставляли своих трудов и в 80-х годах. Когда наконец цель была достигнута, некоторые новоиспеченные компьютерные эксперты постарались преуменьшить значение полученных результатов, объявив их лишь приблизительным и предсказуемым подражанием тем великолепным детальным картинам, которые были уже созданы графическими терминалами. В компьютерном эксперименте, генерирующем тысячи или миллионы единиц информации, образцы сами собой приобретают более или менее ясные очертания. В лаборатории же, как и везде в реальном мире, нужную информацию необходимо отделять от шумов. В компьютерном эксперименте данные льются как из рога изобилия, а в лаборатории приходится сражаться за каждую каплю.

Однако новые теории Файгенбаума и других исследователей не привлекли бы внимания столь широкого круга ученых, будь они подкреплены одними только компьютерными экспериментами. Модификации, компромиссы и аппроксимации, необходимые для того, чтобы справиться с системой нелинейных уравнений, казались слишком сомнительными. В процессе моделирования пространство «разбивали» на огромное, но всегда казавшееся недостаточным число фрагментов, а сама компьютерная модель представлялась лишь совокупностью правил, выбранных наугад программистами. В отличие от такой модели, реальная жидкость, даже в крохотной ячейке миллиметровых размеров, обладает несомненной способностью к совершенно свободному, ничем не сдерживаемому движению, составляющему основу естественного беспорядка. Она еще может нас удивить.

В эпоху виртуальных построений, когда суперкомпьютеры создают модели потоков в любых системах, начиная от струйных турбин и заканчивая сердечными камерами, забываешь, как легко природа может поставить экспериментатора в тупик. Фактически ни один компьютер сегодня не в состоянии полностью имитировать даже такую несложную систему, как ячейка с жидким гелием Либхабера. Всякий раз, когда опытный физик изучает компьютерную модель, он вынужден задаваться вопросом, какая часть действительности не учтена и какие подвохи это сулит. Либхабер любил повторять, что не рискнул бы пуститься в дорогу на

виртуальном самолете — кто знает, какой детали в нем недостает? Более того, он замечал, что компьютерные модели, помогая строить интуитивные догадки или совершенствовать вычисления, не становятся источником подлинных открытий. Во всяком случае, так звучало кредо истинного экспериментатора.

Опыт Либхабера казался слишком безукоризненным, а научные цели — столь абстрактными, что находились физики, относившие его работу больше к философии или к математике, нежели к физике. Экспериментатор, в свою очередь, полагал, что в его дисциплине господствуют редукционистские стандарты, отдающие пальму первенства изучению свойств атомов. «Физик спросит: как может данный атом, появившись здесь, обосноваться там? Что произойдет у поверхности объекта? Можно написать гамильтониан системы? Если я отвечу, что меня интересует лишь сама форма, ее математика и эволюция, разветвление, переходы к другой форме, возвращение к рассматриваемой, он заявит, будто я занимаюсь не физикой, а математикой. Даже сегодня я слышу такие утверждения. Что я могу сказать на это? Да, конечно, я занимаюсь математикой, но она напрямую относится к тому, что происходит вокруг нас, и это тоже природа».

Обнаруженные Либхабером модели действительно были абстрактными, математическими и ничего не проясняли в свойствах жидкого гелия, меди или в поведении атомов при температуре, близкой к абсолютному нулю. Но именно о таких моделях мечтали мистически настроенные предшественники Либхабера. Эти модели узаконили эксперименты, которыми вскоре займутся многие ученые, ищущие новые элементы движения, от химиков до инженеров-электронщиков. Модели обнаружились, когда Либхабер, увеличив температуру, сумел выделить первое удвоение периодов, затем спрогнозировать следующее и т. д. Согласно новой теории, бифуркации должны были воспроизводить геометрию с точным масштабированием, что и обнаружил Либхабер. Универсальные инварианты Файгенбаума с этого мгновения превращались из математического идеала в физическую реальность, которую можно было измерить и воспроизвести. Либхабер долго вспоминал потом свои ощущения в тот сверхъестественный миг, когда он узрел одну бифуркацию за другой и понял, что перед ним бесконечный каскад изменений с богатейшей структурой. Это было, как он заметил, занятно.

Глава 8
Образы хаоса

Что еще, как не хаос, взывает к внутренним силам,
Дабы придать форму единственному листку…

Конрад Айкен

Математик Майкл Барнсли встретил Митчелла Файгенбаума во время конференции на Корсике в 1979 г. Барнсли, недавний выпускник Оксфорда, только-только познакомился с понятием всеобщности, удвоением периодов и бесконечным каскадом бифуркаций. «Отличная идея, — подумал он. — И конечно, все набросятся на нее, чтобы отхватить себе по кусочку». Барнсли тоже присмотрел себе кусочек, не замеченный еще ни одним из конкурентов.

Откуда происходили эти циклы (2, 4, 8, 16), эти последовательности Файгенбаума? Появлялись ли они, будто по мановению волшебной палочки, из математической пустоты или содержали намек на нечто более глубокое? Барнсли интуитивно чувствовал, что они — часть какого-то невероятного фрактального объекта, ускользавшего до сих пор из поля зрения ученых.

Для проверки идеи уже имелся математический аппарат — комплексная плоскость. В данной плоскости числа от минус бесконечности до плюс бесконечности, т. е. все действительные числа, лежат вдоль линии, которая тянется с запада на восток, а ноль располагается в середине. Но данная линия лишь экватор мира, простирающегося на север и на юг до бесконечности. Каждое число состоит из двух частей: *действительной*, соответствующей долготе, и *мнимой*, соответствующей широте. Эти комплексные числа условно записываются следующим образом: 2 + 3i, где i обозначает мнимую часть. Обе части сообщают каждому числу уникальное местоположение на данной двухмерной плоскости. Первоначальная линия, таким образом, является лишь частным случаем — совокупностью чисел, мнимая часть которых равна нулю. Рассматривать в такой сложной плоскости лишь действительные числа (точки экватора) значит ограничить свое поле зрения случайными пересечениями форм, которые, будучи обозрены в двух измерениях, могут открыть нечто новое. Так полагал

Барнсли.

Понятие *действительного* и *мнимого* числа возникло в те времена, когда обычные числа казались более реальными, чем новый «гибрид». Ныне любой ученый сознает, что названия эти произвольны. Числа каждого типа столь же действительны, сколь и мнимы. Ранее мнимые числа использовались для заполнения умозрительного вакуума, порождаемого вопросом: чему равен квадратный корень из отрицательного числа? Условно квадратный корень из -1 принимали за i, квадратный корень из -4 — за 2i и т. д. Это была лишь одна из ступеней на пути к осознанию того, что сочетание действительных и мнимых чисел позволяет отыскать все корни многочлена. Комплексные числа можно складывать, умножать, делить, усреднять, интегрировать. Словом, почти каждое вычисление с действительными числами удается проделать и с комплексными. Итак, Барнсли начал переводить функции Файгенбаума в комплексную плоскость, и тут он заметил контуры, порождаемые удивительным семейством форм. Они относились, по-видимому, к тем динамическим системам, которые ставили в тупик физиков-экспериментаторов. Эти формы являлись одновременно и поразительными математическими конструкциями.

В конце концов Барнсли понял, что циклы в последовательностях Файгенбаума возникают не на пустом месте. Они относятся к линии, удаленной от комплексной плоскости, где, если приглядеться, существует целое «созвездие» циклов всех порядков. Там всегда наблюдались цикл-два, цикл-три, цикл-четыре, ускользавшие из виду до тех пор, пока они не достигнут линии-экватора с действительными числами. Вернувшись с Корсики в Технологический институт Джорджии, Барнсли написал статью и предложил ее журналу, занимавшемуся вопросами математической физики. Редактор, которым оказался Давид Руэлль, огорчил его: Барнсли, сам того не ведая, повторил открытие пятидесятилетней давности, которое сделал один французский математик. «Руэлль отфутболил мою работу, сопроводив ее припиской: „Майкл, здесь речь идет о множествах Джулиа“», — вспоминал позже Барнсли. Руэлль также посоветовал математику связаться с Мандельбро.

Джон Хаббард, американский математик, обожавший модные рубашки, уже три года преподавал начала математического анализа первокурсникам в Университете Орсе, во Франции. Среди прочих тем в учебный план входило рассмотрение метода Ньютона — классической схемы решения уравнений путем последовательных приближений, или

итераций. Хаббарда, впрочем, привычные темы немного утомляли, и однажды он решил, что преподнесет вопрос в такой форме, которая заставит студентов поразмыслить.

Ньютонов метод известен давно. Он не отличался новизной даже тогда, когда Ньютон его «изобрел». Древние греки применяли один из вариантов этого метода для извлечения квадратных корней. Решение начинается с догадки, с начального числа, которое приводит к более точному результату, и процесс итерации устремляется к ответу, подобно тому как динамическая система стремится обрести устойчивое состояние. Процесс идет достаточно быстро, и количество точных цифр после запятой, как правило, удваивается с каждым шагом. Конечно, сейчас квадратные корни вычисляют более аналитическими методами, как и все корни квадратных уравнений — тех, в которых неизвестное *x* возводится не более чем во вторую степень. Но Ньютонов метод является действенным и для многочленов с высокими степенями, которые не могут быть разрешены аналитически. Он прекрасно подходит для множества компьютерных алгоритмов — ведь итерационные процедуры, как никакие другие, подходят для выполнения на вычислительной машине. Одним маленьким недостатком данного метода можно считать то, что уравнения обычно имеют более одного корня, особенно если среди этих корней есть комплексные решения. *Какое именно* решение будет найдено с помощью метода итераций, зависит от первоначальной догадки. На практике для студентов не составляет труда преодолеть начальный этап. Обычно имеется отправной пункт, и если сделанное предположение приводит к неверному решению, надо просто начинать с другой точки.

Вы спросите, каким маршрутом метод Ньютона приводит к корням квадратного уравнения на комплексной плоскости? Рассуждая геометрически, ответим, что метод позволяет отыскать тот из двух корней, который ближе к первоначальной догадке. Именно это Хаббард и объяснил своим студентам, когда однажды ему задали такой вопрос. «Уравнения, скажем, третьей степени решаются сложнее, — заметил преподаватель. — Я подумаю над этой проблемой, и мы займемся ею через неделю».

Он полагал, что наибольшую трудность для студентов будет представлять итерационный процесс, но никак не выдвижение начальной догадки. Но чем больше Хаббард размышлял на эту тему, тем менее определенным казалось то, что следует считать разумной догадкой или к чему на самом деле приводит метод Ньютона. Очевидным геометрическим решением было бы разделение плоскости на три равных сектора, похожих на куски пирога, в каждом из которых находилось бы по одному корню.

Однако, как обнаружил Хаббард, идея не срабатывала: около границ секторов творились весьма странные вещи. Кроме того, выяснилось, что он далеко не первый специалист, споткнувшийся на этом чрезвычайно сложном вопросе. Так, Артур Кейли в 1879 г. попытался перейти от уравнений второй степени, которые казались вполне понятными, к пугающе сложным уравнениям третьей степени. Тем не менее Хаббард столетие спустя имел в своем распоряжении то, чего недоставало Кейли.

Хаббард относился к числу тех математиков, которые, уважая точность, презирали всяческие догадки, аппроксимации и эмпирику, основанную скорее на интуиции, чем на доказательстве. Даже спустя двадцать лет после появления в литературе упоминания об аттракторе Лоренца он продолжал настаивать на том, что фактически никто *не знал*, дали начало аттрактору уравнения Лоренца или нет. Это представлялось ему лишь недоказанным предположением, а уже знакомая нам двойная спираль, по его утверждению, была не доказательством, а простой очевидностью, тем, что изображают компьютеры.

Но сейчас, отринув сомнения, Хаббард все-таки обратился к компьютеру, чтобы выполнить то, что общепринятые методы обошли стороной. Компьютер *не доказал бы* ничего, но, по крайней мере, он мог бы кое-что прояснить, чтобы математик понял, что именно ему предстоит доказать. Итак, Хаббард начал экспериментировать, рассматривая Ньютонов метод не как средство решения задач, а как саму задачу. Он взял в качестве примера простое кубическое уравнение $x^3 — 1 = 0$, при решении которого требуется найти кубический корень из единицы. В случае с действительными числами решение вполне тривиально — единица. Однако данный многочлен имеет также два комплексных корня:

$$-{}^1\!/_2 + i\sqrt{{}^3\!/_2} \text{ и } -{}^1\!/_2 - i\sqrt{{}^3\!/_2}.$$

Нанесенные на комплексную плоскость, три указанных корня образуют равносторонний треугольник, одна вершина которого будет находиться на трех часах, другая — на семи часах, и третья — на одиннадцати часах. Коль скоро в качестве начальной точки выбрано любое комплексное число, вопрос заключается в том, чтобы увидеть, *какое именно* из трех решений даст вычисление по методу Ньютона. Это все равно что рассматривать данный метод как динамическую систему, а три решения — как три аттрактора. Или представить комплексную плоскость в виде ровной поверхности, спускающейся к трем углублениям. Мраморный шарик, начав

катиться с любой точки на плоскости, приведет в одну из долин. Какую?

Хаббард приступил к рассмотрению бесконечного числа точек, составляющих плоскость. Его компьютер переходил от точки к точке, рассчитывая Ньютоновым методом каждую из них и кодируя результат определенным цветом. Те начальные точки, которые вели к первому решению, стали синими, точки, генерировавшие второе решение, — красными, а тем, которые давали третий результат, был присвоен зеленый цвет. Математик заметил, что даже при самом грубом приближении плоскость в силу динамики метода действительно делится на три сектора. Как правило, точки, *близкие* к определенному решению, быстро вели прямо к нему. Тем не менее систематическое компьютерное исследование выявило сложную скрытую организацию, которая ранее никогда не могла быть обнаружена математиками, способными только рассчитывать точки в разных зонах. В то время как некоторые начальные предположения быстро приводили к одному из корней, другие словно бы «прыгали» рядом с ним совершенно произвольно, пока не приближались наконец к решению. Иногда казалось, что точка может стать началом периодического цикла, который будет повторяться вечно, не достигая ни одного из трех возможных корней.

Когда Хаббард запустил компьютер, намереваясь более детально исследовать пространство, начала вырисовываться картина, которая сбила с толку и преподавателя, и его студентов. Например, вместо аккуратного «гребня» между синей и красной долинами математик увидел пятна зеленого цвета, соединенные словно бусины ожерелья. Это выглядело так, словно шарик, попавший в ловушку на стыке двух соседних долин, остановился в третьей, самой отдаленной зоне. Граница между двумя цветами никогда полностью не формировалась, и даже при увеличении линия между зеленым пятном и синей областью включала в себя клочки красного цвета. И так снова и снова… Линия границы в конце концов открыла Хаббарду особое свойство, которое показалось бы весьма странным даже человеку, знакомому с жуткими фракталами Мандельбро: *ни одна* из точек не разделяет только два цвета. Где бы два цвета ни старались соединиться, там всегда появляется третий, внедряясь новыми, внутренне подобными рядами. Непостижимо, но каждую пограничную точку окаймляли зоны всех трех цветов.

Хаббард начал изучать обнаруженные сложные формы. В результате его работа, а также исследования коллег ознаменовали собой новый штурм проблемы динамических систем. Ученому стало ясно, что схематичное отображение Ньютонова метода — одно из целого семейства еще не

открытых изображений, передающих действия сил в реальном мире. Майкл Барнсли столкнулся с другими фрагментами такого же рода, а Бенуа Мандельбро, как вскоре поняли и Хаббард и Барнсли, обнаружил прототип всех этих форм.

Множество Мандельбро, как любят повторять его почитатели, является наиболее сложным объектом во всей математике. Чтобы увидеть его полностью — круги, усыпанные колючими шипами, спирали и нити, завивающиеся наружу и кругом, с выпуклыми пестрыми молекулами, висящими, словно виноградины на личной лозе Господа Бога, — не хватит целой вечности. Если разглядывать модель в цвете на подходящем экране, множество Мандельбро кажется более фрактальным, нежели сами фракталы, настолько оно изобилует сложностью, пронизывающей все масштабы картины. Построение каталога различных составляющих элементов или числовое изображение очертаний системы потребует бесконечного количества данных. Однако, как это ни парадоксально, для передачи полного описания системы по линии связи хватит нескольких десятков кодовых символов, а в компьютерной программе содержится достаточно информации, чтобы воспроизвести систему целиком. Догадавшиеся первыми, каким образом в системе смешиваются сложность и простота, были застигнуты врасплох — даже сам Мандельбро. Система превратилась в эмблему хаоса для широкой публики. Она замелькала на глянцевых обложках тезисов конференций и инженерных журналов и сделалась украшением выставки компьютерного искусства, показанной во многих странах в 1985–1986 годах. Ее красота ощущалась сразу. Гораздо труднее было уловить математический смысл. Ученые долго вникали в ее суть.

Неисчислимое разнообразие фрактальных форм может быть образовано итерацией в комплексной плоскости, но система Мандельбро была одной-единственной. Смутная и призрачная, она начала вырисовываться, когда ученый попытался найти способ сведения к общим законам класса форм, известного как множества Джулиа. Множества эти были открыты и изучены еще во время Первой мировой войны французскими математиками Гастоном Джулиа и Пьером Фато, работавшими без каких бы то ни было компьютерных изображений. Мандельбро в двадцатилетнем возрасте познакомился с их скромными рисунками и прочитал их работу, уже канувшую в безвестность. Именно множества Джулиа во всем разнообразии обличий оказались тем, что поставило в тупик Барнсли. Некоторые из порождаемых ими форм похожи

на круги, проколотые и деформированные во многих местах, что придает им фрактальную структуру, другие разбиты на зоны, третьи — на разъединенные пылинки. Для их описания не подходят ни обычные слова, ни понятия Евклидовой геометрии. Французский математик Адриен Доуди заметил: «Получив непредсказуемо многоликие образы множеств Джулиа, замечаем, что некоторые выглядят словно пухлое облако, другие представляют собой тощий куст ежевики, третьи похожи на искорки, плывущие в воздухе после фейерверка. Один объект напоминает кролика, и многие имеют хвосты, как у морских коньков».

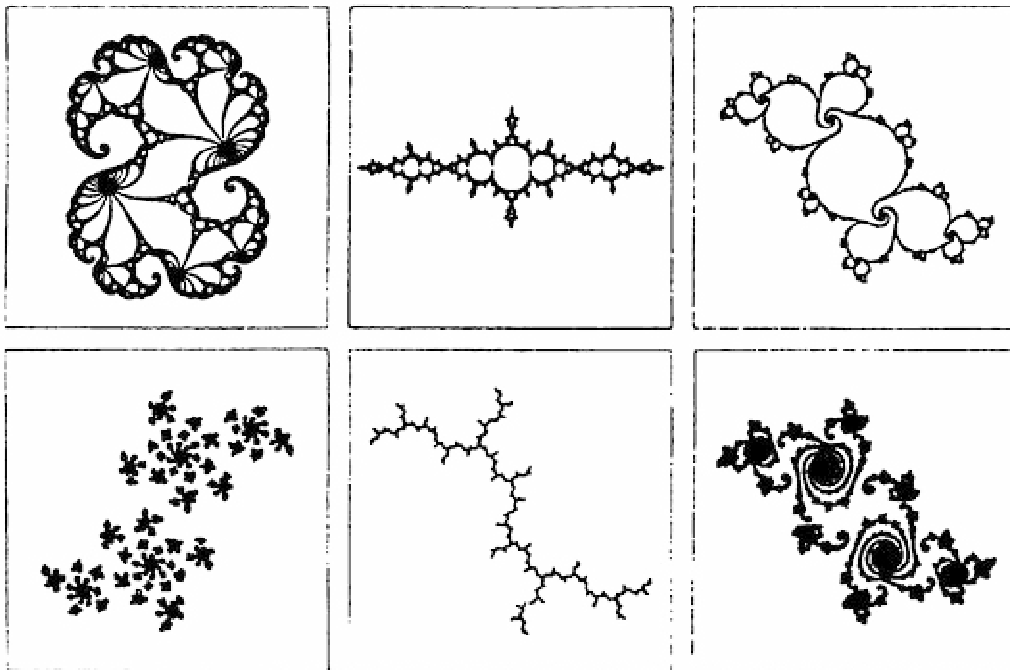


Рис. 8.1. Примеры изображений, полученных с помощью множеств Джулиа.

В 1979 г. Мандельбро обнаружил, что может создать в пределах комплексной плоскости один образ, который послужит своего рода каталогом множеств Джулиа, ориентиром для каждого из составляющих эти множества объектов. Тогда он изучал итерационные решения квадратных и тригонометрических уравнений (последние включали функции синуса и косинуса). Даже основываясь на гипотезе о порождении простотой сложности, он отнюдь не сразу понял, насколько необычным являлся объект, возникший на экране монитора в его кабинете в Гарварде. Программисты, пытаясь эффективно распределить память компьютеров, корпели над новыми интерполяциями точек в машине IBM с обладающим низким разрешением, черно-белым дисплеем, а ученый торопил их, желая

рассмотреть мельчайшие детали. Вдобавок приходилось следить за тем, чтобы не попасть в ловушку артефактов, возникающих из-за сбоя в машине и исчезающих при изменении программы.

Мандельбро обратился к простейшим изображениям, запрограммировать которые не составляло труда. На грубо набросанной координатной сетке, где несколько раз повторялась петля обратной связи, возникли первые контуры кругов или дисков. Проделанные вручную расчеты показали, что с математической точки зрения они вполне реальны и не являются некими вычислительными странностями. Справа и слева от главных дисков появлялись иные неясные очертания. Как позже вспоминал сам Мандельбро, воображение нарисовало ему нечто большее — целую иерархию форм, где от атомов, словно ростки, отпочковываются всё новые и новые атомы, и так до бесконечности. А там, где система пересекала действительную ось, ее уменьшающиеся с каждым разом диски подчинялись определенному масштабированию с геометрической регулярностью, которую ученые, занимающиеся динамическими системами, определяют сейчас как последовательность бифуркаций Файгенбаума.

Эти исследования подтолкнули Мандельбро к продолжению работы и совершенствованию первых черновых изображений. Вскоре он обнаружил некие включения, собиравшиеся по краям дисков и «плававшие» в близлежащем пространстве. Продолжая рассчитывать мельчайшие детали, он вдруг почувствовал, что удача покинула его, — на картинах вместо четких изображений появлялась путаница. Тогда он направился обратно в исследовательский центр IBM, надеясь попытать удачи на компьютерах корпорации в частном порядке, чего не мог позволить себе в Гарварде. К удивлению Мандельбро, нарастание путаницы в изображениях говорило о чем-то реальном. Отростки и завитки медленно отделились от основного островка, и возникла кажущаяся однородной граница, которая распадалась на цепочку спиралей, напоминавших хвосты морского конька. Иррациональное породило нечто рациональное.

Система Мандельбро являет собой скопление точек, и каждая точка комплексной плоскости — иными словами, каждое комплексное число — или входит в их множество, или находится вне его пределов. Определить границы множества можно одним способом — тестированием каждой точки с помощью простого итерационного процесса. Для этого необходимо, выбрав комплексное число, возвести его в квадрат, прибавить результат к первоначальному числу, итог вновь возвести в квадрат, вновь прибавить результат к первоначальному числу, вновь возвести итог в

квадрат и так далее, снова и снова. Если полученное число стремится к бесконечности, значит, точка не входит в систему Мандельбро. Если же итог имеет предел (может быть «пойман» какой-нибудь из повторяющихся петель или хаотично блуждать), в таком случае точка находится в пределах системы.

Повторение процедуры неопределенное число раз и постоянная проверка того, бесконечен ли ее результат, напоминает процессы обратной связи в повседневной жизни. Представьте себе, что в аудитории вы размещаете микрофон, усилители и громкоговорители. Вас беспокоит, не возникнут ли пронзительные завывания при обратной связи. Что это такое? Если микрофон достаточно чувствителен, усиленный громкоговорителем звук достигнет его и породит бесконечные, еще более громкие отклики. С другой стороны, если звуки слабы, они просто затухнут. Чтобы построить модель процесса обратной связи, необходимо выбрать начальное число, умножить его на самое себя, затем вновь умножить получившееся число на самое себя и т. д. Мы обнаружим, что большие числа быстро приведут к бесконечности: 10, 100, 10 000… Маленькие же числа стремятся к нулю: ½, ¼, $^{1}/_{16}$… Чтобы построить геометрическое изображение, мы определим совокупность численных значений, при подстановке которых данное уравнение не стремится к бесконечности. Примем во внимание точки на прямой от нуля и далее. Если точка ведет к эффекту обратной связи (визгу в микрофоне), закрасим ее белым цветом, а все другие — черным. Вскоре у нас появится изображение в виде линии, черной от нуля до единицы.

При исследовании одномерного процесса нет необходимости прибегать к эксперименту. Достаточно просто установить, что числа, которые больше 1, ведут к бесконечности, чего нельзя сказать о всех остальных. Но для изучения формы в двух измерениях комплексной плоскости с помощью процесса итерации знать уравнение, как правило, недостаточно. В отличие от традиционных геометрических форм, таких как окружности, эллипсы и параболы, система Мандельбро не допускает никаких сокращенных вариантов. Определить, какая форма подходит к каждому конкретному уравнению, удается только методом проб и ошибок. Именно он привел исследователей к неизведанным землям, скорее путем Магеллана, чем дорогой Евклида.

Такое объединение вселенной форм с миром чисел говорило о разрыве с прошлым. Новые геометрии всегда начинаются с того, что кто-нибудь пересматривает базовый постулат. *Предположим*, говорит ученый, *что пространство определенным образом искривлено*, — и в результате

получается странная пародия на Евклида, геометрия Римана — Лобачевского, которая стала основой общей теории относительности. Дальше — больше… Допустим, что пространство может иметь четыре измерения, пять или даже шесть… Вообразим, что число, выражающее измерение, может представлять собой дробь… Представим, что геометрические объекты можно закручивать, растягивать, завязывать узлами… Пусть их можно определить не решением определенного уравнения, а итерацией его с помощью петли обратной связи.

Джулиа, Фато, Хаббард, Барнсли, Мандельбро — все эти математики изменили правила создания геометрических форм. Картезианский и Евклидов методы превращения уравнений в кривые знакомы любому, кто изучал геометрию в средней школе или находил точку на карте по двум координатам. В стандартной геометрии кроме уравнения необходим также и набор чисел, которые ему *удовлетворяют*, тогда решения уравнения вроде $x^2 + y^2 = 1$ образуют форму, в данном случае — окружность. Другим простым уравнениям соответствуют иные фигуры: эллипсы, параболы, гиперболы конических сечений и даже более сложные формы, порождаемые дифференциальными уравнениями в фазовом пространстве. Но когда геометр прибегает к итерации, вместо того чтобы решать уравнение, последнее преобразуется из описания в процесс, из статического объекта в динамический. Подставив исходное число в уравнение, мы получим новое число, которое, в свою очередь, даст еще один результат, и так далее. Соответствующие им точки перепрыгивают с места на место. Точка наносится на график не тогда, когда она удовлетворяет уравнению, а тогда, когда она генерирует определенный тип поведения. При этом один из них может представлять собой устойчивое состояние, а другой — неуправляемое стремление к бесконечности.

До компьютерной эры даже Джулиа и Фато, понимавшие, какие возможности таит в себе новый тип построений, не могли превратить его в науку. С появлением вычислительных машин «геометрия проб и ошибок» получила право на жизнь. Хаббард изучил Ньютонов метод, последовательно рассчитывая поведение точек. Мандельбро первоначально рассматривал свою систему аналогичным образом, применяя компьютер для перехода от одной точки на плоскости к другой. Конечно, он исследовал не все точки — время и возможности компьютера ограничены. Ученый использовал решетку точек, нечто вроде координатной сетки. Более частая решетка давала более точную картину, но требовала более трудоемких вычислений. Впрочем, рассчитать систему Мандельбро довольно просто. Весь процесс сводится к итерации в комплексной

плоскости выражения $z \to z^2 + c$. Нужно лишь, взяв число, умножить его на самое себя и прибавить первоначальное его значение.

Освоившись с новым способом исследования форм при помощи компьютера, Хаббард рискнул применить для рассмотрения динамических систем методы комплексного анализа, чего раньше не делали. Он чувствовал, что некая внутренняя связь объединяет различные разделы математики. Хаббард также знал, что будет недостаточно лишь *увидеть* множество Мандельбро. Он хотел добиться полной ясности. В конце концов он заявил, что это ему удалось.

Если бы граница была просто фрактальной — в духе причудливых картин Мандельбро, тогда каждое последующее изображение более или менее походило бы на предыдущее. Принцип внутреннего подобия при различных масштабах позволил бы предугадать, что мы увидим в электронный микроскоп на следующем уровне увеличения. Вместо этого каждый взгляд в глубины системы Мандельбро приносил все новые сюрпризы. Мандельбро, желая применить свой термин «фрактал» к новому объекту, начал беспокоиться о том, что определил это понятие слишком узко. При достаточном увеличении выяснилось, что система приблизительно повторяет свои же элементы — крошечные, похожие на жучков объекты, отделявшиеся от основной формы. Однако, еще более увеличив изображение, исследователь убеждался, что эти молекулы не во всем соответствуют друг другу, — всегда появлялись новые формы, похожие на морских коньков или на вьющиеся ветви оранжерейных растений. Фактически ни один фрагмент системы точно не походил на другой при *любом* увеличении.

Обнаружение «плавающих» молекул сразу же повлекло за собой дополнительные трудности. Являлось ли множество Мандельбро связанным, похожим на континент с выдававшимися вперед полуостровами? Или оно походило на рассеянное скопление, где основной объект окружали мелкие островки? Ответ на этот вопрос выглядел далеко не очевидным. Знания о множествах Джулиа мало что давали, поскольку их графические образы носили двоякий характер: одни представляли собой целые формы, другие смахивали на скопление пылинок. Эти мельчайшие частицы, будучи фрактальными, обладали особым свойством: они не составляли единого целого: каждая отделена от другой зоной пустого пространства. В то же время ни одна «пылинка» не выглядит обособленной; заметив одну, можно всегда найти и расположенную произвольно близко группу частиц. Мандельбро, разглядывая свои картины, постепенно понимал, что с помощью компьютерного

эксперимента ему не удается ответить на основной вопрос. Его внимание сосредоточилось на частичках, «парящих» вокруг основной формы. Некоторые из них пропадали, другие, удивительно похожие, наоборот, появлялись. Они, казалось, не зависели друг от друга, но, возможно, были связаны между собой линиями, столь тонкими, что решетка уже найденных точек никак не могла уловить их.

Доуди и Хаббард блестяще использовали свою новую математику, чтобы доказать, что каждая плавающая молекула на самом деле «висит» на филигранной нити, которая связывает ее с другими молекулами. В итоге получается хрупкая паутинка, ведущая от крошечных частиц к основному объекту, — «дьявольский полимер», говоря словами Мандельбро. Математики доказали, что в каждом сегменте — не имеет значения, где он находится и насколько он мал, — при увеличении «компьютерным микроскопом» обнаружатся новые молекулы, каждая из которых будет напоминать систему в целом и одновременно чем-то отличаться от нее. Каждая новая молекула будет обладать собственными спиралями и выступающими частями, похожими на языки пламени, и в них также неизбежно обнаружатся новые молекулы, еще меньшие, такие же бесконечно разнообразные, всегда подобные, но никогда — полностью идентичные. Это можно назвать чудом миниатюризации: каждая новая деталь является вселенной, цельной и многоликой.

«Все в высшей степени геометрическое, причем преобладают решения, продиктованные прямыми линиями, — сказал Хайнц Отто Пайтген, рассуждая о современном искусстве. — В частности, творения Джозефа Альберса, пытавшегося истолковать соотношение цветов, в сущности являли собой квадраты различных оттенков, размещенные один на другом. Такие вещи пользовались большой популярностью, но сейчас, взглянув на них, мы понимаем, что их время миновало. Людей такое уже не привлекает. В Германии строятся огромные жилые кварталы в стиле модерн, но все выезжают оттуда, никто не желает в них селиться. Как мне кажется, общество сегодня имеет веские причины для настороженного отношения к некоторым нашим взглядам на природу». Пайтген помогал посетителю выбирать увеличенные изображения некоторых участков системы Мандельбро, множеств Джулиа и других итерационных процессов, оформленные в изысканной цветовой гамме. В своем небольшом кабинете в Калифорнии он демонстрировал слайды, огромные плакаты и даже календарь с изображением системы Мандельбро. «Глубокий энтузиазм вызывает эта изменившаяся перспектива

рассмотрения окружающего мира. Каков верный взгляд на природный объект? Скажем, что важнее всего в дереве? Прямая ли это линия или фрактальный образ?» Тем временем в Корнелле Джону Хаббарду пришлось столкнуться с коммерческими реалиями. Когда математический факультет одолели просьбами выслать изображения системы Мандельбро, он понял, что должен подготовить образцы и составить что-то вроде прайс-листа. В его вычислительных машинах хранились десятки уже просчитанных объектов, готовых к немедленной демонстрации. Организовать показ ему помогали аспиранты, помнившие все технические детали. Все же наиболее эффектные картины, отпечатанные с большим разрешением и ярко расцвеченные, распространяли двое немцев — Пайтген и Питер Рихтер, трудившиеся вместе с группой ученых из Университета Бремена при надежной поддержке одного из местных банков.

Пайтген и Рихтер — математик и физик — обратились в своих исследованиях к системе Мандельбро, которая стала для них кладезем идей, питавших современную философию искусства, оправданием новой роли эксперимента в математике, а также средством популяризации сложных систем. Они опубликовали множество сверкавших глянцем каталогов и книг, которые показали всему свету галерею компьютерных образов. Рихтер пришел к изучению сложных систем из физики, миновав попутно химию, а затем и биохимию, где изучал биологические осцилляции. В серии статей, посвященных иммунной системе и окислению глюкозы, он сообщал, что колебания часто управляют динамикой процессов, которые традиционно рассматривались как статические по причине того, что живые системы не так-то легко изучать в режиме реального времени. Рихтер прикрепил к своему подоконнику хорошо смазанный двойной маятник, «комнатную динамическую систему», сконструированную по его заказу в университетской мастерской. Время от времени ученый запускал систему, задавая хаотические неритмичные движения, которые он мог имитировать с помощью компьютера. Зависимость от начальных условий оказалась настолько сильной, что гравитационное притяжение единственной дождевой капли в миле от места проведения опыта спутывало движение в пределах пятидесяти-шестидесяти полных оборотов, что занимало около двух минут. Многоцветные графические рисунки Рихтера, где изображалось фазовое пространство его маятника, указывали на зоны смешения периодичности и хаоса. Ученый использовал аналогичную графическую технику для изображения идеализированных участков намагничивания в металле, а также для изучения системы Мандельбро.

Его коллеге Пайтгену изучение феномена сложности давало шанс заложить в науке оригинальные традиции. «Начав сегодня трудиться в удивительной новой области, такой как эта, талантливый ученый сумеет предложить нетривиальные решения через несколько дней, через неделю или спустя месяц», — заметил Пайтген. Предмет его изучения не был еще структурирован. «В структурированной области, — продолжал он, — есть изученное, есть неизученное, и есть то, что уже пытались изучить, но не смогли. Здесь же приходится работать над проблемой, о которой известно лишь одно: она такая, какая есть. И она, разумеется, должна быть сложной, иначе ее бы уже давно разрешили».

У Пайтгена не было того предубеждения, с которым большинство математиков относились к компьютерным экспериментам. Само собой разумелось, что стандартные методы доказательств в конечном счете должны привести к точному результату, иначе это будет не математика. Графический образ на экране обретал законное право на существование, будучи истолкован на языке теорем и доказательств. И все-таки генерирование такого изображения уже само по себе изменяло эволюцию дисциплины. Как полагал Пайтген, компьютерные исследования позволили ученым избрать более естественную стезю развития науки. Математик вправе на время абстрагироваться от требования точности доказательства и, подобно физику, следовать туда, куда приведут его эксперименты. Огромная производительность компьютерных вычислений и визуальные ключи к интуитивным ощущениям избавляют ученых от блуждания в потемках. Открыв неизвестные тропы и оконтурив новые объекты, математик может вернуться к традиционному доказательству. «Сила математики в точности, — отметил Пайтген. — Она дает нам возможность продолжать ту линию мысли, в которой мы абсолютно уверены. На том стояли и будут стоять математики. Но почему бы не обратить внимания на феномены, которые сейчас могут быть поняты лишь *отчасти*? Более точное знание о них, возможно, добудут грядущие поколения. Бесспорно, точность важна, но не до такой степени, чтобы отказаться от изучения того, что нельзя доказать *сейчас*».

К началу 80-х годов персональные компьютеры уже выполняли расчеты достаточно точно, что позволяло строить красочные изображения системы Мандельбро. Многочисленные любители быстро обнаружили, что разглядывание их при максимальном увеличении дает четкое ощущение увеличивающегося масштаба. Сравнивая систему Мандельбро с планетой, можно сказать, что персональный компьютер способен показать всю ее, или элементы размером с города на планете, или детали, соразмерные со

зданиями, отдельными комнатами в них, книгами на полках, письмами в ящиках стола, бактериями в воздухе или даже атомами различных веществ. Люди, рассматривая такие картины, замечали, что при любом масштабе обнаруживались схожие образы и одновременно каждый масштаб обладал своими особенностями. Подобные микроскопические ландшафты генерировались одним набором строчек компьютерного кода(*).

Граница находится там, где программа для системы Мандельбро идет на множество компромиссов, а ее скорость замедляется более всего. На указанном рубеже, когда сто, или тысяча, или десять тысяч итераций не приносят результата, программа все еще не может дать определенного ответа на вопрос, входит ли определенная точка в пределы системы или нет. Кто знает, что принесет миллионная итерация? Поэтому программы, которые строят самые захватывающие изображения системы с наиболее детальным увеличением, выполняются на мощных универсальных вычислительных машинах или компьютерах с параллельной обработкой данных, где тысячи индивидуальных процессоров производят одни и те же вычисления в аналогичном порядке. Граница располагается там, где точки медленнее всего ускользают от притяжения системы, будто балансируя между двумя соревнующимися аттракторами, один из которых располагается в нуле, а другой — на бесконечности.

Когда ученые, закончив с системой Мандельбро, обратились к изображению реальных физических явлений, свойства границы вышли на передний план. Происходящее на рубеже между двумя аттракторами в динамической системе служит своего рода отправной точкой, определяющей ход множества широко известных процессов, начиная от разрушения материалов и заканчивая принятием решений. Каждый аттрактор в такой системе, подобно реке, имеет свой «бассейн», свою «площадь водосбора», и каждый такой «бассейн» заключен в определенные границы. В начале 80-х годов для группы наиболее влиятельных физиков самым многообещающим разделом математики и физики оказалось изучение границ фрактальных бассейнов.

Упомянутый раздел динамики исследует не конечное и устойчивое поведение системы, а механизм «выбора» между двумя возможными вариантами. Система, подобная модели Лоренца — а она сегодня считается уже классической, — включает в себя лишь один аттрактор, обнаруживает одну модель поведения, преобладающую в момент достижения системой состояния покоя. В данном случае аттрактор является хаотическим. Другие системы способны в конечном устойчивом состоянии демонстрировать

нехаотическое поведение, но могут испытывать более одного стабильного состояния. Исследование границ фрактальных бассейнов было исследованием систем, которые способны достигнуть одного из нескольких нехаотических конечных состояний. Оно приводило к вопросу о том, как предсказать *каждое* из этих состояний. Джеймс Йорк, пионер в изучении данного феномена, предложил моделировать их с помощью воображаемой игры в пинбол — разновидность бильярда, где вашим партнером выступает механическое устройство с рукояткой на пружине. Оттянув рукоятку, мы освобождаем ее, чтобы направить шар на игровое поле. Сконструированный с углом наклона автомат обычно имеет резиновые бортики и электрические толкатели, которые сообщают шару огромную энергию. Такой толчок весьма важен, так как энергия передается резким, мощным импульсом. Простоты ради представим себе, что в нижней части воображаемого автомата нет резиновых бортовых лент, а только две наклонные плоскости для шара, по одной из которых он и выходит на поле.

Мы играли в детерминистский пинбол: автомат не испытывает вибраций, и лишь один параметр обусловливает направление движения шарика — начальное местоположение поршня. Предположим, машина устроена так, что при незначительном смещении поршня шар всегда катится в правую лунку, а при большом — в левую. В промежуточном состоянии поведение системы становится сложным: шар довольно долго прыгает от одного амортизатора к другому, прежде чем угодить в ту или другую лунку.

Предположим, что мы строим график, отображающий зависимость результата от начального положения поршня. График представляет собой линию. Положение поршня, при котором шар попадает в правую лунку, обозначим красной точкой, в левую — зеленой. Что мы можем выяснить об этих аттракторах как функции начальной позиции?

Граница оказывается фрактальной системой, не обязательно внутренне подобной, но с бесчисленным количеством деталей. Некоторые участки линии будут сплошь красными или сплошь зелеными. Другие при увеличении обнаружат вкрапления красного внутри зеленого и наоборот. При каких-то положениях поршня небольшие сдвиги не имеют значения, однако есть и такие, при которых даже произвольно малое изменение смешает цвета.

Добавление второго измерения означает ввод второго параметра, второй степени свободы. Например, в случае с автоматом для игры в пинбол можно принять во внимание эффект от изменившегося угла наклона игрового поля. Здесь обнаружится своего рода «колебательная

сложность» — сущее наказание для инженеров, которые отвечают за проверку устойчивости реальных систем, обладающих более чем одним параметром, в частности энергетических сетей и ядерных станций, в 80-х годах ставших объектами исследований вдохновленных хаосом ученых. При одном значении параметра *A* параметр *B* должен порождать упорядоченное поведение с последовательными участками стабильности. Инженеры могут проводить исследования и составлять графики того типа, какой предполагает их подготовка, ориентированная на линеаризацию результатов. И все же не исключено, что где-то поблизости прячется другое значение параметра *A*, существенно влияющее на параметр *B*.

Йорк демонстрировал на конференциях изображения границ фрактальных бассейнов. Некоторые из них описывали вынужденное поведение маятников, завершавшееся одним из двух конечных состояний. Как хорошо знали слушатели, такой маятник — весьма многоликий и хорошо известный в повседневной жизни осциллятор. «Никто не может утверждать, что я обманул систему, выбрав маятник, — с улыбкой говорил Йорк. — Подобные вещи мы наблюдаем в природе повсюду, однако их поведение в корне отличается от описанного в литературе. Это фрактальное поведение беспорядочного типа». Картины походили на фантастические водовороты белого и черного цветов, словно кухонный миксер остановился, не до конца смешав ваниль и шоколад для пудинга. Для создания подобных изображений компьютер просчитал решетку размером тысяча на тысячу точек, каждая из которых представляла конкретное начальное положение маятника, и графически отобразил результат, обозначив точки белым или черным цветом. На картине проявились бассейны притяжения, деформированные в соответствии с законами движения Ньютона, и обозначилась граница. Как правило, более трех четвертей всех показанных на экране точек находилось на пограничной черте.

Исследователям и инженерам эти изображения преподали хороший урок, послужив одновременно и предостережением, — слишком часто поведение сложных систем прогнозируют исходя из ограниченных данных. Наблюдая за системой, которая функционировала нормально, оставаясь в узких рамках нескольких параметров, инженеры надеялись экстраполировать результат более или менее линейным образом на необычное поведение. Но исследование границы фрактальных бассейнов продемонстрировали, что рубеж между состояниями покоя и возмущения куда сложнее, чем кто-либо мог себе представить. «Вся энергетическая сеть Восточного побережья является колебательной системой, по преимуществу

стабильной. Нас интересует, что произойдет, если потревожить ее, — объяснял Йорк. — Необходимо знать, что представляет собой граница. Большинство даже не имеет понятия, как она выглядит».

Границы фрактальных бассейнов адресовали ученых к важнейшим дискуссионным вопросам теоретической физики. В этом смысле фазовые переходы являлись своего рода отправными пунктами. Пайтген с Рихтером рассмотрели одну из наиболее изученных разновидностей — намагничивание и размагничивание материалов. Полученные ими картины границ обнаруживали удивительнейшую сложность, начинавшую казаться вполне естественной. Изображение напоминало головки цветной капусты с причудливым рисунком выпуклостей и борозд. По мере изменения параметров и увеличения деталей очертания становились все более и более неупорядоченными, пока вдруг в глубине зоны возмущения не появилась знакомая, сплющенная у полюсов, форма, усеянная ростками: система Мандельбро, где каждый завиток и каждый атом располагались на своем месте. «Возможно, стоит поверить в магию», — писали ученые, осознав, что перед ними предстало очередное доказательство всеобщности.

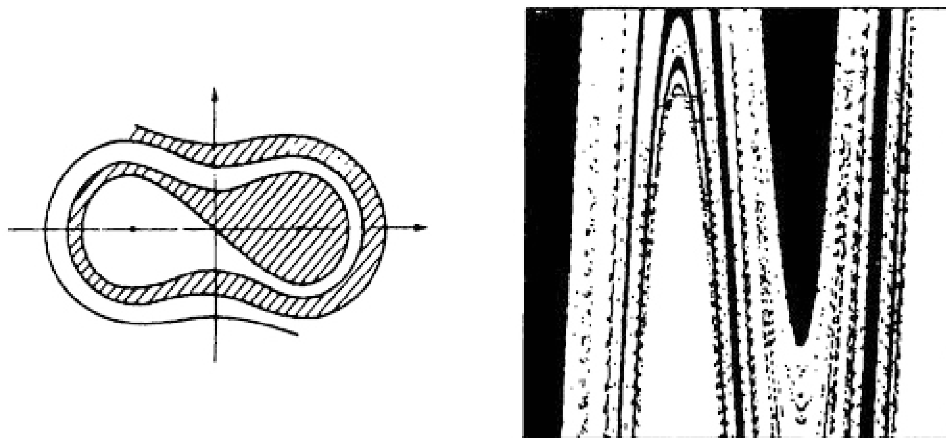


Рис. 8.2. Границы фрактальных бассейнов. Даже когда долгосрочное поведение динамической системы не является хаотическим, хаос может появиться на границе двух типов устойчивого поведения. Зачастую динамическая система характеризуется более чем одним состоянием равновесия, как, например, маятник, который может остановиться, притянувшись к одному из двух магнитов, встроенных в его основание. Каждое состояние равновесия является аттрактором. Граница между двумя аттракторами может быть сложной, но спокойной *(слева)*, или же сложной, но не плавной. В высшей степени фрактальная россыпь белых и черных фрагментов *(справа)* есть диаграмма маятника в фазовом пространстве. Система, несомненно, достигнет одного из возможных устойчивых состояний. Для некоторых начальных условий результат вполне предсказуем. Черное есть черное, а белое является белым. Но вблизи границы прогнозировать что-либо уже невозможно.

Майкл Барнсли пошел по иному пути: мысли его обратились к формам, созданным самой природой. Особенно его занимали образы, исходившие от живых организмов. Он экспериментировал с множествами Джулиа, а также с другими процессами, постоянно отыскивая способы генерации еще большей изменчивости. В итоге он обратился к неупорядоченности как к основе неизвестных ранее методов моделирования естественных форм. Рассуждая о новой технике в статьях, ученый именовал ее «глобальным построением фракталов посредством систем итерированных функций», а в разговоре отзывался о своем изобретении как об «игре хаоса».

Чтобы сыграть в такую игру, необходим компьютер с графическим пакетом программ и генератором случайных чисел, но в принципе будет достаточно листа бумаги и монетки. Выбираем на листе начальную точку — неважно, где именно. Придумываем два правила — для орла и для решки. Правила указывают, каким образом откладывать новые точки, например: «Переместиться на два дюйма на северо-восток» или «Приблизиться на 25 % к центру». Подбрасывая монетку, начинаем отмечать точки. Используем правило орла, когда выпадает орел, и правило решки, когда выпадает решка. Если мы отбросим первые пятьдесят точек, как сдающий карты прячет первые несколько карт при новой сдаче, то обнаружится, что «игра хаоса» воспроизводит не случайное поле или разбросанные точки, а форму, проявляющуюся все более и более четко по мере продолжения игры.

Основное предположение Барнсли звучало так: множества Джулиа и другие фрактальные формы, хотя и считаются по справедливости итогом детерминистского процесса, обладают второй равнозначной ипостасью как предел неупорядоченного процесса. Ради сравнения ученый предложил представить, к примеру, карту Великобритании, нарисованную мелом на полу комнаты. Топографу со стандартным набором инструментов будет весьма непросто измерить площадь всех изгибов, хотя бы тех же фрактальных береговых линий. Но вообразите, что мы подбрасываем в воздух одно за другим зернышки риса, которые в беспорядке ложатся на пол, а затем подсчитываем количество зерен, оказавшихся в пределах контура карты. Со временем результат начинает приближаться к площади интересующих нас форм, как предел случайного процесса. Говоря на языке динамики, формы Барнсли оказались аттракторами.

«Игра хаоса» использовала фрактальные характеристики некоторых изображений, то их качество, что они могли быть созданы из малых копий основной картины. Выбор правил для случайной итерации позволяет

уловить основополагающую информацию о той или иной форме, а сама итерация правил выдает эти же данные обратно независимо от масштаба. В указанном смысле чем более фрактальной является форма, тем более простыми окажутся соответствующие принципы. И Барнсли быстро обнаружил, что может воспроизвести все ставшие уже классическими фракталы из книги Мандельбро. Техника последнего представляла собой бесконечную последовательность построений и совершенствований: скажем, для создания снежинки Коха или ковра Серпински нужно, удалив линейные сегменты, заменить их точно определенными фигурами. Применяя вместо этого «игру хаоса», Барнсли создавал изображения, казавшиеся вначале лишь расплывчатыми карикатурами, но со временем вырисовывавшиеся все более четко. Вместо процесса усовершенствования, в котором не возникло необходимости, использовался лишь один набор правил, с помощью которого в итоге и воплощалась нужная форма.

Барнсли и его коллеги начали безудержно конструировать всякие изображения, многообразные формы, напоминавшие изогнутые капустные листья, налет плесневых грибков и брызги грязи. Ключевым стал теперь вопрос о том, как повернуть процесс вспять, как вывести набор правил для заданной формы. Ответ, названный ученым «теоремой коллажа», оказался настолько простым, что заставлял подозревать подвох. Для начала следует изобразить на экране дисплея форму, которая вас интересует. (Барнсли, будучи давним любителем папоротников, выбрал для первых опытов один из них.) Затем, используя «мышь» в качестве указки, нужно устлать первоначальную форму ее уменьшенными копиями, позволяя им, если необходимо, чуть накладываться друг на друга. В высшей степени фрактальную фигуру можно легко покрыть ее копиями, с менее фрактальной дело пойдет сложнее, но как бы то ни было, в принципе каждую форму можно устлать ее миниатюрными копиями.

«Если образ достаточно сложен, правила также будут непростыми, — пояснял Барнсли. — С другой же стороны, если объект заключает в себе скрытый фрактальный порядок — основное наблюдение Бенуа заключается в том, что множество явлений в природе не обладают им, — тогда с помощью нескольких правил его можно расшифровать. В данном случае модель окажется более занимательной, чем та, что создана при помощи Евклидовой геометрии. Известно же, что, взглянув на краешек листа, мы не увидим прямых линий». Его первый папоротник, созданный на небольшом персональном компьютере, точно соответствовал изображению в книге, хранимой ученым с детских лет. «Этот образ ошеломлял своей достоверностью. Любой биолог без труда идентифицирует его».

Барнсли с удовлетворением констатировал, что в некотором смысле природа играет в «игру хаоса», только на свой лад. «Информации, которую несет в себе спора, хватает лишь для кодирования одного вида папоротника, — замечал ученый. — Таким образом, существует предел его совершенству. Не удивительно, что нам удается отыскать равноценную краткую информацию для описания папоротников. Было бы странно, если бы дела обстояли иначе».

Но являлась ли случайность необходимой? Хаббард, также размышлявший о параллелях между системой Мандельбро и биологическим кодированием информации, выходил из себя при одном упоминании о том, что такие процессы зависимы от вероятности. «В системе Мандельбро нет ничего случайного, — возражал он, — как нет его ни в одном из явлений, которые я исследую. Не думаю также, что возможность неупорядоченности имеет прямое отношение к биологии, где любая случайность и хаотичность равносильны смерти. Все здесь в высшей степени структурировано. Исследуя вегетативное размножение растений, вы видите, что порядок, в котором распускаются листья на ветках, всегда один и тот же. Система Мандельбро подчиняется необычайно точной схеме, не оставляя места случаю. Я подозреваю, что когда кто-нибудь наконец-то выяснит, как устроен мозг, ко всеобщему изумлению обнаружится, что существует кодовая схема для конструирования этого органа, непостижимо четкая. Сама же идея случайности в биологии весьма призрачна».

Впрочем, метод Барнсли отводит случайности скромную роль инструмента. Использование его дает детерминистские и предсказуемые результаты. Наблюдая за вспыхивающими на экране точками, невозможно догадаться, где появится следующая, — это зависит от того, как ляжет «монетка» внутри компьютера. И все же почему-то мерцание всегда остается внутри границ, очерчивающих нужную форму на дисплее. В этом отношении назначение случайности обманчиво. «Она отвлекает внимание, — разъяснял Барнсли. — Случай важен для получения образов определенного инвариантного размера, существующих на фрактальном объекте. Сам же объект не зависит от случайности. Со 100-процентной вероятностью мы снова и снова рисуем то же изображение. Случай снабжает нас важными данными, исследуя фрактальные объекты с помощью собственного алгоритма. Нечто подобное происходит, когда мы, войдя в незнакомую комнату, перескакиваем взглядом с предмета на предмет и получаем достаточное представление о самой комнате. Она такова, какова она есть. Объект существует невзирая на то, что нам

приходится предпринимать».

Точно так же существует и система Мандельбро. Она существовала еще до того, как Пайтген и Рихтер придали ей художественную форму, до того, как Хаббард и Доуди постигли ее математическую суть, и даже прежде, чем сам Мандельбро открыл ее. Она появилась, когда наука создала подходящий контекст — набор комплексных чисел и понятие итерированных функций, а потом просто ждала своего часа. Или, возможно, она возникла даже раньше, когда природа начала организовывать самое себя посредством простых физических законов, повторяемых с бесконечным терпением, всюду одинаково.

Глава 9
Группа динамических систем

Коммуникация сквозь революционный водораздел неизбежно частична.

Томас С. Кун

В городке Санта-Крус, лежащем в часе езды к югу от Сан-Франциско, расположен один из самых молодых кампусов Калифорнийского университета. Он выглядит картинкой из сборника волшебных сказок. Говорят, он скорее похож на заповедник, чем на учебное заведение. Послушные духу времени, архитекторы и планировщики постарались сохранить каждое живое дерево. Здания, соединенные узкими тропинками, уютно укрываются в тени секвой. Кампус выстроен на вершине холма, так что время от времени его обитателям выпадает случай полюбоваться заливом Монтеррей, искрящимся на солнце. Открывшись в 1966 г., отделение Калифорнийского университета в Санта-Крусе за несколько лет стало одним из самых престижных кампусов во всем штате. Студенты связывали его с именами многих идолов интеллектуального авангарда: здесь читали лекции Норман О. Браун, Грегори Батсон, Герберт Маркузе. Факультеты оставляли противоречивое впечатление, и физический не являлся исключением; там трудилось около пятнадцати ученых, энергичных и в основном молодых, ставших своими в разношерстной среде блестящих нонконформистов, которых привлекал Санта-Крус. Физики находились под влиянием идеологии свободомыслия, но, поглядывая на юг, в сторону Калифорнийского технологического института, понимали, что им необходимо заложить высокие исследовательские стандарты, доказав тем самым серьезность своих намерений.

Одним из аспирантов, в чьей серьезности никто не сомневался, был Роберт Стетсон Шоу, уроженец Бостона и выпускник Гарварда, старший из шести детей в семье доктора и медсестры. По возрасту он превосходил большинство однокурсников — в 1977 г. ему исполнился тридцать один год. Учеба Шоу в Гарварде несколько раз прерывалась из-за службы в армии, жизни в общине и других неожиданных поворотов судьбы,

происходивших между указанными событиями. Роберт не знал, что привело его в Санта-Крус. Он никогда не видел кампус — только буклет с изображением местных красот и с рассказами о новых течениях в философии образования. Шоу обладал тихим, даже робким нравом. Будучи способным исследователем, он почти закончил свою докторскую диссертацию, посвященную сверхпроводимости. До полного завершения работы осталось лишь несколько месяцев, и никому не было особого дела до того, что он впустую тратил время, играя с аналоговым компьютером на нижнем этаже физического факультета.

Образование физика зависит от того, повезло ли ему с наставником. Молодые ученые, аспиранты и постдоки, помогают маститым профессорам справляться с экспериментальной работой и утомительными вычислениями, получая от своих руководителей часть выделяемых по грантам средств и шанс опубликовать научные работы. Хороший руководитель поможет своему протеже выбрать достойную внимания проблему, которая одновременно интересна и разрешима. Если сотрудничество процветает, влияние профессора расчищает путь для успешной карьеры молодого ученого, позволяет найти работу. Зачастую имя одного ассоциируется с именем другого. Однако когда дисциплина еще не существует как таковая, лишь немногие готовы преподавать ее. Подобное случилось и с наукой о хаосе: избравший ее полем деятельности в 1977 г. не мог отыскать научного руководителя. Не читали тогда такого курса, не было ни центров для изучения нелинейных феноменов и исследования сложных систем, ни учебников по хаосу, ни научной периодики.

Уильям Бёрк — ученый из Санта-Круса, занимавшийся космологией и теорией относительности, — случайно встретил своего друга Эдварда А. Шпигеля, астрофизика, в час дня в коридоре одного из отелей Бостона, куда оба прибыли на конференцию по общей теории относительности. «Представляешь, я только что послушал доклад об аттракторе Лоренца!» — поделился Шпигель. Используя схему собственного изобретения, присоединенную к приемнику, он превратил этот символ хаоса в циклическое повторение жутких свистящих звуков. Шпигель пригласил Бёрка посидеть в баре и изложил ему все в подробностях.

Шпигель был знаком с Лоренцем лично и, конечно, знал о хаосе еще с 60-х годов. Предметом его научного интереса являлось неупорядоченное поведение в моделях движения звезд, и он поддерживал контакты с французскими математиками. В конце концов, будучи профессором

Колумбийского университета и занимаясь астрономическими исследованиями, Шпигель сфокусировал свое внимание на явлении турбулентности в космосе — так называемых космических аритмиях. Он обладал удивительной способностью увлекать коллег новыми идеями, и к концу вечера идеей аттрактора загорелся и Бёрк, всегда воспринимавший новые мысли с энтузиазмом.

Последний сделал себе имя в научном мире, работая над одним из наиболее парадоксальных вопросов, привнесенных в науку Эйнштейном, — понятием о волнах гравитации, струящихся сквозь материю пространства-времени. То была в высшей степени нелинейная система, проявляющая себя столь же сложным и непредсказуемым образом, как турбулентность в жидкости. Проблема казалась весьма абстрактной и теоретической, однако Бёрк не обходил вниманием и «приземленную» физику. Однажды он написал работу, посвященную оптике пивной кружки: ученый исследовал, насколько толстым должно быть ее стекло, чтобы кружка казалась наполненной до краев. Берк любил повторять, что он из тех ретроградов, которые считают физику реальностью. Прочитав в журнале «Нейчур» статью Роберта Мэя, где тот настоятельно рекомендовал расширить курс нелинейных систем, ученый несколько часов «поиграл» на калькуляторе с описанными в работе уравнениями. Аттрактор Лоренца показался Бёрку интересным. Не желая доверять чужим словам, он загорелся желанием увидеть поразительный феномен собственными глазами. Возвратясь в Санта-Крус, Бёрк вручил Роберту Шоу лист бумаги с нацарапанными на нем тремя дифференциальными уравнениями и поинтересовался, нельзя ли ввести их в аналоговый компьютер.

В эволюции вычислительных машин аналоговые компьютеры считались тупиковой ветвью. Такие устройства обычно не держали на физических факультетах, и в Санта-Крусе одно из них оказалось по чистой случайности. Первоначально здесь задумывали организовать инженерную школу, а когда планы изменились, выяснилось, что энергичный агент уже приобрел для нее кое-какое оборудование, в частности аналоговые компьютеры.

Напомним, что память цифровых компьютеров состоит из множества унитарных элементов-ячеек — в прошлом электронных ламп-диодов, которые могут находиться в двух состояниях: 1) диод проводит ток, что соответствует числу «единица»; 2) диод не проводит ток, что соответствует числу «ноль». Компьютер оперирует с этими нулями и единицами, позволяя получать ответы на заданные программистами вопросы. Элементная база его поддается той миниатюризации и акселерации

технологий, которая управляла компьютерной революцией. Выполненное однажды на цифровом компьютере могло быть выполнено вновь, точь-в-точь с тем же результатом, и в принципе воспроизведено на любом другом компьютере. Что касается аналоговых машин, то они — вещь неопределенная и неунифицированная. Составляющие их блоки не ячейки типа диодов, как в цифровых компьютерах, а электронные схемы, подобные резисторам и конденсаторам, которые хорошо знакомы любому, кто когда-либо увлекался радиотехникой, как, например, Роберт Шоу. В Санта-Крусе стояла машина модели «Systron-Donner», громоздкое, припорошенное пылью устройство с фронтальной панелью, похожей на те, что применялись в вышедших из употребления телефонных коммутаторах. Программирование на аналоговом компьютере заключалось в выборе электронных компонентов и подключении шнуров к наборной панели.

Конструируя различные комбинации соединений схем, программист имитирует системы дифференциальных уравнений таким образом, что данные модели хорошо разрешают проблемы инженерии. Допустим, нам необходимо построить модель автомобильной подвески с рессорами и амортизаторами такой конструкции и массы, чтобы добиться наиболее плавного движения. Можно сделать так, чтобы осцилляции в аналоговом компьютере соответствовали осцилляциям в реальной физической системе. Конденсатор заменяет рессору, индукторы олицетворяют массу и т. п. Расчеты неточны — числовым выкладкам отводится второстепенная роль. Вместо этого мы имеем модель из металла и электронов, достаточно быструю и — что лучше всего — легко регулируемую. Простым нажатием на кнопку мы можем подстраивать переменные, придавая рессоре дополнительную упругость или ослабляя трение. И за изменениями результатов можно наблюдать в реальном времени, поскольку кривые выводятся на экран осциллографа.

Работая урывками в лаборатории сверхпроводимости, Шоу пытался закончить свою диссертацию, но все больше времени проводил возле компьютера «Systron-Donner». Он уже смог изобразить «портреты» некоторых простых систем в фазовом пространстве — периодичных орбит или ограниченных кругов. Узрев хаос, воплощенный в странных аттракторах, он, конечно же, не узнал его запечатленным в виде уравнений Лоренца. Впрочем, эти уравнения казались не сложнее тех, с которыми возился сам Шоу. Для того чтобы подсоединить шнуры и нажать нужные кнопки, понадобилось всего несколько часов, а спустя пару минут молодой ученый уже понял, что ему не суждено закончить диссертацию по сверхпроводимости.

Он остался в подвальном помещении на ночь и провел там много других ночей, наблюдая за зеленой точкой, что мелькала на экране осциллографа, снова и снова вычерчивая характерную для аттрактора Лоренца кривую, похожую на маску совы. Плавные ее контуры, мерцающие и трепещущие одновременно, будто отпечатались на сетчатке, не походя ни на один из когда-либо исследованных объектов. Казалось, феномен жил своей жизнью, никогда не повторяя прежние формы и приковывая к себе взгляд, словно подвижный язычок пламени. Недостаточная точность аналогового компьютера сыграла на руку Шоу, который быстро почувствовал «сильную зависимость от начальных условий», убедившую Лоренца в тщетности долгосрочного прогнозирования погоды. Молодой физик задавал начальные условия, нажимал кнопку ввода, и появлялся аттрактор. Потом Шоу вновь задавал те же начальные условия, но новая орбита весьма заметно отдалялась от предыдущей, хотя и заключалась в том же аттракторе.

Как ребенок, Шоу строил иллюзии насчет того, какой будет наука о вновь открытых формах. Романтическое воображение рисовало ему прорыв в неизведанное, и то, что он увидел, оказалось достойным его мечтаний. Экспериментатору иного склада физика низких температур — все это множество отвесов и огромных магнитов, баллонов с жидким гелием и нониусов — представлялась весьма занятной, но для Шоу это был путь в никуда. Вскоре он перетащил аналоговый компьютер наверх, но никогда уже не возвращался к феномену сверхпроводимости.

«Просто нажимая на кнопки, вы ощутите себя первооткрывателем иного мира. Вам даже не захочется вынырнуть, чтобы сделать глоток воздуха», — говорил Ральф Абрахам, профессор математики, одним из первых увидевший аттрактор Лоренца в движении. Абрахам работал в Беркли со Стивом Смэйлом, а тот был одним из немногих ученых в Санта-Крусе, которые могли оценить по достоинству важность игрушки Шоу. Первой реакцией ученого было удивление — уж очень быстро мелькали фигуры, — и Шоу пояснил, что смена образов могла быть еще стремительней, не включи он в схему дополнительные конденсаторы. Аттрактор оказался весьма устойчивым. Хотя вычисления с помощью аналоговых схем носили приблизительный характер, настройка и перестановка не влекли за собой исчезновение изображения, не превращали его в некую случайность, но поворачивали или изгибали объект таким образом, что он постепенно начинал приобретать смысл. «Роберту довелось испытать, как небольшое открытие разом проясняет все

загадки, — отмечал Абрахам. — Многие важнейшие понятия — показатель Ляпунова, фрактальное измерение — сами собой придут на ум. Вы увидите их и начнете исследования».

Была ли это наука? Определенно, компьютерное исследование, чуждое формальных доказательств, не назовешь математикой, и тут даже сочувствие и поддержка ученых вроде Абрахама не могли изменить ситуацию. Физический факультет также не усматривал особых причин считать увиденное физикой. Однако что бы то ни было, оно привлекало внимание. Шоу обычно оставлял дверь своей комнаты открытой, а напротив, через холл, располагался вход на физический факультет, так что поблизости все время толклись люди. И вскоре у Шоу появилась компания.

В коллективе, который назвался Группой динамических систем — иногда его именовали Кликой Хаоса, — немногословный Шоу стал центром притяжения. Не без доли робости он выдвигал на суд ученой публики собственные идеи. По счастью, его товарищи не испытывали подобных затруднений; зачастую они просто полагались на его видение того, как довести до конца незапланированную программу исследования в непризнанной отрасли науки.

Дойн Фармер, высокий, худощавый, слегка рыжеватый уроженец Техаса, — быстро приобрел репутацию красноречивого оратора группы. В 1977 г. ему исполнилось двадцать четыре года, и он был полон энергии и энтузиазма — генератор идей во плоти. При первой встрече его даже частенько принимали за хвастуна. Норман Пакерд, тремя годами младше, был товарищем Фармера с детских лет. Как и Фармер, он вырос в городке Сильвер-Сити, штат Нью-Мексико, а в Санта-Крус прибыл, когда Фармер взял год отпуска, чтобы попытаться приложить законы движения к игре в рулетку. Дойн приступил к решению этой задачи со всей серьезностью, но идея была притянута за уши. Тем не менее больше десяти лет Фармер, а за ним и другие юные физики, профессиональные игроки и просто сочувствующие пытались вывести закон рулетки. Фармер не оставил этого занятия, даже когда перешел на работу в теоретический отдел Национальной лаборатории в Лос-Аламосе. Просчитывались уклонения и траектории, писалось и переписывалось программное обеспечение, в ботинки встраивались миниатюрные компьютеры, ради набегов на близлежащие казино, но ни один из методов не оправдал ожиданий. Все члены группы, кроме Шоу, так или иначе занимались этим проектом. Надо сказать, он научил их быстро анализировать динамические системы. Однако не обошлось без издержек: Фармер так и не сумел убедить факультет физики Санта-Круса, что всерьез воспринимает науку.

Четвертым членом Группы динамических систем стал Джеймс Кручфилд, самый младший из всех и единственный уроженец Калифорнии. Невысокого роста, крепко сбитый, виртуоз виндсерфинга, Кручфилд чувствовал компьютер как самого себя. В Санта-Крус он приехал будучи студентом последнего курса, ассистировал Шоу в его опытах по сверхпроводимости, затем перебрался, как говорили в Санта-Крусе, «на ту сторону холма» — работал в исследовательском центре IBM в Сан-Хосе — и в 1980 г. вновь стал аспирантом физического факультета. К тому времени, прокрутившись уже два года возле лаборатории Шоу, он ринулся изучать математику, необходимую для постижения динамических систем. Как и все остальные члены группы, Кручфилд оставил позади проторенную тропу исследований.

Весной 1978 г. на факультете окончательно поверили, что Шоу забросил свою диссертацию по сверхпроводимости, несмотря на то что он был очень близок к ее завершению. Не важно, что иссяк интерес к работе, убеждали коллеги, надо преодолеть все последние формальности, получить докторскую степень и двигаться дальше, к новым академическим успехам. Хаос таковых не сулил. Никто в Санта-Крусе не обладал должной квалификацией, чтобы читать курс, не имевший даже названия. Докторской степенью здесь и не пахло, не говоря уж о вакансиях. Все упиралось еще и в денежный вопрос: физические исследования в Санта-Крусе, как и в любом американском университете, финансировались Национальным научным фондом и другими федеральными ведомствами путем предоставления грантов членам факультета. Флот, военно-воздушные силы, Министерство энергетики, ЦРУ выделяют крупные суммы, не ставя условием немедленное применение разработок в гидро- и аэродинамике, энергетике или разведке. Работающий на факультете физик получает достаточно средств, чтобы приобрести лабораторное оборудование и выплачивать стипендии своим аспирантам. Руководитель покрывает их расходы на фотокопирование, оплачивает дорогу на конференции и даже выделяет некоторую сумму, чтобы они могли отдохнуть на каникулах. В противном случае аспиранты были бы брошены на произвол судьбы. Такова была система, от которой Шоу, Фармер, Паккард и Кручфилд отказались по доброй воле.

Когда по ночам стало пропадать кое-какое электронное оборудование, его искали в лаборатории Шоу, где тот прежде проводил низкотемпературные эксперименты. Время от времени один из четырех обращался к ассоциации аспирантов с просьбой о выделении тысячи долларов. Иногда физический факультет сам изыскивал эту сумму. В

результате группа обзавелась плоттерами, конвертерами, электронными фильтрами. Специалисты по физике частиц, обитавшие на первом этаже, имели в своем распоряжении небольшой цифровой компьютер — хранилище всякого хлама. Вскоре он перекочевал в лабораторию Шоу. Фармер поднаторел в использовании чужих вычислительных машин. Однажды летом его пригласили в Национальный центр исследований атмосферного пространства в Боулдере, штат Колорадо, где огромные компьютеры моделируют погоду в мировом масштабе. Мастерство, с которым Фармер урывал ценившееся на вес золота время этих машин, ошеломило метеорологов.

Хорошую службу молодым ученым сослужило умение обращаться со всякого рода «железками». Шоу с детства только и делал, что копался во всяких устройствах. Паккард еще мальчишкой ремонтировал в Сильвер-Сити телевизоры. Кручфилд принадлежал к первому поколению математиков, которым логика компьютерных процессоров казалась естественным языком. Здание физического факультета, располагавшееся в тени деревьев, ничем не отличалось от прочих строений такого рода, — те же бетонные полы и вечно нуждающиеся в покраске стены, однако в комнате, где работали адепты хаоса, царила особая атмосфера — там громоздились кучи бумаг, на стенах фотографии таитянок перемежались с изображениями странных аттракторов. Почти каждый час, но чаще ночью, случайный посетитель мог наблюдать, как члены группы заново устанавливают схемы, отсоединяют шнуры от наборной панели, спорят о самосознании и эволюции, регулируют экран осциллографа или просто с упоением смотрят, как сверкающая зеленая точка, чья орбита мерцает и подрагивает словно живое существо, вычерчивает бесконечную кривую.

«На самом деле всех нас привлекло одно и то же: мысль, что можно наблюдать детерминизм, но в какой-то степени нереальный, — признавался Фармер. — Идея о том, что классические детерминистские системы, которые мы изучали, способны генерировать случайность, казалась интригующей, и мы двигались дальше, чтобы понять, что дает ход этому явлению.

Нельзя по достоинству оценить такое открытие, если в течение шести или семи лет человеку не вбивали в голову все стандартные курсы физики. Нас учили, что существуют классические системы, где абсолютно все определяется начальными условиями, потом есть еще квантовая механика, где явления тоже предопределены, но необходимо учитывать пределы, ограничивающие начальные данные. Что же касается понятия *нелинейный*,

то его мы встречали лишь в конце учебника. Так, студент-физик изучал курс математики, где самая последняя глава была посвящена нелинейным уравнениям. Обычно мы пропускали ее, а если и нет, то усваивали только одну рекомендацию: нужно свести эти нелинейные уравнения к линейным, чтобы получить приблизительные решения. Мы расписывались в собственной беспомощности.

Не имея понятия, что порождает нелинейность в модели, мы задавались вопросом: что является причиной такого неупорядоченного поведения? Ведь его не видно в уравнениях… Казалось, что-то появляется прямо из небытия!»

Кручфилд говорил: «Мы поняли, что перед нами лежит целая область физических знаний, которую нельзя втиснуть в рамки современного научного исследования. Нас этому не учили. Ну что ж, нам представился шанс взглянуть на реальность прекрасного земного мира и попытаться хоть что-то понять».

Очарованные постигнутым, они обескуражили профессоров, взявшись за проблемы детерминизма, природы интеллекта, направления биологического развития.

«Нас объединило то, что мы все смотрели вдаль, — объяснял Паккард. — Мы были поражены, выяснив, что упорядоченные физические системы, затертые до дыр в курсе классической физики, порождают нечто таинственное, если слегка изменить параметры, нечто такое, к чему неприменим огромный аналитический аппарат.

Феномен хаоса мог быть открыт гораздо, гораздо раньше. Этого не случилось потому, что исследования динамики регулярного движения вели ученых по другому пути. Но если взглянуть повнимательнее, можно обнаружить и дорожку к хаосу. Проделанная работа укрепляла в следующей мысли: пусть физика и наблюдения ведут нас, и мы посмотрим, какие новые теории можно развить. Мы признали изучение сложных систем отправной точкой, от которой можно перейти к пониманию их истинной, реальной динамики».

Фармер добавлял: «В философском плане обнаруженное ошеломило меня. Ведь это был действенный путь примирения свободы воли с детерминизмом. В самом деле: система является детерминистской, но мы не знаем, как она себя поведет в дальнейшем! Я всегда ощущал, что наиважнейшие проблемы в мире связаны с законами организации жизни и разума. Но как и где можно их изучить? То, чем занимались биологи, казалось чересчур прикладным и специфичным. Химики, бесспорно, не работали над этой проблемой. Математики и физики, к сожалению, тоже.

Однако я чувствовал, что вопрос о стихийной самоорганизации должен относиться именно к сфере физики. То, что мы увидели в своих экспериментах, являлось двумя сторонами одной медали. Порядок существовал — такой порядок, в который постепенно вклинивалась доля случайности, еще шаг — и появлялся хаос, скрывающий в себе свой особый порядок».

Шоу и его коллегам пришлось претворить переполнявший их энтузиазм в трезвую научную программу. Они задавали вопросы, на которые можно было ответить и стоило отвечать. Они искали связующие звенья между теорией и опытом. Именно там, как подсказывала интуиция, лежал пробел, который требовалось заполнить. Приступая к работе, молодые ученые должны были выяснить, что уже известно, а что еще ждет своего часа. Одно это представлялось тяжким испытанием.

Группе динамических систем мешало то, что общение ученых ограничено рамками отдельных дисциплин. Эта обособленность была особенно досадной помехой, когда предмет исследования лежал на границе целого ряда областей знания. Зачастую исследователи даже не представляли, где именно находятся — в уже освоенных владениях науки или на неизведанной территории. Единственным, кто мог пролить свет на это обстоятельство, был Джозеф Форд, страстный ревнитель хаоса из Технологического института Джорджии. Он уже бесповоротно решил, что будущее физики — за нелинейной динамикой, и только за ней, и занялся сбором и распространением сведений о журнальных публикациях по хаосу. Сам он занимался недиссипативным хаосом, хаосом астрономических объектов и физики частиц. Форд, как никто другой, был в курсе исследований советских ученых и считал своим долгом поддерживать контакты со всеми, кто хотя бы отдаленно разделял философию новоиспеченной дисциплины. Везде и всюду он обзаводился друзьями, и краткий пересказ статьи любого исследователя проблемы нелинейности немедленно пополнял растущее собрание рефератов Форда. Молодые ученые из Санта-Круса, узнав о начинании Форда, обратились к нему с просьбой выслать копии статей, и вскоре публикации потекли рекой.

Члены группы выяснили, что странные аттракторы возбуждают множество вопросов. Каковы их характерные формы? Что представляет собой их топологическая структура? Что говорит геометрия о физике родственных динамических систем? Первым подходом к проблеме явилось практическое исследование, с которого и начал Шоу. Многие математические статьи были посвящены аспекту структуры, но подход

математиков казался Шоу слишком детализированным: за деревьями еще не видно было леса. Изучение литературы привело его к мысли, что математики, отвергнув в силу предубеждения компьютерный эксперимент, запутались в сложностях структуры аттракторов и отдельных орбит, бесконечности, возникавшей здесь, и отсутствии регулярной последовательности, проявлявшейся там. Их не интересовала неопределенность аналоговых процессов, которая, с точки зрения физика, правила реальным миром и всеми его системами. Сам Шоу, будучи физиком, увидел на экране своего осциллографа не отдельные орбиты, а некую огибающую кривую, элементами которой они являлись. Эта кривая менялась по мере того, как он нажимал на кнопки. Он не мог дать точное объяснение наблюдаемым изгибам и поворотам на языке математической топологии, и все же ему начинало казаться, что он понимает их.

Физик стремится делать измерения. Но что можно измерить в неуловимых движущихся образах? Члены группы попытались отделить те особые свойства, которые делали странные аттракторы столь чарующими. Сильная зависимость от начальных условий — стремление близлежащих траекторий отдалиться друг от друга… Именно эта характеристика заставила Лоренца понять, что долгосрочное предсказание погоды невозможно. Но где взять инструменты, чтобы определить степень зависимости? Да и поддается ли измерению непредсказуемость?

Ответ на этот вопрос дала концепция, родившаяся в России, а именно — показатели Ляпунова. Эти величины выражали меру как раз тех топологических характеристик, которые соответствовали понятию непредсказуемости. Показатели Ляпунова давали возможность в рамках некоторой системы оценить противоречивые результаты сжатия, растяжения и свертывания в фазовом пространстве аттрактора, позволяя тем самым судить обо всех свойствах системы, которые ведут к стабильности или неупорядоченности. Если значение показателя оказывалось больше нуля, это свидетельствовало об удлинении, при котором близлежащие точки разделялись. Значение меньше нуля указывало на сокращение. Для аттрактора, представлявшего собой неподвижную точку, все экспоненты Ляпунова являлись отрицательными, поскольку растяжение было направлено внутрь, к конечному устойчивому состоянию. Аттрактор в форме периодической орбиты характеризовался лишь одним нулевым значением, все другие значения были отрицательными. Странный аттрактор, как выяснилось, должен был обладать по крайней мере одним положительным значением показателя Ляпунова.

К досаде молодых ученых, оказалось, что они не создали ничего

нового, а всего лишь развили готовую идею настолько, насколько было возможно с точки зрения практики, научившись измерять показатели Ляпунова и соотносить их с другими важными характеристиками. Используя компьютерную анимацию, они строили серии движущихся картин, иллюстрировавших биения порядка и хаоса в динамических системах. Проделанный ими анализ ясно показывал, каким образом системы, будучи неупорядоченными в одном направлении, могут оставаться вполне определенными и устойчивыми в другом. Один из таких своеобразных фильмов демонстрировал, что происходит с крошечным кластером соседствующих точек на странном аттракторе — олицетворением начальных условий — по мере развития системы во времени. Кластер начинал «распыляться», теряя фокус, превращался в точку, затем — в маленький шарик, который у некоторых типов аттракторов быстро распылялся. Такие аттракторы представляли интерес при изучении *смешивания*. У других аттракторов распыление шло лишь в определенных направлениях: шарик превращался в ленту, хаотичную по одной оси и упорядоченную по другой. Создавалось впечатление, будто в системе уживаются упорядоченный и хаотический импульсы и они как бы обособлены. В то время как один импульс приводил к случайности и непредсказуемости, другой работал будто точнейшие часы. И оба они могли быть определены и измерены.

Исследования хаоса, проведенные в Санта-Крусе, наиболее существенно затронули тот раздел математики, в котором присутствует изрядная доля философии и который называется теорией информации. Эта теория была создана в конце 40-х годов Клодом Шенноном, американским инженером, трудившимся в лабораториях компании «Белл телефон». Он назвал свою работу «Математическая теория коммуникации», но поскольку речь в этом труде шла об особом предмете, называемом информацией, за новой дисциплиной закрепилось наименование «теория информации». То был продукт века электроники. Линии связи и радиопередачи несли в себе нечто определенное, в недалеком будущем компьютерам предстояло хранить это «нечто» на перфокартах, магнитных цилиндрах и в оперативной памяти, и все же оно не являлось знаниями и само по себе не обладало смыслом. Основными единицами этого загадочного предмета являлись не идеи, не понятия и даже не всегда слова или числа. Независимо от того, нес ли он в себе смысл или бессмыслицу, инженеры и математики могли его измерять, пересылать по линиям передач и проверять такие передачи на точность. Слово «информация» было таким же словом, как и

все остальные, но люди должны были запомнить, что они используют специальный термин, не освященный фактическим доказательством, учением, мудростью, пониманием и просвещением.

Технические средства ввели в рамки предмет изучения теории. Поскольку информация хранилась в ячейках компьютерной памяти в двоичном представлении, один разряд такой ячейки, содержащий единицу или ноль (что соответствует понятиям «да» и «нет») и названный битом, стал основной мерой информации. С технической точки зрения теория информации превратилась в инструмент, который помогал выяснить, каким образом шумы в форме случайных помех препятствуют плавному потоку битов при передаче. Теория подсказывала способ определения необходимой пропускной способности коммуникационных каналов, компакт-дисков или прочих продуктов технологии, кодировавшей язык, звуки и зрительные образы. Она указывала пути исчисления эффективности различных схем коррекции ошибок, в частности применения некоторых битов для проверки остальных. Наконец, она исследовала такое важнейшее понятие, как «избыточность». Согласно теории информации Шеннона обычный язык более чем на 50 % избыточен, т. е. содержит звуки или буквы, которые не являются строго необходимыми для передачи сообщения. Знакомая идея, не правда ли? Надежность связи в мире, где невнятно проговаривают слова и допускают опечатки, существенным образом зависит от избыточности. Известная всем реклама курсов стенографии «если в мжт прчть здс сбщн» наглядно демонстрирует выдвинутое утверждение, а теория информации позволяет дать количественную оценку данного феномена. Избыточность являет собой предсказуемое отклонение от случайного. В повседневном языке она проявляется в повторяемости значений, которое весьма сложно изменить — мера ее зависит от того, как избыточность сказывается на знаниях людей о собственном языке и мире. Именно элемент избыточности помогает людям решать кроссворды или вставлять пропущенное слово, если оно заканчивается, к примеру, буквой «а». Есть и другие типы избыточности, больше пригодные для численных измерений. Согласно статистическим данным, вероятность того, что взятой наугад буквой английского языка окажется буква «е», гораздо выше $^{1}/_{26}$ (в английском алфавите 26 букв). К тому же не стоит рассматривать буквы как изолированные единицы. К примеру, зная, что в английском тексте есть буква «t», можно предположить, что за ней следует буква «h» или «o», а идентификация уже двух букв позволяет строить дальнейшие догадки. Частотность

употребления комбинаций из двух или трех букв определяется особенностью того или иного языка. Компьютер, руководствуясь одной лишь частотностью трехбуквенных сочетаний, может выдать бессмысленный текст, но это будет узнаваемо *английская* бессмыслица. Криптологи долгое время использовали статистический принцип при расшифровке простых кодов. Сейчас инженеры, работающие в сфере коммуникаций, применяют его к технологиям сжатия данных и устранения избыточности, чтобы экономить пространство передающей линии или дискового накопителя. По Шеннону, нужно рассматривать эти модели, руководствуясь следующими соображениями: поток информации в обычном языке является менее чем случайным; каждый новый бит частично ограничен предшествующими; таким образом, каждый новый бит несет в себе в некоторой степени меньше содержания, чем тот, что заключает в себе реальную информацию. В такой формулировке просматривается некий парадокс: чем выше доля случайности в потоке данных, тем больше информации будет передано каждым новым битом.

Весьма ценная в техническом плане для начала компьютерной эры, теория информации Шеннона мало что привнесла в философию. Главный ее вклад, привлекший внимание специалистов других областей, выражается одним-единственным термином — энтропия. Как объяснял Уоррен Уивер в классическом изложении теории информации, «человек, впервые сталкивающийся с понятием энтропии в теории коммуникаций, вправе ощутить волнение, он вправе заключить, что встретил нечто основополагающее, важное». Концепция энтропии восходит к термодинамике; она фигурирует во втором законе, гласящем, что Вселенная и каждая отдельная система в ней неизбежно стремятся к нарастанию беспорядка. Разделите бассейн на две части, поставив между ними перегородку. Наполните одну часть водой, а другую — чернилами. Дождитесь, пока поверхность успокоится, а затем снимите перегородку. Вы увидите, что лишь посредством случайного перемещения молекул вода и чернила со временем перемешаются. Этот процесс никогда не повернет вспять, сколько ни жди — хоть до конца света. Именно поэтому считается, что второй закон термодинамики уподобил время одностороннему уличному движению. Энтропия — наименование того свойства систем, которое увеличивается согласно второму закону, — смешения, беспорядочности, случайности. Это понятие легче постичь интуитивно, не пытаясь измерить его в реальной жизни. Как с достаточной степенью достоверности можно оценить уровень смешения двух веществ? Во-первых, можно пересчитать молекулы каждого из них в отдельно взятой

пробе; но как быть, если они организованы по принципу «да — нет — да — нет— да — нет — да — нет», подобно данным в линиях передач и компьютерной памяти? В этом случае вряд ли можно измерить энтропию с желаемой точностью. Другой способ заключается в подсчете только молекул «да — нет», но что делать, если они расположены по схеме «да — нет— нет — да — да — нет — нет — да»? К сожалению, строгий пересчет не поддается несложной алгоритмизации.

Роберт Шоу узрел в аттракторах движущую силу информации. Согласно его первоначальной и главнейшей концепции, хаос указывает естественный путь возврата к живым физическим наукам, к тем идеям, которые теория информации почерпнула из термодинамики. Странные аттракторы, соединяющие порядок и беспорядочность, придали новую значимость измерению энтропии систем. Они являются эффективными смесителями, которые создают непредсказуемость и таким образом повышают энтропию. По представлениям Шоу, они порождают информацию там, где ее ранее не существовало.

Однажды Норман Паккард, читая журнал «Американская наука», наткнулся на сообщение о конкурсе очерков, объявленном Луи Жако. Стоило подумать об участии: Жако, французский финансист, который выдвинул собственную теорию, касавшуюся структуры Вселенной, обещал победителю солидный приз. В конкурсе могли участвовать любые очерки, так или иначе соответствовавшие теме Жако. («Они получат груды писем от всяких чудаков», — предрекал Фармер.) Состав жюри впечатлял: туда входили светила французской науки. Паккард показал объявление Шоу. Работу нужно было представить на конкурс не позднее первого января 1978 г.

К этому времени члены группы регулярно встречались в большом старом доме недалеко от побережья. Сюда натаскали много мебели с блошиного рынка и компьютерного оборудования, применявшегося в основном для работы над теорией рулетки. Шоу держал там пианино, на котором наигрывал мелодии эпохи барокко или просто импровизации на классические и современные темы. Встречаясь у побережья, физики выработали собственный стиль исследований: процедуру оценки идей, просеивания их сквозь «сито» целесообразности, штудирования литературы и написания своих работ. В конечном счете молодые люди научились сотрудничать с журналами довольно эффективным образом, встав на путь коллективного творчества. Впрочем, первая статья была подписана именем Шоу (то была одна из немногих его работ), и он написал ее сам. И что характерно, подал с опозданием.

В декабре 1977 г. Шоу впервые направился на семинар, посвященный хаосу и проходивший в Академии наук Нью-Йорка. Профессор, руководивший Шоу, когда тот еще писал диссертацию по сверхпроводимости, оплатил ему проезд, и Роберт, не смущаясь отсутствием приглашения, прибыл послушать доклады ученых, которых знал только по публикациям. Давид Руэлль, Роберт Мэй, Джеймс Йорк — молодому физику эти люди внушали благоговейный трепет, как, впрочем, и плата за номер в отеле «Барбизон» — целых тридцать пять долларов! Астрономическая для него сумма… Внимая лекциям, он мучился противоречивыми чувствами. С одной стороны, было ясно, что он, сам того не ведая, двигался по уже изученной территории. С другой — что-то подсказывало Шоу, что он способен вынести на обсуждение новую важную идею. Он привез незаконченный вариант своей статьи о теории информации, написанный от руки и подколотый в скоросшиватель черновик. Попытки найти машинистку — сначала в гостинице, а затем где-нибудь еще — успеха не имели. Шоу был вынужден увезти работу назад. Уже потом, когда друзья начали расспрашивать о деталях поездки, он поведал, что кульминацией встречи стал банкет в честь Эдварда Лоренца, который наконец удостоился всеобщего признания, столь долго обходившего его стороной. Когда знаменитый ученый вошел в комнату, робко держа под руку жену, все присутствующие, встав со своих мест, приветствовали его аплодисментами. Эта овация просто ужаснула виновника торжества.

Несколькими неделями позже, во время поездки в штат Мэн, где у его родителей был дачный домик, Шоу все-таки отправил статью на конкурс Жако. Новогодние праздники уже миновали, но начальник местной почты великодушно проставил на конверте более раннюю дату. Очерк — смесь эзотерической математики и умозрительной философии, которую иллюстрировали похожие на кадры мультиков рисунки Криса Шоу, брата Роберта, — был удостоен похвального отзыва. Шоу получил достаточную сумму наличными, чтобы оплатить путешествие в Париж, где он мог востребовать награду. Достижение было скромным, но пришлось как раз ко времени, поскольку отношения Группы динамических систем с факультетом становились все более натянутыми. Молодые ученые отчаянно нуждались в любых проявлениях доверия извне, какие только могли снискать. Фармер забросил свою астрофизику, Паккард покинул нивы статистической механики, а Кручфилд не был готов к тому, чтоб сделаться аспирантом. На факультете чувствовали, что ситуация с парнями выходит из-под контроля.

Статья «Странные аттракторы: хаотическое поведение и поток информации» распространилась тогда в препринтном издании, тираж которого достиг в итоге около тысячи экземпляров. Это была первая старательная попытка соединить теорию информации и хаос.

Шоу представил в новом свете некоторые предположения классической механики. Энергия в природе существует как бы на двух уровнях: в макромире, объекты которого могут быть измерены и всесторонне описаны, и в микромире, где неисчислимое количество атомов находится в хаотическом движении, которое можно характеризовать только их средней скоростью, проявляющейся в макромире как температура. По замечанию Шоу, суммарная энергия микромасштабов может перевесить энергию макромасштабов, но в классических системах подобное тепловое движение не рассматривают, считая его изолированным. Таким образом, разные масштабы не сообщаются друг с другом, и, по словам Шоу, «совсем необязательно знать температуру, чтобы решить задачу из классической механики». Все же, с его точки зрения, хаотические и близкие к ним системы преодолевают разрыв между макромасштабами и микромасштабами и хаос порождается информацией.

Можно представить себе течение воды, огибающей препятствие. Как известно любому ученому, занимающемуся гидродинамикой, и каждому любителю гребли на каноэ, если поток струится достаточно быстро, то вниз по течению образуются водовороты. При определенной скорости завихрения остаются на месте, но с ее повышением начинают двигаться. Экспериментатор может различными методами получать данные о такой системы, например использовать детекторы вязкости и другие устройства. Но почему бы не попробовать самое простое? Выбрав точку, расположенную ниже препятствия по течению, надо через одинаковые временные интервалы наблюдать, в каком направлении закручивается завиток жидкости — направо или налево.

Если завихрения статичны, поток данных будет иметь следующий вид: налево — налево — налево — налево— налево — налево — налево — налево — налево — налево — налево — налево — налево — налево — налево — налево — налево — налево — налево — налево!.. По истечении некоторого времени наблюдатель начинает понимать, что фрагменты информации ничего нового о системе не сообщают. Возможно, завитки будут периодически менять направление: налево — направо — налево — направо — налево — направо — налево — направо — налево — направо — налево — направо — налево — направо — налево — направо — налево

— направо — налево — направо… Хотя сначала ситуация кажется на порядок более интересной, она быстро исчерпывает все свои сюрпризы.

Когда же система, определенно в силу своей непредсказуемости, становится хаотичной, она начинает генерировать устойчивый поток данных, и каждое наблюдение приносит что-то новое. Такое поведение представляет собой проблему для экспериментатора, пытающегося полностью охарактеризовать систему. Как замечал Шоу, «он никогда не сможет покинуть лабораторию, поскольку поток превратится в непрерывный источник информации».

Но откуда исходит информация? Рассмотрим сосуд с водой. На микроскопическом уровне это мириады мириад молекул, кружащихся в полном случайностей термодинамическом танце. Подобно тому как турбулентность по цепочкам водоворотов передает энергию от больших масштабов вниз, к рассеивающим малым масштабам на уровне вязкости, так и информация передается назад от малых масштабов к большим. Во всяком случае, так Шоу и работавшие вместе с ним физики описали наблюдаемое явление. И каналом передачи данных наверх служит странный аттрактор, увеличивающий первоначальную неупорядоченность тем же образом, как открытый Лоренцом эффект бабочки «раздувает» крошечные неопределенности до размеров крупномасштабных моделей погоды.

Вопрос заключался в степени увеличения. Продублировав по неведению некоторые уже проведенные исследования, Шоу выяснил, что советские ученые вновь опередили группу. А. Н. Колмогоров и Яков Синай разработали базовые математические методы, позволяющие связать свойственную системе удельную энтропию, энтропию на единицу времени, с геометрическими изображениями растягивающихся и сгибающихся в фазовом пространстве поверхностей. Концептуальное ядро данной методики заключалось в создании вокруг произвольно малого объема некоторой совокупности начальных условий. Так, можно нарисовать на боку воздушного шарика маленький квадрат, а затем подсчитать эффекты от расширения или изгибов рассматриваемого объема. Он может, в частности, растянуться в одном направлении, оставаясь узким в другом. Изменения площади соответствовали внесению неопределенности относительно прошлого системы, получению или утрате информации.

В той степени, в какой термин «информация» обозначает непредсказуемость, данная теория соответствовала идеям, которые развивали Руэлль и другие ученые. Обращение к теории информации позволило группе из Санта-Круса использовать ту часть математической

аргументации, которая была хорошо отработана теоретиками в сфере коммуникации. В частности, проблема добавления внешних помех в детерминистскую систему представлялась для динамики новой, но в области коммуникации с ней были уже хорошо знакомы. Молодых ученых, впрочем, математика привлекла лишь отчасти. Когда они обсуждали системы, генерирующие информацию, то размышляли и о спонтанном зарождении некоего образа в мире. Паккард замечал: «Кульминацией сложной динамики являются биологическая эволюция и процессы мышления. Интуиция подсказывает, что существует четкий принцип, с помощью которого эти сверхсложные системы генерируют данные. Миллиарды лет назад существовали лишь частицы протоплазмы, затем появились все мы. Итак, информация создавалась и хранилась в нашей собственной структуре. Несомненно, что в ходе развития разума человека, начиная еще с детства, информация не только аккумулируется, но и порождается из тех связей, которых ранее не существовало». Такого рода разговоры могли вскружить голову даже здравомыслящему ученому-физику.

Члены нашей четверки были прежде всего экспериментаторами-жестянщиками, а уж потом философами. В их ли силах было перекинуть «мостик» от странных аттракторов, которые они столь хорошо знали, к опытам классической физики? Утверждать, что «направо — налево — направо — направо — налево — направо — налево — налево — налево — направо» обладает свойством непредсказуемости и способностью генерировать информацию, — это одно, а, взяв поток реальной информации, определить присущие ему показатели Ляпунова, энтропию и размерность — совсем другое. Но все же молодые физики из Санта-Круса чувствовали себя в окружении подобных идей куда более свободно, нежели их старшие коллеги. Они жили мыслями о странных аттракторах днем и ночью, убедив себя в том, что наблюдают их в развевающихся, сотрясающихся, пульсирующих и качающихся объектах повседневной жизни.

Сидя в кафе, они забавлялись тем, что спрашивали: далеко ли отсюда находится ближайший странный аттрактор? Уж не то ли это дребезжащее автомобильное крыло? Или флаг, трепещущий от легкого ветерка? Дрожащий лист на ветке? «Вы не увидите объект до тех пор, пока верно выбранная метафора не позволит воспринять его», — замечал Шоу, вторя Томасу С. Куну. Вскоре их друг Билл Бёрк, занимавшийся теорией относительности, окончательно убедился, что спидометр его машины

работает в свойственной странному аттрактору нелинейной манере. Шоу, приступая к экспериментальному проекту, который займет его на ближайшие несколько лет, выбрал самую простую динамическую систему, какую только мог себе представить физик, — подтекающий кран. Большинство людей полагают, что в поведении этой системы непременно обнаруживается периодичность, но, как свидетельствуют эксперименты, это не совсем верно. «Перед нами простой пример системы, которая переходит от периодичного поведения к непериодичному, — объяснял Шоу. — Если немного приоткрыть кран, дробь капель станет беспорядочной. Как выясняется, по прошествии небольшого периода времени ее уже нельзя предугадать. Таким образом, даже нечто простое, вроде водопроводного крана, может считаться вечно созидающим информацию объектом».

Казалось бы, о чем тут думать? Подтекающий кран порождает лишь капли, каждая из которых почти повторяет собой предыдущую. Однако для новоиспеченного исследователя хаоса этот объект заключает в себе два преимущества: во-первых, всякий мог его представить; во-вторых, поток информации одномерен настолько, насколько это возможно: ритмичная барабанная дробь отдельных капель измеряется во времени. Ни одним из перечисленных достоинств не обладали системы, которые позже изучались группой. Не были они присущи ни иммунной системе человека, ни сталкивающимся пучкам, которые необъяснимым образом снижали коэффициент полезного действия линейного ускорителя в Стэнфорде. Ученые-экспериментаторы вроде Либхабера и Суинни получали одномерный поток информации путем произвольного закрепления детектора в одной из точек чуть более сложной системы. В подтекающем кране единственная линия данных представляет собой все, что имеется в наличии. Это даже не постоянно меняющаяся вязкость или температура — это всего лишь момент падения капли.

Если физик-традиционалист попробует подступиться к такой системе, он, вероятно, начнет с того, что создаст максимально законченную ее модель. Процессы, управляющие формированием и падением капель, вполне понятны, хотя и не столь просты, как может показаться. Одним из немаловажных параметров является скорость течения жидкости. (Она была невысокой в сравнении со скоростью большинства гидродинамических систем. В эксперименте Шоу частота падения капель составляла от 1 до 10 в секунду, что соответствовало скорости течения жидкости из крана от 30 до 300 галлонов в две недели.) К другим параметрам относятся вязкость жидкости и поверхностное трение. Капля воды, висящая на кончике крана

и готовая вот-вот сорваться вниз, принимает сложную трехмерную форму. Один только расчет ее конфигурации был, по выражению Шоу, «сродни высокому искусству». К тому же указанная форма далеко не статична. Капля подобна небольшому эластичному мешочку, обладающему поверхностным натяжением. Качаясь туда-сюда, он набирает массу и растягивается до тех пор, пока не минует критическую точку и не упадет. Если физик попробует построить полную модель падения капель, составит дифференциальные уравнения с подходящими граничными условиями и попытается затем решить их, он обнаружит, что оказался в непроходимом лесу.

Альтернативный подход к проблеме заключается в том, чтобы, забыв о физике, рассматривать только информацию — так, будто она исходит из некоего «черного ящика». Но что может сказать эксперт по динамике хаоса, имея перечень чисел, интервалов между падением отдельных капель? Как выяснилось, кое-какие методы анализа таких данных имелись и могли прояснить некие детали физической картины, что, собственно, стало решающим в деле применения хаоса к задачам реального мира.

Но Шоу, отвергнув крайности, начал с золотой середины. Он создал своеобразную пародию на завершенную физическую модель. Не принимая во внимание ни форму капель, ни их сложные движения в трех измерениях, он лишь грубо смоделировал падение капель — уподобил их грузу, который висит на равномерно удлиняющейся пружине. По мере возрастания веса пружина растягивается, и груз опускается все ниже. По достижении определенной точки часть груза, отломившись, отделяется. Какая именно часть отделится, по предположению Шоу, будет зависеть непосредственно от скорости падения груза в точке отрыва.

Потом, естественно, пружина с остатком груза подскочит вверх, производя те самые колебания, которые аспиранты при построении моделей описывают с помощью стандартных уравнений. Интересное свойство системы — *единственное* интересное свойство, определяющее нелинейный изгиб, который делает возможным хаотичное поведение, — заключалось в том, что момент отрыва следующей капли зависел от взаимодействия колебаний пружины с увеличением веса груза. Скачок вниз, вероятно, помогал грузу достичь точки отрыва гораздо быстрее, а движение вверх слегка замедляло этот процесс. В реальности не все капли, образуемые подтекающим водопроводным краном, имеют одинаковый размер. Он меняется в зависимости от скорости течения, а также от сжатия или растяжения «пружины». Если капля рождается при движении вниз, она срывается быстрее, в противном случае она сможет вобрать в себя немного

больше жидкости, прежде чем упадет. Сконструированная Шоу модель была достаточно «примитивной», чтобы ее удалось описать тремя дифференциальными уравнениями — минимально необходимым для моделирования хаоса количеством, как наглядно продемонстрировали Лоренц и Пуанкаре. Но позволяла ли она генерировать сложность, равнозначную реальной? И являлась ли сия сложность хаотической?

Итак, Шоу сидел в лаборатории физического факультета. Над его головой располагалась большая пластмассовая емкость, от которой отходила трубка, спускавшаяся к латунной насадке. Капля, падая, пересекала луч света, фиксируемый фотоэлементом. Компьютер в соседней комнате регистрировал время совершения этого события. Одновременно Шоу ввел в аналоговый вычислитель три своих уравнения, которые начали генерировать поток модельных данных. Однажды он устроил на факультете демонстрацию — псевдоколлоквиум, по выражению Кручфилда (аспирантам не разрешалось устраивать официальные коллоквиумы). Шоу проиграл пленку с записью того, как капли выстукивают дробь на куске жестянки, и с помощью компьютера воспроизвел щелчки — аудиомодель падения капель. Он подошел к решению проблемы сразу с двух сторон, и слушатели смогли уловить некую структуру в неупорядоченной вроде бы системе. Но для дальнейшего продвижения вперед был нужен способ извлечения необработанных данных из любого эксперимента и возвращения к уравнениям и странным аттракторам, характеризующим хаос.

Будь система сложней, можно было бы прибегнуть к графической интерпретации, например устанавливающей связь между изменениями температуры или скорости, с одной стороны, и временем — с другой. Но подтекающий кран дает лишь последовательность временных периодов, поэтому Шоу попробовал применить технику, ставшую, пожалуй, наиболее ценным и значительным вкладом его группы в исследование хаоса. Она заключалась в реконструкции фазового пространства для невидимого странного аттрактора и подходила для любой последовательности данных. Чтобы отобразить информацию о подтекающем кране, Шоу начертил двухмерный график. По оси x он отмечал временные интервалы между падением первой и второй капель, а по оси y — второй и третьей и т. д. Если между падением двух капель проходило 150 миллисекунд и еще столько же времени разделяло падение второй и третьей капель, он наносил на график точку с координатами (150; 150).

И в этом заключалось все! Если утечка воды была регулярной (такое, как правило, случалось, когда вода текла медленно, а сама система

находилась в «режиме водяных часов»), график выглядел довольно скучным. Точки попадали на одно и то же место, накладываясь друг на друга. Изображение сводилось к одной-единственной точке или почти к одной. В действительности же существовали различия между виртуальным и реальным кранами. Прежде всего на реальный кран влияли помехи. «Выяснилось, что эта штука — отличный сейсмометр, — комментировал Шоу, — весьма эффективный в усилении малых шумов». Большую часть работы исследователь проделывал по ночам, когда коридоры пустели. Шумы превращали точку, полученную теоретически, в слегка расплывчатое маленькое облако.

По мере роста скорости течения жидкости система проходила через удваивающие период бифуркации. Капли падали парами: один интервал составлял 150 миллисекунд, а следующий — уже 80. На графике возникали сразу две туманные области: одна с центром в точке (150; 80), а другая — с координатами (80; 150). Но истинный критерий проявился, когда система стала хаотической. Будь она по-настоящему беспорядочной, точки разбросало бы по всему графику и между двумя соседними интервалами не обнаруживалось бы связи. Но если в результатах опыта был скрыт странный аттрактор, он обнаружил бы себя намеком на структуру.

Зачастую, чтобы разглядеть структуру, необходимо трехмерное пространство, но это не представлялось сложным — описанная техника вполне поддавалась модификации для построения групп с большим числом измерений: вместо того чтобы отмечать на графике интервал n рядом с интервалом $n+1$, можно было отметить интервал n рядом с интервалом $n+1$ и рядом с интервалом $n+2$.

Это ухищрение как бы приравнивало три переменных к одной. Ученые верили, что порядок коренится в очевидной случайности и так или иначе даст о себе знать экспериментаторам. Проявится, даже если они не имеют представления, какие физические переменные следует измерять, или просто не могут определить их. Фармер пояснял: «Размышляя о той или иной переменной, нужно иметь в виду, что на ее эволюцию влияют любые взаимодействующие с ней переменные. Их значения так или иначе должны отразиться в истории ее развития. Каким-то образом они просто обязаны оставить в ней свой след». Картины, полученные Шоу для подтекающего крана, наглядно иллюстрировали данное утверждение. На них, скажем, появлялись объекты (особенно в трех измерениях), подобные петлям дыма, какие оставляет на небе неуправляемый самолет. Теперь Шоу мог сопоставить две диаграммы — экспериментальную и выданную аналоговым компьютером. Реальные данные всегда оказывались менее

ясными, как бы «смазанными» внешними помехами, и все-таки структура просматривалась — в этом нельзя было ошибиться. Группа динамических систем начала сотрудничать с такими опытными экспериментаторами, как Гарри Суинни, который перешел в Техасский университет, в Остине. Вскоре молодые исследователи научились устанавливать странные аттракторы для всех типов систем путем внедрения информации в фазовое пространство с достаточным числом измерений. Затем Флорис Такенс предложил математическое обоснование этой весьма эффективной техники воссоздания фазового пространства аттрактора из потока реальных данных. Как позже обнаружили многие ученые, данная методика выявляет различие между тривиальными помехами и хаосом, но в не известном ранее смысле, как упорядоченный беспорядок, созданный элементарными процессами. Информация, которая на самом деле случайна, остается произвольно «разбросанной», а хаос — детерминистский и созданный по некоему образцу — стягивает данные в видимые формы. Из всех возможных путей беспорядка природа благоволит лишь к немногим.

Переход от бунта к благочинной физике оказался небыстрым. Время от времени, сидя в кафе или работая в лаборатории, тот или другой член группы изумлялся, что научным фантазиям не положен предел. «Господи, мы все еще занимаемся этим, и сие все еще имеет смысл! — изумлялся Джим Кручфилд. — Мы все еще здесь. Но как далеко зайдем?»

Основную поддержку группе оказывали Ральф Абрахам, протеже Смэйла с математического факультета, и Билл Бёрк с факультета физики, который собственноручно собрал вычислительную машину — «царя аналоговых компьютеров», чтобы группа могла заявить свои притязания хотя бы на эту часть факультетского оборудования. Отношение остальных было куда сложнее. Несколько лет спустя некоторые профессора резко отрицали, что группе приходилось сталкиваться с безразличием или враждебностью со стороны факультета. Сами молодые ученые столь же ожесточенно реагировали на попытки задним числом пересмотреть роль запоздалых неофитов хаоса. «У нас не было научного руководителя, и никто не говорил нам, что надо делать, — заявил Шоу. — Мы сами годами играли роль консультантов, и это продолжается по сей день. В Санта-Крусе наши исследования никогда не финансировались, и каждый из нас довольно долгое время работал бесплатно. Мы постоянно были стеснены в средствах, не имели ни интеллектуального, ни какого-либо иного руководства».

С точки зрения другой стороны, факультет долго мирился с

исследованиями, которые отнюдь не обещали вылиться во что-либо существенное, и даже содействовал им. Руководитель Шоу продолжал выплачивать ему стипендию еще год после того, как его протеже оставил физику низких температур. Никто не запрещал исследований хаоса. В худшем случае факультет был обескуражен, но сохранял благожелательность. Каждого из членов группы время от времени увещевали с глазу на глаз, что если капризы имеющих докторскую степень еще можно как-то оправдать, то аспирантам никто не поможет найти работу по несуществующей специальности. На факультете им втолковывали, что они переживают лишь мимолетное увлечение, но что будет потом? Однако за пределами лесистого холма хаос уже обретал ярых сторонников, и Группа динамических систем должна была присоединиться к ним.

Однажды университет посетил Митчелл Файгенбаум, заехавший туда во время своего лекционного турне, которое призвано было ознакомить ученых с прорывом в область всеобщности. Как всегда, его выступления являли собой малопонятные экскурсы в математику. Теория групп перенормировки представлялась неким эзотерическим элементом физики твердого тела, которую аспиранты Санта-Круса не изучали. Кроме того, молодых физиков больше интересовали реальные системы, нежели простые одномерные модели. Тем временем Дойн Фармер, прослышав, что математик Оскар Е. Ленфорд-третий занимается исследованиями хаоса в университете Беркли, отправился на встречу с ним. Ленфорд, вежливо выслушав гостя, заявил, что обсуждать им нечего. Он пытался разобраться с теориями Файгенбаума.

«Господи! Где его чувство масштаба? — думал Фармер. — Он кружится по крохотной орбите, а мы между тем изучаем теорию информации, которая столь глубока. Разбираем хаос на части, чтобы увидеть, что двигает им. Пытаемся связать метрическую энтропию и показатели Ляпунова с более привычными статистике мерами…»

При встрече с Фармером Ленфорд не подчеркивал значения всеобщности, и только позже до молодого физика дошло, что собеседник просто обошел данный вопрос. «Я был наивен, — признавался Фармер. — Сама идея универсальности стала огромным достижением. Сделанное Файгенбаумом задало работу целой армии ученых, занятых разного рода критическими явлениями.

Раньше представлялось, что нелинейные системы необходимо рассматривать последовательно. Мы пытались подобрать нужный язык, чтобы описать их, охарактеризовать количественно. Большинству, однако,

казалось, что нужно применять именно последовательный подход. Мы не видели способа классифицировать системы и найти решения, подходящие для целого класса объектов, как делается в отношении систем линейных. Всеобщность позволяла вскрыть свойства, идентичные для всех явлений данного класса, т. е. *предсказуемых* характеристик. Вот почему она была по-настоящему важной.

Имелся и социологический фактор, подливавший масла в огонь. Файгенбаум выразил результаты своих исследований на языке групп перенормировки. Он позаимствовал инструмент, которым в совершенстве владели исследователи критических явлений. Эти парни переживали нелегкие времена. Им казалось, что нет больше интересных вопросов, за которые они могли бы взяться. Они искали, куда бы приложить свои знания. И тут появляется Файгенбаум и указывает очень важную область приложения усилий. Он открыл новою дисциплину!»

Впрочем, молодые ученые из Санта-Круса сами вскоре стали известными. Их звезда начала восходить после внезапного появления группы на конференции по физике твердого тела, проходившей в середине зимы 1978 г. в Лагуна-Бич и организованной Стэнфордским университетом при содействии Бернардо Губермана. Никто их туда не приглашал, но они все же отправились в путь, в огромном «форде» 1959 г. выпуска, принадлежавшем Шоу (на таких машинах ездили фермеры). Молодые люди привезли кое-какое оборудование, в том числе огромный телевизионный монитор и видеофильмы. Когда один из приглашенных докладчиков в последнюю минуту отменил свое выступление, вместо него слово предоставили Шоу. Момент был выбран как нельзя лучше: о хаосе уже толковали вполголоса, но лишь немногие физики, приехавшие в Лагуна-Бич, знали, что он собой представляет.

Итак, Шоу начал с объяснения того, что такое аттрактор в фазовом пространстве: сначала фиксированные точки (процесс останавливается); затем циклические картины (процесс подвержен колебаниям); затем странные аттракторы (непредсказуемый процесс). Он продемонстрировал свою компьютерную графику на видеопленке. («Аудиовизуальные средства дали нам ощутимые преимущества, — отмечал потом Шоу. — Нам удалось буквально загипнотизировать всех вспыхивающими огоньками».) В своем докладе он коснулся аттрактора Лоренца и подтекающего крана, объяснил геометрию — как растягиваются и складываются различные формы и что это значит на грандиозном языке теории информации. Наконец, дабы закрепить впечатление, он сказал несколько слов об изменяющихся парадигмах. Выступление обернулось потрясающим триумфом, причем в

аудитории находились некоторые члены физического факультета Санта-Круса, впервые узревшие хаос глазами своих юных коллег.

В 1979 г. группа в полном составе посетила посвященное хаосу заседание Академии наук Нью-Йорка, но теперь уже в качестве законных участников. Новая дисциплина росла со скоростью взрывной волны. Если в 1977 г. встреча была посвящена Лоренцу и на нее приехали десятки специалистов, то теперь главной фигурой стал Файгенбаум, а число участников исчислялось уже сотнями. Там, где двумя годами ранее Роберт Шоу тщетно пытался отыскать машинистку, чтобы подсунуть свой печатный текст под дверь какому-нибудь специалисту, Группа динамических систем шлепала статьи со скоростью печатного станка, причем подписывали их молодые физики всегда вместе.

Но союз четырех не мог существовать вечно. Чем ближе становились молодые исследователи к реальному научному миру, тем неизбежнее был распад сообщества. Однажды позвонил Бернардо Губерман. Ему нужен был Роберт Шоу, но на месте оказался только Кручфилд. Звонивший нуждался в соавторе, чтобы написать краткую и несложную статью о хаосе. Кручфилда, самого младшего в группе, уже не устраивала отведенная ему роль «хакера». Он начинал понимать, что в одном отношении факультет абсолютно прав: рано или поздно каждый из членов группы начнет работать самостоятельно. К тому же Губерман был весьма искушен в профессии физика, чего так недоставало аспирантам, и, что самое важное, он знал, как разработать известную проблему с максимальной отдачей. Когда Губерман впервые увидел лабораторию группы, у него появились определенные сомнения. «Вы понимаете, все выглядело таким забавным, словно ты в машине времени перенесся в пору детства и вновь ощутил атмосферу шестидесятых». И все-таки ему был нужен аналоговый компьютер, а Кручфилд сумел, невзирая на занятость, выполнить на нем исследовательскую программу Губермана. В этом деле коллектив становился уже помехой. «Парни захотят поучаствовать», — заметил как-то Кручфилд, но Губерман отказал: «Это не просто доверие, это еще и ответственность. Допустим, что положения статьи окажутся неверными. Будете ли вы винить в этом коллектив? Я не его часть». Для работы ему требовался лишь один партнер.

Результат оправдал ожидания Губермана. Его первая статья о хаосе была опубликована в ведущем американском журнале, посвященном открытиям в области физики, — в «Письмах в „Физическое обозрение“». В среде ученых это считалось выдающимся достижением. «Нам все казалось совершенно очевидным, — вспоминал Кручфилд, — но Губерман понимал,

что публикация вызовет широкий резонанс». Происшедшее вернуло группу к реальности, заставив мечтателей приспособиться к окружающему миру. Фармер рассердился, усмотрев в «дезертирстве» Кручфилда подрыв самого духа группы.

Но Кручфилд, нарушивший верность коллективу, оказался не одинок. Вскоре сам Фармер, а за ним и Паккард начали сотрудничать с авторитетными физиками и математиками: Губерманом, Суинни, Йорком. Идеи, зародившиеся в Санта-Крусе, легли кирпичиком в фундамент современной методологии исследования хаоса. Когда физик, имеющий массу данных, намеревался определить их размерность или энтропию, в ход шли методы, придуманные в годы подсоединения штекеров к аналоговому компьютеру модели «Systron-Donner» и напряженных наблюдений за экраном осциллографа. Метеорологи спорили о том, имеет ли хаос земной атмосферы и океанов бесконечное число измерений, как предполагала традиционная динамика, или каким-то образом следует странному аттрактору с малой размерностью. Экономисты, анализируя данные фондовой биржи, пытались найти аттракторы с размерностью 3,7 или 5,3. Чем ниже размерность, тем проще система. Необходимо было классифицировать и постичь множество математических свойств. Фрактальная размерность, размерность Хаусдорффа, размерность Ляпунова, размерность информации — тонкости указанных мер хаотической системы лучше всего объяснили Фармер и Йорк. Измерение аттрактора являлось «первым уровнем знаний, необходимых для характеристики его качеств». Данное свойство обеспечивало «количество информации, требуемое для того, чтобы установить положение точки на аттракторе с заданной точностью». Методы молодых физиков из Санта-Круса и их более старших коллег связали указанные идеи с другими важнейшими характеристиками систем: степенью уменьшения предсказуемости, коэффициентом потока информации, тенденцией порождения смешения. Иногда ученые, используя эти методы, обнаруживали, что наносят данные на графики, рисуют маленькие квадратики, подсчитывая количество единиц информации в каждом из них. Но даже такая довольно примитивная техника делала хаотичные системы доступными для научного осмысления.

Тем временем исследователи, научившись распознавать странные аттракторы в развевающихся флагах и дребезжащих спидометрах, сочли необходимым найти признаки детерминистского хаоса во всей вновь публикуемой литературе по физике. Необъяснимые шумы, удивительные колебания, регулярность, смешанная с неупорядоченностью, включались в

статьи экспериментаторов, работавших буквально со всем, начиная от ускорителей частиц и заканчивая лазерами и сверхпроводниками Джозефсона. Специалисты по хаосу присваивали эти проблемы себе, объявляя непосвященным: «Ваши проблемы на самом деле наши». «В нескольких опытах по осциллирующим сверхпроводникам Джозефсона обнаружились удивительные, порождающие шум явления, — так начиналась статья, — которые не могут быть объяснены в терминах тепловых колебаний».

Когда коллектив прекратил свое существование, некоторые из членов факультета также обратились к изучению хаоса. Тем не менее другие физики, оглядываясь на прошлое, чувствовали, что Санта-Крус упустил шанс стать национальным центром по изучению нелинейной динамики, какие вскоре появились в других университетах. В начале 80-х годов члены Группы динамических систем завершили учебу и разъехались. Шоу закончил свою диссертацию в 1980 г., Фармер — в 1981-м, Паккард — в 1982-м. Труд Кручфилда — переложение одиннадцати статей, уже напечатанных в журналах по физике и математике, — появился в 1983 г. Он продолжил работу в университете Беркли, в Калифорнии. Фармер присоединился к теоретическому отделу лаборатории Лос-Аламоса, а Паккард и Шоу уехали в Институт перспективных исследований в Принстоне. Кручфилд изучал видеоизображения петель обратной связи, Фармер вспахивал плодородные нивы, моделируя сложную динамику иммунной системы человека, Паккард исследовал пространственный хаос и образование снежинок, и только Шоу, казалось, не испытывал ни малейшего желания влиться в магистральное течение. Его сколько-нибудь заметный вклад в науку ограничивается лишь парой статей. Одна подарила ему путешествие в Париж, другая (работа о подтекающем кране) подвела итог всем его исследованиям в Санта-Крусе. Несколько раз Шоу был близок к тому, чтобы вообще уйти из науки. Как заметил один из его друзей, он осциллировал.

Глава 10
Внутренние ритмы

Науки не пытаются объяснять, вряд ли они даже стараются интерпретировать — они в основном создают модели. Под моделью понимается математическая конструкция, которая при добавлении некоторых словесных объяснений описывает изучаемый феномен. Оправданием для такой математической конструкции служит единственное обстоятельство: ожидается, что она сработает.

Джон фон Нейман

Бернардо Губерман обвел взглядом многоликую аудиторию: биологов (теоретиков и экспериментаторов), математиков, медиков — и понял, что возникает проблема с общением. Только что он закончил свой незаурядный доклад на весьма необычном собрании — первой конференции, посвященной хаосу в биологии и медицине и проходившей в 1986 г. под патронажем Академии наук Нью-Йорка, Национального института психиатрии и Управления исследований Военно-морских сил. В аудитории Национального института здравоохранения, недалеко от Вашингтона, Губерман заметил много знакомых лиц — тех, кто давно занимался проблемами хаоса, но были и такие, кого он видел впервые. Опытный докладчик вполне мог ожидать определенного нетерпения со стороны слушателей — шел последний день конференции, и к тому же близилось время ланча.

Губерман, энергичный черноволосый житель Калифорнии, переселившийся туда из Аргентины, интересовался хаосом еще со времени своего сотрудничества с группой из Санта-Круса. Он работал в исследовательском центре корпорации «Ксерокс» в Пало-Альто, но порой интереса ради занимался и теми проблемами, которые официально не имели отношения к его обязанностям. На конференции биологов и медиков он только что затронул одну такую — моделирование беспорядочного движения глаз, наблюдаемого у больных шизофренией.

Психиатры годами бились над тем, чтобы дать определение

шизофрении и классифицировать больных ею, однако описание болезни оказалось почти таким же трудным делом, как и ее лечение. Большинство симптомов недуга проявляется в мышлении и поведении пациентов. Впрочем, начиная с 1908 г. ученые уже знали о физическом признаке болезни, который беспокоил не только самих заболевших, но и их родственников: когда больные наблюдают за движением медленно качающегося маятника, их глаза не могут проследить его плавные колебания. Человеческий глаз — удивительно проворный инструмент; здоровый человек бессознательно удерживает в поле зрения перемещающиеся предметы, и все движущиеся образы запечатлеваются на сетчатке глаза. Но взгляд больного шизофренией беспорядочно скачет, не настигая цель; его застит дымка посторонних движений. Почему такое происходит — неизвестно.

Физиологи за много лет собрали огромное количество информации, составили таблицы и графики, демонстрирующие образцы неупорядоченного движения зрачков. Они предположили, что подобная неустойчивость порождается колебаниями сигналов центральной нервной системы, которые управляют глазными мышцами. В результате возникают некоторые искажения, связанные как с наличием помех в исходных визуальных данных, так и, возможно, с определенными случайными нарушениями, которые тревожат мозг больных и отражаются на работе органа зрения. Губерман, будучи физиком, сделал иное допущение, создав небольшую модель.

Он самым приблизительным образом представил себе механику человеческого глаза и записал уравнение, которое включало в себя амплитуду колебаний маятника, их частоту, инерцию глаза, торможение или трение. В уравнении присутствовал также специальный коэффициент коррекции погрешностей, дающей глазу возможность сконцентрироваться на объекте.

Как объяснил Губерман своей аудитории, уравнение описывает сходную с глазом механическую систему: шар, катящийся по изогнутому желобу, который качается из стороны в сторону. Подобное движение аналогично перемещению маятника, а стенки желоба, отталкивающие шар по направлению к центру, имитируют действие механизма коррекции ошибок зрения. Прибегнув к методу изучения таких уравнений, ученый часами прогонял свою модель через компьютер, изменяя значения параметров, и строил графики поведения системы. В итоге он обнаружил и порядок, и хаос: в некоторых режимах глаз плавно прослеживал движение объекта, затем, по мере возрастания степени нелинейности, система

проходила через быструю последовательность удвоения периодов, порождая беспорядок, не отличимый от того, что описывался в медицинской литературе.

Неупорядоченное поведение модели не имело никакого отношения ни к одному внешнему сигналу, являясь неизбежным следствием избытка нелинейности в системе. Некоторые из врачей, слушавших доклад Губермана, посчитали, что его модель соответствует вероятной генетической модели шизофрении. Возможно, рассуждали они, нелинейность, способную стабилизировать или разрушить систему (в зависимости от того, слаба нелинейность или сильна), допустимо уподобить какой-то из генетических черт. Один из психиатров провел аналогию с генетической обусловленностью подагры, когда повышенный уровень содержания мочевой кислоты порождает симптомы заболевания. Другие, знакомые с клинической литературой гораздо лучше Губермана, обратили его внимание на то, что рассматриваемый вопрос касается не одних лишь больных шизофренией. Целый ряд затруднений, касающихся движения зрачка, обнаруживается и у других пациентов с неврологическими заболеваниями. Периодичные и апериодичные колебания, все типы динамического поведения могли быть обнаружены в собранных медиками данных любым, кто намеревался применить инструменты хаоса.

Впрочем, не все ученые усмотрели в методике новые горизонты исследований. Отыскались и скептики, заподозрившие, что докладчик слишком упростил свою модель. Когда наступило время вопросов, их раздражение дало себя знать. «Меня интересует, чем вы руководствовались, применяя данный метод? — осведомился один из ученых. — Почему искали эти специфические элементы нелинейной динамики, в частности бифуркации и хаотические решения?»

Губерман ответил не сразу. «Сейчас я поясню и постараюсь более четко очертить цели моей работы. Модель действительно проста. В ней нет каких бы то ни было данных, касающихся нейрофизиологии, которые я мог бы обосновать. Я лишь хочу подчеркнуть, что *простейшей* моделью слежения является колебательный процесс, который дает сбои по дороге к цели. Именно таким образом движутся наши зрачки, и именно так антенна радара выслеживает самолет. Описанную модель вы можете применить к чему угодно».

Другой биолог, все еще недоумевавший по поводу простоты модели Губермана, взял микрофон. Он обратил внимание докладчика на то, что в действительности в человеческом глазу четыре системы, управляющие

мышцами, работают одновременно. Затем, используя множество специальных терминов, он начал описывать более реалистичный, по его мнению, способ моделирования. Он утверждал, в частности, что массой можно пренебречь, так как амплитуда колебаний глаза сильно тормозится. «Существует также еще одно затруднение, связанное с зависимостью между массой и скоростью вращения. Часть массы отстает, когда ускорение глаза очень велико. Желеобразное вещество человеческого глаза просто запаздывает, в то время как внешняя оболочка движется довольно быстро».

В воздухе повисла напряженная тишина. Губерман почувствовал, что оказался в тупике. Его не понимали. В конце концов один из организаторов конференции, Арнольд Мэнделл, психиатр, давно интересовавшийся проблемами хаоса, взял из рук Губермана микрофон: «Будучи психиатром, я хотел бы сделать некоторые пояснения. Мы только что стали свидетелями того, что происходит, когда исследователь, который занимается нелинейной динамикой и работает с системами, обладающими малым числом измерений, начинает беседовать с биологом, применяющим математический инструментарий. Мысль, что в действительности существуют всеобщие свойства систем, встроенные даже в *простейшие* объекты, чужда представителям биологической науки. Мы, биологи и врачи, знающие все пятьдесят тысяч составных элементов живого, негодуем, услышав об одной только возможности наличия всеобщих элементов движения. Бернардо представил нам один из этих элементов, и вы видите, что происходит». Губерман добавил: «Подобное уже случилось в физике лет пять назад, и сейчас мы полностью убеждены, что всеобщность существует».

Выбор всегда один и тот же: вы можете сделать свою модель более сложной и более адекватной реальным условиям или же более простой и легкой в обращении. Только самый наивный ученый полагает, будто идеальной моделью является та, которая в совершенстве отражает действительность. Она будет иметь те же недостатки, что и топографическая карта, столь же огромная, изобилующая деталями, как и город, который она представляет, карта, на которую нанесен каждый парк, каждая улочка, строение и дерево, каждая выбоина, каждый городской житель — словом, каждая мелочь. Будь возможным создание такой карты, ее детальность свела бы на нет главную цель — обобщение и абстрагирование. Составители карт фиксируют лишь отдельные признаки, согласно пожеланиям заказчиков. Какова бы ни была их цель, схемы и модели должны упрощать явления в той же степени, в какой они

подражают реальному миру.

Ральф Абрахам, математик из Санта-Круса, считает хорошей моделью «мир маргариток» Джеймса Е. Лавлока и Линна Маргулиса, выдвинувших гипотезу о том, что необходимые для жизни условия создаются и поддерживаются самой жизнью, в самоподдерживающемся процессе динамической обратной связи. «Мир маргариток», возможно, представляет собой наипростейшую из всех моделей, которые только можно вообразить. Он настолько прост, что порою кажется банальным. «Мы имеем три явления, — рассказывает Абрахам, — белые маргаритки, черные маргаритки и пустыню, где ничего не растет. Три цвета: белый, черный и красный. Что такая картина может рассказать о нашей планете? Казалось бы, ничего, но она объясняет, каким образом появляется тепловая регуляция и почему температура нашей планеты пригодна для жизни. Модель „мира маргариток“ ужасна, но благодаря ей мы знаем то, как на планете Земля появился биологический гомеостаз».

Белые маргаритки отражают свет, охлаждая поверхность. Черные поглощают его, понижая альбедо, или отражательную способность планеты, и таким образом согревая Землю. Но белым цветам необходима теплая погода, поскольку они расцветают преимущественно при повышении температуры, а черные «хотят» прохладного климата. Все указанные признаки могут быть выражены системой дифференциальных уравнений. Модели удается придать движение с помощью компьютера. Обширный набор начальных условий приведет к аттрактору равновесия, причем не обязательно равновесия статического.

«Это всего лишь математическое изображение концептуальной модели. Именно то, что нужно, если вы не стремитесь к высокоточному воспроизведению биологических или социальных систем, — отмечал Абрахам. — В этой модели вы лишь вводите разные значения альбедо, задаете объем белых и черных насаждений и, наблюдая за миллиардами лет эволюции, учите детей тому, как принести больше пользы в качестве управляющего планеты Земля».

Совершенным образцом сложной динамической системы, а следовательно, и пробным камнем для любого подхода к феномену сложности многие ученые признали человеческое тело. Ни один доступный физикам объект изучения не характеризуется такой какофонией неритмичных движений в макро- и микроскопических масштабах: сокращение мышц, циркуляция жидкостей, проведение импульсов по нервным волокнам. Ни одна физическая система не воплощает собой столь крайнюю степень редукционизма: каждый орган имеет особую

микроструктуру и специфичный химизм. Студенты-медики только названия учат годами. До чего же трудно постичь все элементы нашего организма! Часть тела может быть вполне осязаемым и четко очерченным органом, как, например, печень, или разветвленной сетью, по которой движется жидкость, как сосудистая система. Или невидимой конструкцией, столь же абстрактной, как понятия «транспорт» или «демократизм». Такова, скажем, иммунная система с ее лимфоцитами — миниатюрный механизм кодирования и расшифровки данных о вторгающихся в организм возбудителях болезней. Бесполезно исследовать такие системы, не зная их строения и химического состава, поэтому кардиологи изучают транспорт ионов через мышечную ткань желудочков, неврологи — физическую природу возбуждения нейронов, а офтальмологи — структуру и назначение каждой глазной мышцы. В 80-х годах хаос вызвал к жизни физиологию нового типа, основанную на идее, что математический инструментарий способен помочь ученым в постижении глобальных комплексных систем, независимых от локальных деталей. Исследователи стали рассматривать человеческое тело как источник движения и колебаний, разрабатывая методы прослушивания его неоднородных пульсаций. Они улавливали ритмы, которые не обнаруживаются в неподвижных срезах на предметных стеклах микроскопов или в образцах крови. Они проследили хаос в расстройстве дыхания, исследовали механизмы обратной связи в управлении красными и белыми кровяными тельцами. Онкологи задумались над периодичностью и иррегулярностью в циклах роста клеток, психиатры выработали многомерный подход к антидепрессантной терапии, но больше всего открытий новый подход принес исследователям того органа, чьи пульсации, ритмичные или сбивчивые, нормальные или патологические, отделяют жизнь от смерти, — человеческого сердца.

Даже Давид Руэлль отдал дань размышлениям о хаосе в человеческом сердце, «динамической системе, жизненно важной для каждого из нас»: «В норме режим сердечной деятельности периодичен, но существует множество нарушающих периодичность патологий (например, фибрилляции или мерцание желудочков), которые неуклонно ведут к смерти. По-видимому, медицина может извлечь огромную пользу из компьютерного изучения реальной математической модели, которая воспроизводила бы различные динамические режимы сердца».

Целые команды ученых в Соединенных Штатах и Канаде начали трудоемкие исследования. Иррегулярности сердцебиения уже давно были открыты, изучены, выделены и объединены в категории. Специалист сразу

распознает на слух десятки неправильных ритмов, а при взгляде на пики электрокардиограммы укажет их источники и степень опасности. Человек же непосвященный может оценить всю сложность проблемы лишь по изобилию терминов, обозначающих различные типы аритмий: эктопическая пульсация, удлиненный период покоя после систолы (предсердный или желудочковый, чистый или с пониженной частотой), ритмы Венкенбаха (простые и сложные), тахикардия и наиболее опасная для жизни аритмия — фибрилляция. Этот сонм названий, как и обозначения всех частей человеческого организма, служит медикам своеобразным утешением: если они не могут вылечить, то хотя бы способны диагностировать наши недуги и внести некоторую ясность в проблему. Суть, однако, не в терминах, а в новых открытиях медиков. Так, ряд исследователей, используя методики теории хаоса, выяснили, что традиционная кардиология делает ошибочные обобщения относительно неправильных сердечных ритмов, поверхностно классифицируя сомнительные и весьма важные случаи.

Они рассматривали сердце в динамике. Почти всегда за этим стояла далеко не ординарная подготовка. Леон Гласс из Университета Макгилл в Монреале хорошо знал физику и химию, а также с удовольствием занимался вопросами теории чисел и иррегулярности. Завершив свою докторскую диссертацию, посвященную движению атомов в жидкостях, он обратился к проблеме неправильных сердечных ритмов. Как правило, отмечает Гласс, специалисты диагностируют различные типы аритмии, основываясь на данных электрокардиографии. «Врачи сводят проблему к распознаванию определенного типового образца. Вопрос, по их мнению, заключается лишь в идентификации тех моделей, которые они встречали на практике и в учебниках. На самом деле они не подвергают анализу динамику наблюдаемых ритмов, а она гораздо богаче, чем можно представить себе по книгам».

Эри Л. Голдбергер из медицинской школы Гарварда, возглавлявший также лабораторию исследований аритмии клиники Израильского госпиталя в Бостоне, считал исследования сердца подходящей областью для сотрудничества физиологов, математиков и физиков. «Мы подошли к новой черте, к созданию нового типа феноменологии, — утверждал он. — Когда нашему взору предстают бифуркации и внезапные изменения поведения, общепринятые линейные модели не могут объяснить наблюдаемое. Определенно, нам необходим новый тип моделей, и физика, кажется, может в этом помочь». Голдбергеру, как и другим ученым, пришлось продираться сквозь чащу терминологии и институциональной

классификации. Ощутимым препятствием, чувствовал он, является та настороженность, с которой многие физиологи относятся к математикам. «Вряд ли вы найдете упоминание о фракталах в учебнике по физиологии 1986 года издания, — говорил Голдбергер. — Но полагаю, что в 1996 году вы не найдете учебника, где бы о них не упоминалось».

Доктор, прослушивая биение сердца, слышит удары жидкости о жидкость, жидкости о твердую ткань и твердой ткани о твердую. Кровь, выталкиваемая сокращающимися мышцами, перетекает из одной камеры в другую, а затем растягивает лежащие перед ней стенки сосудов. Волокнистые клапаны захлопываются с вполне различимым звуком, препятствуя обратному току крови. Сами сокращения мышц находятся в зависимости от сложной трехмерной волны электрической активности. Создание модели хотя бы одного такта сердечной деятельности — нелегкая задача для компьютера. Моделирование всего рабочего цикла вовсе невозможно. Такая компьютерная имитация, которая кажется вполне естественной специалисту по гидродинамике, проектирующему крыло «Боинга» или двигатели для НАСА, чужда медикам.

В частности, методом проб и ошибок руководствовались при создании искусственных сердечных клапанов — устройств из металла и пластика, которые сейчас продлевают жизнь тем людям, чьи собственные клапаны уже износились. В теории инженерного дела отдельную страницу следует посвятить естественному клапану сердца, созданному самой природой, — тонкому, гибкому, полупрозрачному образованию из трех крошечных, похожих на парашют чашечек. Пропуская кровь в сердечные камеры, клапан чуть отгибается и освобождает дорогу. Чтобы кровь не потекла вспять, когда сердце направляет ее вперед, клапан, наполнившись, захлопывается под давлением. Это движение он должен проделать два или три миллиарда раз без утечки или прорыва. Инженерам, конечно, не удалось добиться такого результата. Искусственные клапаны были позаимствованы из практики водопроводчиков. Стандартные конструкции, вроде «мяча в клетке», испытывались на животных, что требовало огромных затрат. Преодолеть очевидные проблемы с просачиванием и недостаточным давлением оказалось нелегко, но лишь немногие догадывались — куда тяжелее будет справиться с другим затруднением, которое заключалось в том, что, меняя движение жидкости в сердце, искусственные клапаны создают зоны турбулентности и зоны застаивания крови. В последнем случае образуются тромбы, и, когда они, оторвавшись, направляются к мозгу, происходит паралич. Таким образом, возможность образования тромбов стала главным препятствием на пути создания

искусственного сердца. Только в середине 80-х годов, когда математики одного из институтов Нью-Йоркского университета применили в данном вопросе новую технику компьютерного моделирования, наметился сдвиг. Ученые построили на компьютере движущиеся изображения работающего сердца, двухмерные, но легко узнаваемые. Сотни точек — частиц крови — проходили сквозь клапан, растягивая эластичные стенки сердца и создавая завихрения. Математики обнаружили, что динамика сердца на порядок сложнее стандартной проблемы течения жидкости, поскольку любая близкая к реальности модель должна учитывать степень эластичности самих сердечных стенок. Вместо того чтобы обтекать ткани, как воздух обтекает крыло самолета, поток крови воздействует на них, порождая изменения динамического и нелинейного характера.

Еще больше подвохов несла в себе проблема аритмии. Фибрилляция желудочков ежегодно уносит сотни тысяч жизней в одних только Соединенных Штатах Америки. Во многих случаях ее вызывает специфичный и хорошо известный механизм — блокада артерий, которая приводит к отмиранию накачивающей кровь мышцы. Употребление наркотиков, нервные стрессы, переохлаждение также способствуют развитию фибрилляции. Зачастую причина приступа остается загадкой. Врач предпочел бы обнаружить у пациента, который пережил приступ, повреждения, позволяющие доискаться до причины. Велика вероятность того, что человек, сердце которого кажется здоровым, может пострадать от нового приступа.

Существует классическая метафора для описания мерцательной аритмии — мешок с червями. Вместо того чтобы ритмично сокращаться и расслабляться, сокращаться и вновь расслабляться, мышечная ткань сердца работает некоординированно и не может качать кровь. В нормально работающем сердце электрический сигнал проходит как согласованная волна сквозь трехмерную структуру этого органа. Когда сигнал достигает цели, каждая клеточка сокращается, а затем приходит в состояние расслабления на критический рефракторный период, во время которого она не может быть пущена в ход раньше времени. При фибрилляции волна разбивается, и сердце не может ни полностью расслабиться, ни как следует сократиться.

Удивительнее всего, что при фибрилляции отдельные части сердца могут работать в нормальном режиме, и это зачастую ставит медиков в тупик. Иногда от задающих ритм узлов продолжают исходить регулярные электрические токи, и отдельные клетки мышечной ткани правильно реагируют на них. Каждая клетка, возбудившись, сокращается и, передав

возбуждение дальше, приходит в состояние расслабления до следующего импульса. При вскрытии в мышечной ткани порой не обнаруживают никаких повреждений. Именно по этой причине специалисты по хаосу заявляют о необходимости нового, всеобъемлющего подхода: вроде бы все части сердца работают, однако сердечная деятельность нарушена. Фибрилляция представляет собой беспорядок в сложной системе, равно как и психические расстройства разной этиологии.

Мерцание сердца не прекратится само по себе. На этом упорно настаивают специалисты по хаосу. Лишь электрический разряд дефибриллятора — толчок, который любой занимающийся динамикой ученый посчитает возмущением значительной степени, — может вернуть сердце к стабильному состоянию. В целом дефибрилляторы действуют довольно эффективно, хоть их создатели, подобно конструкторам искусственных сердечных клапанов, долго блуждали в потемках. «Размер и форма разряда были установлены чисто эмпирическим путем, — вспоминал Артур Т. Уинфри, биолог-теоретик. — В прошлом ни одна теория не могла обосновать такие исследования. Сейчас кажется, что некоторые предположения все же были не совсем верны. Конструкция дефибриллятора может быть коренным образом изменена, что многократно увеличит его эффективность, а следовательно, и шансы на успех». Точно так же, путем проб и ошибок, был получен целый ряд лекарственных препаратов для лечения расстройств сердечной деятельности — «темное ремесло», как выразился Уинфри. Предугадывать эффект прописанного лекарства, имея смутное представление о динамике сердца, весьма неблагодарное занятие. «В течение последних двадцати лет ученые проделали огромную работу, прояснив многие тонкости физиологии клеточных оболочек, хрупкую, точную и невероятно сложную механику разных частей сердца. Проделана огромная работа. Однако кое-что упущено: мы просмотрели глобальную перспективу, общий механизм действия».

В семье Уинфри колледж не посещал никто. Как признавался сам исследователь, он начал, не имея надлежащего образования. Его отец, поднявшись по служебной лестнице в страховом бизнесе от простого служащего до вице-президента компании, почти ежегодно переезжал с семьей то на север, то на юг Восточного побережья. Артуру пришлось сменить не одно учебное заведение, прежде чем он закончил среднюю школу. В нем зрело убеждение, что все интересное в мире связано с биологией и математикой, но ни одно из стандартных сочетаний этих двух

предметов не отдает должного тому, что действительно интересно. Уинфри решил не идти проторенным путем. Пять лет он постигал инженерную физику в Университете Корнелл, занимаясь также прикладной математикой и изучая все практические методы лабораторных исследований. Готовясь к работе в военно-промышленном комплексе, Уинфри получил степень доктора в области биологии. Он пытался по-новому сочетать эксперименты с теорией. Молодой ученый начал свою деятельность в Университете Джона Хопкинса, но вскоре оставил его из-за разногласий на факультете. Уинфри продолжил работу в Принстоне, откуда ушел по той же причине, и наконец обосновался в Университете Чикаго.

Уинфри принадлежит к редкому типу мыслителей-биологов, которые привносят в свои исследования физиологии четкое ощущение геометрических форм. В начале 70-х годов он начал изучать биодинамику, заинтересовавшись биологическими часами — суточными ритмами. В данной области традиционно преобладал подход ученых-натуралистов, полагавших, что такой ритм согласуется с ритмами животных, природы и т. д. С точки зрения Уинфри, проблему суточных ритмов следовало изучать, придерживаясь математического стиля мышления. «Рассуждая о нелинейной динамике, я понял, что эту проблему можно и нужно рассматривать через посредство качественных характеристик. Никто не имеет представления о том, каков механизм биологических часов. Итак, у нас есть две альтернативы: можно подождать, пока биохимики выяснят его устройство, а затем попытаться вывести определенный тип поведения из уже известного, а можно призвать на помощь теорию комплексных систем, нелинейную и топологическую динамику. Я выбрал последнее».

Однажды ученый поставил в своей лаборатории множество клеток с комарами. Каждый турист знает, что эти насекомые роятся в прохладном воздухе сумерек. В лаборатории, где днем и ночью температура и освещенность оставались неизменными, суточный цикл комаров сократился с 24 до 23 часов. Каждые 23 часа они начинали жужжать особенно интенсивно. В природе ориентироваться во времени насекомым помогает вспышка света, которую они видят ежедневно, она как бы запускает их внутренние часы.

Варьируя уровень освещенности в помещении с комарами, Уинфри добивался сокращения или удлинения суточного цикла. Ученый сопоставлял эффект со временем световой вспышки. Затем вместо выяснения биохимической подоплеки процессов он предпринял топологическое исследование, сконцентрировав внимание на качественной, а не количественной стороне полученных данных. Ученый пришел к

неожиданному выводу: в геометрии присутствовала некая *особенность*, точка, отличная от всех других. Рассматривая эту своеобразную черту, Уинфри предположил, что строго определенная по продолжительности вспышка света сбивает ход биологических часов насекомых или любых других живых существ.

Предположение было смелым, но эксперименты Уинфри подтвердили его. «Придя в лабораторию ровно в полночь, вы воздействуете на комаров определенным количеством фотонов, и такой особенно точный и выверенный по времени толчок „выключает“ внутренние часы насекомых. Комар лишается сна — то притихает, то жужжит, но все невпопад. Так продолжается, пока вы не устанете наблюдать и не устроите насекомым новую встряску. Суточный ритм комаров беспрестанно нарушается». В начале 70-х годов математический подход Уинфри к явлению суточного ритма не вызвал особого интереса, и оказалось непросто опробовать лабораторную методику на биологических видах, которые стали бы возражать против длительного заточения в клетки.

Нарушение суточного ритма человека при стремительной смене часовых поясов, а также бессонница входят в число нерешенных вопросов биологии. Они вынуждают людей глотать бесполезные пилюли. Исследователям удалось собрать немало данных в ходе экспериментов, участниками которых выступали студенты, пенсионеры или драматурги, спешащие поскорей закончить пьесу. За несколько сотен долларов испытуемые соглашались существовать в условиях «временной изоляции»: никакого дневного света, никаких температурных изменений, никаких часов и телефонов. Характерные для людей суточные циклы «сон — бодрствование», а также циклы изменения температуры тела являются своего рода нелинейными осцилляторами, которые сами собой восстанавливаются после небольших пертурбаций. В условиях изоляции, при отсутствии ежедневно возобновляемых стимулов, цикл изменений температуры увеличивается до 25 часов, причем низкие значения приходятся на стадию сна. Эксперименты немецких ученых выявили, что по истечении нескольких недель цикл «сон — бодрствование», обособившись от температурного цикла, становится неупорядоченным. Люди бодрствуют в течение 20 или даже 30 часов, за которыми следуют 10 или 12 часов сна. При этом испытуемые не только не замечают удлинения их «суток», но и отказываются верить, когда им об этом сообщают. В середине 80-х годов систематический подход Уинфри был применен к людям. Первой испытуемой стала пожилая женщина, вязавшая вечерами перед источником яркого света. Ее суточный цикл резко изменился. По

словам женщины, она испытывала великолепные ощущения, будто ехала в машине с откидным верхом. Что же касается Уинфри, то он пошел дальше, обратившись к проблеме сердечных ритмов.

Впрочем, сам Уинфри не сказал бы, что «пошел дальше». Для него объект изучения не изменился — другой химизм, но та же динамика. Так или иначе, после того как он стал невольным и беспомощным свидетелем внезапных смертей, вызванных сердечной недостаточностью, сердце сделалось для него предметом особого интереса. Однажды на его глазах во время летнего отпуска умер его родственник. Во второй раз в пруду, где купался Уинфри, утонул мужчина. Почему же неизменный ритм, заставляющий сердце то расслабляться, то напрягаться два миллиарда (или более) раз на протяжении жизни, вдруг становится таким неуправляемым и фатально неистовым?

Уинфри поведал историю о своем предшественнике, Джордже Майнсе, которому в 1914 г. было 28 лет. В лаборатории монреальского Университета Макгилл Майнс соорудил небольшое устройство, способное передавать сердцу малые, четко регулируемые электрические импульсы.

«Когда Майнс решил, что настала пора приступить к экспериментам на людях, он выбрал в подопытные себя самого, — пишет Уинфри. — В тот вечер, около шести часов, привратник заметил, что в лаборатории стоит непривычная тишина, и, встревожившись, направился туда. Майнс лежал под одной из скамей. Рядом с ним стоял аппарат, довольно сложное по тем временам электрическое устройство. К груди, прямо над сердцем, был прикреплен разбитый механизм. Счетчик, находившийся рядом, все еще фиксировал прерывистое биение сердца. Майнс умер, не приходя в сознание».

Не трудно сообразить, что небольшой, но точно рассчитанный по времени шок может повергнуть сердце в состояние фибрилляции. Даже Майнс догадался об этом незадолго до смерти. Другие виды шокового воздействия способны ускорить или задержать следующий удар, как это происходит с суточными ритмами. Но есть одно различие между человеческим сердцем и биологическими часами, которое нельзя не учитывать даже в упрощенной модели: сердце имеет пространственную конфигурацию. Вы можете взять его в руки и проследить электрическую волну в трех измерениях.

Впрочем, для постановки подобного опыта требуется немалое искусство. Рэймонд Е. Айдекер из медицинского центра Университета Дьюка, прочитав статью Уинфри в журнале «Сайентифик Америкен» за

1983 г., отметил четыре конкретных прогноза относительно стимуляции и остановки мерцания сердца, основанных на нелинейной динамике и топологии. Айдекер с настороженностью отнесся к прочитанному. Прогнозы казались чересчур умозрительными и, с точки зрения кардиолога, слишком абстрактными. В течение трех ближайших лет все они подтверждались, и Айдекер занялся претворением в жизнь ускоренной программы по сбору более разноплановых данных в целях совершенствования динамического подхода к сердечной деятельности. Как выразился Уинфри, это был своего рода «кардиологический эквивалент циклотрона».

Электрокардиограмма, которую снимают врачи, представляет лишь объемную одномерную запись. Во время операции на сердце хирург может, взяв электрод, передвигать его от одной зоны в сердце к другой, получая данные с 50 или 60 точек в течение 10 минут и таким образом воспроизводя комбинированное изображение. Но при фибрилляции эта техника бесполезна, поскольку изменения и мерцание сердца очень быстры. Методика Айдекера, которая в значительной степени зависела от обработки данных компьютером в реальном времени, предусматривала создание «паутины» из 128 электродов, заключающей в себе сердце, словно носок ступню. По мере того как сквозь мышечную ткань проходил импульс, электроды фиксировали поле напряжения, а компьютер строил карту сердечной деятельности.

В намерения Айдекера, кроме проверки теоретических идей Уинфри, входила также доработка конструкции электрических устройств, используемых для остановки фибрилляции. Бригады скорой помощи используют стандартные дефибрилляторы, чтобы сквозь грудную клетку воздействовать на сердце пострадавшего мощным импульсом электрического тока. Опытным путем кардиологи разработали небольшой имплантант, вживляемый внутрь грудной клетки пациентов, которые входят в группы риска. Такой кардиостимулятор, который чуть больше синусного узла сердца, «прислушивается» к сердцебиению, ожидая, когда возникнет потребность в электрическом воздействии. Айдекер начал выстраивать физическую базу, необходимую для того, чтобы разработка новых типов дефибрилляторов основывалась не только на опыте, но и на соображениях теоретического характера.

Почему к сердцу, ткани которого состоят из взаимосвязанных разветвляющихся волокон, ответственных за транспорт ионов кальция, калия и натрия, должны применяться законы хаоса? Этот вопрос ставил в

тупик ученых в Университете Макгилл и Массачусетском технологическом институте.

Леон Гласс и его коллеги Майкл Гевара и Альвин Шрайер разрабатывали одно из наиболее спорных направлений во всей недолгой истории нелинейной динамики. В своих опытах они использовали крошечные конгломераты сердечных клеток, взятые у семидневных зародышей цыплят. Эти группы клеток, размером в одну двухсотую часть дюйма каждая, после помещения их на блюдце и встряхивания демонстрировали самопроизвольное биение с частотой примерно раз в секунду при отсутствии стимулов извне. Пульсация была хорошо видна в микроскоп. Следующий этап заключался в наложении внешнего ритма. Для этого ученые Университета Макгилл использовали микроэлектрод, тонкую стеклянную трубку, один конец которой присоединялся к тонкому наконечнику, а другой — к одной из клеток. Через трубку пропускался электрический ток, стимулирующий ритмичные сокращения клеток, частота которых могла варьироваться по желанию экспериментаторов.

Ученые подвели итоги своих исследований в журнале «Сайенс» в 1981 г. следующим образом: «Причудливое динамическое поведение, которое прежде наблюдалось в математических задачах и экспериментах в области физики, может быть присуще и биологическим осцилляторам, подвергаемым периодическим возмущениям». Они наблюдали раздвоения периодов в пульсации клеток, которая разветвлялась снова и снова, с каждым изменением ритма. Исследователи построили сечения Пуанкаре и изучили прерывистость сердечных биений. «При возбуждении частицы сердца цыпленка можно установить ряд различных ритмов, — замечал Гласс. — Прибегнув к нелинейной математике, мы способны вполне отчетливо представить этот эффект и характерные последовательности ритмов. В настоящее время в программу подготовки кардиологов практически не входит математика, но в будущем данную проблему станут рассматривать именно так, как сделано нами».

Тем временем Ричард Дж. Коэн, кардиолог и физик, работая в рамках совместной программы Гарварда и Массачусетского технологического института в области медицинских наук и технологий, обнаружил целый ряд последовательных раздвоений периодов в экспериментах с собаками. Используя компьютерные модели, он изучил один из возможных режимов сердечной деятельности, при котором передняя волна электрической активности разбивается об островки ткани. «Перед нами вполне понятный пример феномена Файгенбаума, — пояснял Коэн, — регулярное явление, которое при определенных обстоятельствах превращается в хаотичное.

Выясняется также, что электрическая активность сердца имеет множество параллелей с другими системами, склонными к хаотическому поведению».

Ученые из Университета Макгилл также обратились к накопленным ранее данным о различных типах нарушений сердечной деятельности. Один из таких синдромов состоит в том, что отклоняющиеся ритмы — эктопическая пульсация — перемежаются с нормальным сердцебиением синусного типа. Гласс и его коллеги изучали подобные случаи, подсчитывая число синусных биений среди эктопических. У некоторых пациентов данные расходились, но по какой-то причине они всегда выражались нечетным числом: 3, 5 или 7. У других больных число нормальных биений всегда являлось частью последовательности: 2, 5, 8, 11…

«Численные наблюдения, весьма непонятные, проделаны, но в механизме происходящего не так-то просто разобраться, — признавал Гласс. — В числах всегда присутствует некая регулярность, но им свойственна также и значительная доля неупорядоченности. Один из девизов нашей работы — поиск порядка внутри хаоса».

Традиционно изучение фибрилляции велось в двух направлениях. Один из классических подходов предполагал, что из патологических центров внутри самой мышечной ткани исходят вторичные задающие ритм сигналы, которые вступают в конфликт с главным импульсом. Считалось, что крошечные эктопические центры испускают волны с интервалами, неприемлемыми для нормального функционирования сердца, и взаимодействие их с главным, частично перекрываемым импульсом разрушает согласованную волну сокращений сердечной мышцы. Исследования ученых из Университета Макгилл до некоторой степени подтвердили эту гипотезу, продемонстрировав, что многие виды динамического неправильного поведения могут быть порождены взаимодействием внешней пульсации и присущего сердечной ткани ритма. Но тот факт, что влияние вторичных задающих ритм центров проявляется столь сильно, все еще нуждался в объяснении.

Сторонники другого подхода сосредоточили внимание не на зарождении электрических волн, а на том, как они проходят сквозь сердце. Именно в этом направлении работали ученые из Гарварда и Массачусетского технологического института. Они обнаружили, что определенные отклонения в самой волне, имеющей форму окружностей, способны генерировать так называемый вторичный ввод, при котором некоторые зоны сердца начинают новую пульсацию слишком рано, тем самым препятствуя временному расслаблению мышц, необходимому для

поддержания согласованного движения крови.

Будучи знакомыми с методами нелинейной динамики, обе группы исследователей понимали, что небольшие изменения одного из параметров, например синхронности или электрической проводимости, могут приводить здоровую в других отношениях систему через точку ветвления к качественно новому поведению. Ученые приступили к изучению проблем сердца в глобальном масштабе, связав воедино ряд нарушений ритма, которые прежде считались не имеющими отношения друг к другу. Уинфри полагал, что, несмотря на различие подходов, и школа «эктопической пульсации», и школа «вторичного ввода» движутся в верном направлении. Этот вывод вытекал из общего топологического исследования.

Уинфри замечал, что «динамические явления, как правило, противоборствуют друг с другом, и сердце не исключение». Кардиологи надеялись, что их поиски увенчаются созданием научно обоснованного метода выделения группы риска — людей, наиболее подверженных фибрилляции, — новых способов конструирования дефибрилляторов и назначения лекарственных препаратов. Уинфри также питал надежду, что глобальное рассмотрение данных проблем в математическом аспекте обогатит теоретическую биологию — дисциплину, которая в Соединенных Штатах была развита довольно слабо.

Сейчас некоторые физиологи отзываются о так называемых динамических заболеваниях как о расстройствах различных систем организма человека, нарушениях координации или управления. «Системы, которые в нормальном состоянии колеблются, внезапно прекращают колебания или начинают осциллировать иным, неожиданным образом, а те системы, которые обычно не подвержены циклическим изменениям, вдруг обнаруживают их», — констатируют они. Подобные синдромы включают в себя расстройства дыхания: одышку, частое и затрудненное дыхание, дыхание Чейна-Стокса и детское удушье, которое ведет к внезапной смерти ребенка. Существуют динамические расстройства крови. К их числу принадлежит одна из форм лейкемии, при которой меняется соотношение белых и красных кровяных телец, тромбоцитов и лимфоцитов. Некоторые ученые полагают, что и шизофрения, вероятно, принадлежит к тому же разряду недугов, наряду с некоторыми типами депрессии.

Но физиологи разглядели хаос и в здоровом организме. Давно уже стало ясно, что нелинейность в процессах обратной связи служит целям регулирования и управления. Представьте себе линейный процесс, которому придали легкий толчок, как правило, он лишь слегка меняет направление. Нелинейный же процесс, подвергнутый тому же воздействию,

обычно возвращается в свою начальную точку. Христиан Гюйгенс, голландский физик XVII века, внесший свой вклад в изобретение часов с маятником и в создание классической динамики, натолкнулся на один из ярчайших примеров данной формы регуляции (так, по крайней мере, гласит известная легенда). Однажды знаменитый ученый увидел, что несколько маятниковых часов, помещенных рядом на стене, колеблются совершенно синхронно, подобно тому как льются голоса в хоре. Он понимал, что часы не могли идти настолько точно, и никакие соображения, связанные с математическим описанием маятника, не позволяли объяснить такое таинственное распространение порядка от одних часов к другим. Гюйгенс справедливо предположил, что часы приводились в согласованное движение вибрацией, передаваемой через деревянную стену. Указанное явление, при котором один регулярный цикл воздействует на другой, ныне хорошо известно. Именно в силу этого явления Луна всегда обращена к Земле одним и тем же полушарием, да и вообще у спутников планет, как правило, отношение периода вращения вокруг своей оси к периоду обращения по орбите составляет 1 к 1, или 2 к 1, или 3 к 2. Этот эффект встречается и в электронике, позволяя радиоприемнику настраиваться на определенные сигналы, даже если в их частоте наблюдаются небольшие колебания. Воздействие регулярных циклов друг на друга объясняет способность групп осцилляторов, в том числе и биологических, таких как клетки сердечной ткани и нервные клетки, функционировать синхронно. Удивительный пример из мира природы дают светлячки, встречающиеся в Юго-Восточной Азии: в брачный период они собираются на деревьях в неисчислимых количествах и мерцают в удивительно гармоничном ритме.

Для всех явлений регуляции важным свойством является устойчивость — способность системы противостоять малым возмущениям. Для биологических объектов не менее важна гибкость, т. е. способность системы нормально функционировать под воздействием целого *ряда* частот. Преобладание одной-единственной частоты может воспрепятствовать адаптации системы к изменениям, так как живые организмы должны гибко реагировать на быстро меняющиеся и непредсказуемые обстоятельства. Ни один сердечный или дыхательный ритм не может быть сведен к точным периодичностям простейших физических моделей, причем это касается и более трудноуловимых ритмов остальных систем организма. Некоторые исследователи, в их числе Эри Голдбергер из медицинской школы Гарварда, предположили, что здоровая динамика жизненных процессов задается физическими фрактальными структурами, такими как разветвляющиеся сети бронхиальных трубок в

легких и проводящие волокна в сердце, которые обеспечивают широкий диапазон ритмов. Размышляя об аргументах Роберта Шоу, Голдбергер заметил: «Фрактальные процессы, ассоциируемые с масштабными спектрами с широкой полосой частот, являются „информационно богатыми“. Напротив, периодичные состояния отражают спектр с узкой полосой частот и определяются монотонными, повторяющимися последовательностями, лишенными всякой информативности». Лечение подобных расстройств, как предположил Голдбергер, а также другие физиологи, может зависеть от расширения спектрального резерва системы, ее способности функционировать при множестве различных частот, не замыкаясь на одной из них.

Арнольд Мэнделл, психиатр из Сан-Диего, вставший на защиту Губермана и его гипотезы о движении зрачков у больных шизофренией, пошел еще дальше по пути изучения роли хаоса в физиологии. «Возможно ли, чтобы математическое отклонение, то есть хаос, было здоровьем? А то, что математика считает нормой, — предсказуемость и различимость структур — являлось болезнью?» Мэнделл занялся изучением хаоса в 1977 г., когда обнаружил «особенное поведение» определенных энзимов в мозгу, которое удавалось объяснить, лишь используя новые методы нелинейной математики. При его поддержке были проведены аналогичные исследования цикличных трехмерных молекул белка. Ученый заявлял, что подобные молекулы следует рассматривать не как статические структуры, а как динамические системы, способные к фазовым переходам. Рьяный приверженец новой дисциплины (по собственному его признанию), Мэнделл интересовался главным образом самым хаотичным из органов — мозгом. «Достижение равновесия в биологии означает смерть, — повторял он. — Для того чтобы выяснить, является ли мозг равновесной системой, достаточно попросить вас не думать несколько минут о слонах, и вы тут же *убедитесь*, что мозг отнюдь не равновесная система».

По мнению Мэнделла, открытия в области хаоса сулили переворот в клинических подходах к лечению психических расстройств. Если судить объективно, современная «психофармакология» — врачевание пилюлями всего и вся, от состояния тревоги и бессонницы до шизофрении, — почти не достигла успехов. Если и есть излечившиеся, то их совсем мало. Наиболее острые проявления душевной болезни можно снять, но насколько длительным будет эффект от лечения, никто не знает. Мэнделл указывал коллегам на отрицательное побочное действие целого ряда наиболее часто назначаемых препаратов. Производные фенотиазина, прописываемые больным шизофренией, лишь ухудшают общую клиническую картину;

трициклические антидепрессанты увеличивают частоту смены настроения, приводя к долгосрочному росту числа рецидивов психопатологических проявлений, и так далее. Как заявил Мэнделл, только применение лития — и то лишь в определенных случаях — дает определенный эффект.

Ученый считал рассматриваемую проблему концептуальной. Традиционные методы лечения «наиболее нестабильного динамического механизма с бесконечным числом измерений» были линейными и редукционистскими. «Основная парадигма такова: ген —> пептид —> фермент —> нейротрансмиттер —> рецептор —> поведение животного —> клинический синдром —> лекарственный препарат —> клиническая оценка его эффективности. И такой подход определяет почти всю исследовательскую работу и лечение в рамках психофармакологии. Более пятидесяти трансмиттеров, тысячи типов клеток, сложная электромагнитная природа и длительная нестабильность порождают автономную активность на всех уровнях, начиная от протеинов и заканчивая электроэнцефалограммой. И мозг все еще считается простым химическим коммутатором!» Знакомые с нелинейной динамикой не могли воспринимать это иначе как наивность. Мэнделл убеждал коллег вникнуть в геометрию, присущую таким сложнейшим системам, как мозг.

Множество других ученых начали применять методу хаоса к изучению проблемы искусственного интеллекта. В частности, динамика систем, «блуждающих» между «бассейнами притяжения», привлекла тех, кто искал способ моделирования символов и воспоминаний. Физик, представлявший *идеи* как некие зоны с расплывчатыми границами, обособленные, но отчасти совпадающие, притягивающие, словно магниты, но не препятствующие движению, естественно, обращался к понятию фазового пространства с его кластерами сгруппированных объектов. Подобные модели обладали подходящими элементами: точками стабильности среди зон неустойчивости, а также областями с изменчивыми границами. Фрактальная их структура предполагала как раз ту особенность бесконечного возврата к самому себе, которая лежит в основе способности разума генерировать идеи, решения, эмоции и иные проявления сознательной деятельности.

Что бы ни думали о хаосе специалисты, исследующие процесс познания, они не могли больше моделировать разум как статическую структуру. Двигаясь от нейронов по восходящей, они выявили целую иерархическую сеть, которая обеспечивает взаимодействие микро- и макромасштабов, столь характерное для турбулентности в жидкостях и для других сложных динамических процессов.

Структура, зарождающаяся среди бесформенности, — такова главная прелесть живого и его основная загадка. Жизнь извлекает порядок из моря неустойчивости. Эрвин Шрёдингер, пионер квантовой теории и один из немногих физиков, которые размышляли над вопросами биологии, объяснил это сорок лет назад тем, что живому организму присущ «удивительный дар концентрировать в себе некую „струю порядка“ и таким образом избегать распада на хаос атомов». Будучи физиком, Шрёдингер четко понимал, что структура живого вещества отличается от тех форм материи, которыми занималась его наука. Основным «кирпичиком» в здании живого организма ему представлялся *апериодичный кристалл* (понятие ДНК тогда еще не было известно). «В физике до сего момента мы имели дело лишь с *периодичными кристаллами*. Эти весьма интересные и сложные объекты составляют одну из наиболее чарующих и любопытных материальных структур, с помощью которых неживая природа ставит ученого в тупик, и все же по сравнению с апериодичными кристаллами они довольно просты и скучны». Различия, о которых пишет Шрёдингер, можно сравнить с разницей между обоями и гобеленом, между регулярным повторением определенного образца и богатейшими вариациями творений художника. Физиков учили понимать лишь рисунок обоев, поэтому не удивительно, что их вклад в биологию столь невелик.

Точка зрения Шрёдингера казалась необычной. Та мысль, что жизнь одновременно и упорядоченна, и сложна, выглядела трюизмом. Представление об апериодичности как источнике особых свойств живого граничило с мистикой. Во времена Шрёдингера ни математики, ни физики по-настоящему не поддержали его идею. Для анализа иррегулярности как основного компонента жизни еще не существовало инструментов. Но сейчас они есть.

Глава 11
Хаос
Что лежит за ним?

Никак не менее чем классификация составляющих хаоса обозревается здесь.

Герман Мелвилл. Моби Дик

Двадцать лет назад Эдвард Лоренц размышлял о загадках атмосферы, Мишель Энон — о звездах, Роберт Мэй — о балансе в природе. Бенуа Мандельбро трудился в корпорации IBM, Митчелл Файгенбаум был студентом последнего курса Городского колледжа Нью-Йорка, Дойн Фармер — мальчишкой из Нью-Мексико. В те времена большинство ученых-практиков придерживались определенных воззрений на феномен сложности. Воззрения эти были настолько очевидными, что не нуждались в словесном изложении. Лишь позже потребовалось четко сформулировать эти взгляды, чтобы проанализировать их суть и вынести на всеобщее рассмотрение. Они сводились к следующему.

Поведение простых систем является простым. Механическое приспособление вроде маятника, электрический колебательный контур, гипотетическая популяция рыб в пруду — все подобные системы могут быть сведены к нескольким вполне понятным, совершенно детерминистским законам. Долгосрочное поведение их стабильно и предсказуемо.

Сложное поведение подразумевает сложные причины. Механическое устройство, сложная электрическая схема, реальная популяция животных в мире дикой природы, поток жидкости, биологический орган, пучок частиц, шторм в атмосфере, экономика целой страны — системы явно нестабильные, непредсказуемые или неконтролируемые. Состояние их зависит от множества параметров или подвергается воздействию случайных факторов извне.

Поведение разных систем различно. Нейробиолог, который исследует химические процессы, протекающие в нервных клетках человека, но мало что знает о памяти или восприятии, авиаконструктор, применяющий аэродинамическую трубу для решения задач газовой динамики, но не

постигший математику турбулентности, экономист, анализирующий мотивацию приобретения того или иного товара, но не способный прогнозировать долгосрочный спрос, — эти и подобные им ученые уверены, что, коль скоро компоненты их дисциплин различны, сложные системы, состоящие из миллиардов этих компонентов, должны отличаться друг от друга.

Ныне все изменилось. За последние двадцать лет математики, физики, биологи и астрономы выработали альтернативную идею: простые системы дают начало сложному поведению, а сложные системы порождают простое поведение. И что самое главное, законы сложности обладают всеобщностью, которая ни в коей мере не зависит от особенностей составляющих систему элементов.

Перемена никак не сказалась на деятельности многих ученых-практиков: физиков, занимавшихся изучением частиц, неврологов и даже математиков. Они продолжали исследования в рамках своих дисциплин. Тем не менее в умы их была заронена идея о существовании феномена хаоса: они знают, что удалось истолковать некоторые сложные явления, а иные, вероятно, нуждаются в переосмыслении. Ученые, которые вглядывались в течение химических реакций, или наблюдали за жизнью насекомых в ходе трехлетнего эксперимента, или моделировали изменения температуры воды в океане, уже не могли, как раньше, игнорировать внезапные колебания или отклонения. Для некоторых это означало лишь дополнительные трудности. Но, будучи прагматиками, ученые прекрасно знали, что на исследования в этой сфере, которую с трудом можно назвать математикой, федеральное правительство и исследовательские центры корпораций готовы ассигновать средства, и все больше и больше специалистов понимали, что хаос позволяет продолжить работу с информацией, отложенной в долгий ящик потому, что она выглядела чересчур странной. Обособление научных дисциплин казалось им все более досадным препятствием; один за другим ученые осознавали, что изучать обособленные от целого части бесполезно. Для них хаос знаменовал конец редукционизма в науке.

Непонимание, неприятие, гнев, одобрение — целая гамма эмоций была выплеснута на тех, кто поддерживал изучение хаоса с самого начала. Джозеф Форд из Технологического института Джорджии, в Атланте, вспоминал, как в 70-х годах, читая лекцию группе специалистов по термодинамике, упомянул о хаотическом поведении, которое просматривалось в уравнении Даффинга, хрестоматийной модели простого осциллятора, подверженного трению. Для самого Форда присутствие хаоса

в указанном уравнении было весьма любопытным фактом, который не вызывал сомнений, хотя статья о нем была опубликована в журнале «Письма в „Физическое обозрение“» лишь через несколько лет. Но с таким же успехом Форд мог поведать собранию палеонтологов о наличии перьев у динозавров — им было лучше знать.

> «Когда я обмолвился об этом, аудитория — Господи Боже! — буквально взорвалась. Я услышал что-то вроде: „Мой отец изучал это уравнение, дед занимался им, и почему-то они не обнаружили там такого, о чем рассказываете нам вы!“ Заявляя, что природа сложна, вы должны быть готовы к сопротивлению. Мне была непонятна такая враждебность».

За окном медленно садилось тусклое зимнее солнце. Форд, уютно расположившись в своем кабинете, потягивал содовую из огромной кружки с кричащей надписью «Хаос». Его младший коллега Рональд Фокс рассказывал о метаморфозе, приключившейся с ним после покупки компьютера «Apple II» для сына. В то время ни один уважающий себя физик не приобрел бы эту модель для работы. Прослышав о том, что Митчелл Файгенбаум обнаружил всеобщие законы, управляющие поведением систем обратной связи, Фокс рискнул написать короткую программу, которая позволила бы разглядеть их особенности на дисплее компьютера. Он смог наблюдать на экране абсолютно все: похожие на вилы бифуркации, устойчивые линии, разветвляющиеся сначала на две, потом на четыре, затем на восемь, появление самого хаоса, а внутри него — поразительный геометрический порядок. «За пару дней всю работу Файгенбаума можно повторить», — отметил Фокс. Компьютерный эксперимент убедил его, как и других, усомнившихся в правоте опубликованных аргументов.

Некоторые ученые забавлялись программами какое-то время, а потом оставляли их, другие же входили во вкус подобных игр. Фокс относился к числу тех, кто знал о пределах стандартной линейной науки. Он сознавал, что по привычке отодвигает в сторону сложные нелинейные детали. Так в конце концов поступали все физики, говоря себе в оправдание: «Придется лезть в справочник специальных функций, а не хочется. И еще меньше хочется программировать эту задачу на компьютере. Я слишком хорош для этой рутины».

«Общая картина нелинейности медленно, но верно привлекала внимание множества людей, — вспоминал Фокс. — Все узревшие ее

извлекали из этого пользу. Вы рассматриваете ту же проблему, которую изучали раньше, неважно, какой дисциплине она принадлежит. Прежде, дойдя до определенной черты, вы были вынуждены остановиться, потому что проблема становилась нелинейной. Сейчас, узнав, под каким углом ее рассматривать, вы возвращаетесь назад».

Форд говорил: «Если та или иная область начинает развиваться, многие понимают: области этой есть что предложить им; если они пересмотрят свой подход к исследованиям, вознаграждение может оказаться немалым. Для меня хаос подобен мечте. Он дает шанс. Если рискнешь сыграть в эту игру, можешь обнаружить золотую жилу».

И все же ученые не могли определиться с понятием «хаос». Каждый предлагал свое толкование:

Филип Холмс, седобородый математик и поэт из Корнелла, — *сложные апериодичные динамические системы (обычно с малым числом измерений)*;

Хао Бай-линь, китайский физик, собравший много основополагающих работ о хаосе в один справочник, — *тип порядка, которому несвойственна периодичность*, а также: *быстро развивающаяся область исследований, в которую внесли важный вклад математики, физики, специалисты по гидродинамике, экологи*, или: *недавно признанный и повсеместно встречающийся класс естественных явлений*;

Х. Брюс Стюарт, ученый, посвятивший себя прикладной математике и работающий в Брукхевенской национальной лаборатории на Лонг-Айленде, — *явно беспорядочное, повторяющееся поведение в простой детерминистской системе, похожей на работающие часы*;

Родерик В. Дженсен из Йельского университета, физик-теоретик, изучающий возможность квантового хаоса, — *иррегулярное и непредсказуемое поведение детерминистских нелинейных динамических систем*;

Джеймс Кручфилд из Сайта-Круса, — *динамика с положительной, но ограниченной метрической энтропией*, что в переводе с языка математики звучит следующим образом: *поведение, которое порождает информацию (усиливает малые неопределенности), но не является полностью предсказуемым*;

и Форд, объявивший себя проповедником хаоса, — *динамика, сбросившая наконец оковы порядка и предсказуемости… системы, каждую динамическую возможность которых теперь можно свободно рассматривать… разнообразие, которое будоражит, богатство выбора, изобилие вероятностей…*

Джон Хаббард, изучая итерированные функции и бесконечные фрактальные множества системы Мандельбро, счел «хаос» слишком бесцветным названием для результатов своей работы, поскольку такой термин подразумевает наличие случайности. Хаббард же видел главное в том, что простые процессы в природе могли порождать величественные конструкции огромной сложности *без* всякой случайности. Все инструменты, необходимые для кодировки, а затем и раскрытия богатейших, как человеческий мозг, структур, заключались в нелинейности и обратной связи.

Другим специалистам, вроде Артура Уинфри, в чьи научные интересы входила глобальная топология биологических систем, название «хаос» казалось слишком узким. Оно включало в себя простые системы, одномерные структуры Файгенбаума, двухмерные и трехмерные странные аттракторы Руэлля, а также аттракторы с дробным числом измерений. С точки зрения Уинфри, хаос с малым числом измерений представлял собой особый случай. Сам ученый интересовался законами многомерной сложности, будучи убежден, что они существуют. Слишком многие из явлений Вселенной, казалось, находятся вне досягаемости хаоса с небольшим числом измерений.

В журнале «Нейчур» шла непрекращающаяся дискуссия о том, следует ли климат Земли странному аттрактору. Экономисты пытались распознать странные аттракторы в трендах фондовой биржи, но пока безуспешно. Ученые, посвятившие себя динамике, надеялись использовать инструментарий хаоса для объяснения наиболее ярких проявлений турбулентности. Альберт Либхабер, работавший уже в Университете Чикаго, поставил свои элегантные эксперименты на службу турбулентности, создав емкость с жидким гелием, которая размерами в тысячи раз превосходила крохотную ячейку 1977 г. Никто не знал, обнаружатся ли простые аттракторы в таких опытах, порождающих беспорядок как в пространстве, так и во времени. Бернардо Губерман заявлял по этому поводу: «Если бы вы опустили детектор в бурную реку и сказали: „Глядите, вот странный аттрактор с малым числом измерений!“, — мы смотрели бы на это чудо, сняв шляпы».

Хаос стал совокупностью идей, убедившей ученых в том, что все они — участники одного начинания. И физики, и биологи, и математики — все поверили, что простые детерминистские системы могут порождать сложность, а системы, слишком сложные для традиционной математики, подчиняются простым законам. Поверили они также и в то, что главная их задача, независимо от сферы деятельности, состояла в постижении самой

сложности.

«Давайте еще раз приглядимся к законам термодинамики, — писал Джеймс Е. Лавлок, автор модели „мира маргариток“. — Действительно, с первого взгляда их смысл кажется равнозначным предостережению, начертанному на вратах Дантова ада… Однако здесь есть одно „но“…»

Второй закон — та плохая новость из мира науки, которая постоянно дает о себе знать в далеких от этого мира областях. Все вокруг стремится к беспорядку. Любой процесс перехода энергии из одной формы в другую должен сопровождаться потерей некоторой ее части в виде теплоты, так как стопроцентная эффективность преобразования невозможна. Вселенная подобна улице с односторонним движением. *Энтропия должна постоянно возрастать как в самой Вселенной, так и в любой гипотетической отдельно взятой системе внутри нее.* Как ни формулируй второй закон, ничего особенно привлекательного не получится. В термодинамике так оно и есть. Но в областях интеллектуальной деятельности, далеких от науки, второй закон живет собственной жизнью, принимая на себя ответственность за разделение общества, экономический спад, снижение культурного уровня и множество других проявлений эпохи упадка. Кажется, что ныне такие вторичные, метафорические воплощения второго закона толкуются особенно неверно. В нашем мире процветает сложность, а тем, кто надеется с помощью науки получить общее представление о свойствах природы, лучше послужат законы хаоса.

Каким-то образом по мере движения Вселенной к конечному равновесию в лишенном характерных черт пекле максимальной энтропии появляются удивительные структуры. Вдумчивые физики, соприкасающиеся с действием термодинамики, понимают, насколько волнующим является вопрос, который один из них сформулировал следующим образом: «Как бесцельный поток энергии может привносить жизнь и сознание в наш мир?» Решить проблему помогает весьма расплывчатое понятие энтропии, вполне приемлемое и хорошо определенное для целей термодинамики, когда речь идет о нагреве и температуре, однако чертовски сложное для того, чтобы его можно было ассоциировать с мерой *беспорядка*. Ученые и так сталкиваются с трудностями, вычисляя меру порядка в воде и стараясь понять, как образуются кристаллические структуры при ее замерзании, сопровождающемся диссипацией энергии. И уж никак не подходит термодинамическая энтропия для определения изменяющейся степени оформленности и бесформенности в процессе создания аминокислот и

микроорганизмов, самовоспроизведения растений и животных, сложных информационных систем вроде мозга. Безусловно, эти эволюционирующие островки упорядоченности должны подчиняться второму закону, важным постулатам созидания или чему-то еще.

Природа создает разнообразные объекты. Одни из них упорядочены в пространстве, но беспорядочны во времени, другие — наоборот. Некоторые системы являются фрактальными, обнаруживая структуры, повторяющие самих себя в различных масштабах, другие порождают устойчивые или колеблющиеся состояния. Построение подобных объектов превратилось в раздел физики и прочих естественных наук, позволяя ученым моделировать скопления частиц в кластерах, похожее на извилистые трещины распространение электрических разрядов, рост кристаллов при образовании льда и остывании металлических сплавов. Динамика таких процессов кажется азбучной — изменение формы в пространстве и времени, — но только в наше время появились инструменты, сделавшие возможным ее постижение. И теперь мы вправе спросить у физика: «Почему снежинки не похожи друг на друга?»

Кристаллики льда образуются в турбулентном воздушном потоке, который заключает в себе симметрию и случайность, особую прелесть неопределенности в шести направлениях. По мере того как вода замерзает, у кристаллов появляются тонкие кончики, которые постепенно увеличиваются; их границы становятся неустойчивыми; по краям возникают новые острия. Формирование снежинки подчиняется поразительно утонченным математическим закономерностям. Казалось невозможным предсказать, насколько быстро «вырастет» кончик кристалла, насколько узким он окажется или как часто будет разветвляться. Целые поколения ученых делали наброски и составляли каталоги образов: пластинок и столбцов, кристаллов и поликристаллов, игл и древовидных отростков. За неимением лучшего подхода авторы научных трудов упражнялись в классификации кристаллов.

Теперь уже известно, что рост окончаний кристалла, дендритов, сводится к проблеме нелинейных неустойчивых свободных границ, в том смысле, что модели должны отслеживать динамические изменения сложных извилистых границ. Когда процесс отвердения идет от поверхности внутрь кристалла, как в ледяном желобе, граница, как правило, остается стабильной и плавной; скорость ее формирования определяется тем, насколько стремительно из стенок уходит теплота. Но когда кристалл отвердевает с сердцевины, изнутри, как это происходит в снежинке, когда она захватывает молекулы воды, паря в насыщенном

влагой воздухе, процесс становится нестабильным. Любой отрезок контура снежинки, «опередивший» соседние, получает преимущество, захватывая большее количество водяных молекул, и поэтому растет гораздо быстрее — обнаруживается так называемый эффект громоотвода. Образуются новые ответвления, от которых, в свою очередь, отпочковываются более мелкие.

Трудность заключалась в том, чтобы решить, какие из множества задействованных в процессе образования снежинки физических сил следует принять во внимание, а какими вполне можно пренебречь. Долгое время считалось, что наиболее важным является рассеивание теплоты, высвобождающейся при замерзании воды. Но физическая природа тепловой диффузии не могла до конца объяснить те образы, которые наблюдали ученые, рассматривая снежинки под микроскопом или выращивая их в лаборатории. Не так давно был разработан метод, позволяющий учесть иной процесс, а именно поверхностное натяжение. Сердцевина новой модели снежинки являет собой самую сущность хаоса: хрупкий баланс между стабильностью и неустойчивостью, мощное взаимодействие сил атомарного и обычного, макроскопического уровней.

Там, где рассеивание теплоты создает преимущественно неустойчивость, поверхностное натяжение порождает стабильность. Действие этой силы ведет к тому, что вещество приобретает более плавные, похожие на стенки мыльного пузыря, очертания, поскольку для создания грубо очерченных поверхностей требуется энергия. Баланс указанных тенденций находится в зависимости от размера кристалла. В то время как рассеивание является по преимуществу крупномасштабным, макроскопическим процессом, поверхностное натяжение сильнее действует на микроскопическом уровне.

Традиционно допускалось, что для целей практики можно пренебречь действием поверхностного натяжения, поскольку оно очень незначительно. Но это не совсем верно. Происходящее в ничтожных масштабах могло сыграть решающую роль. Именно на микроуровне поверхностные эффекты обнаружили бесконечную чувствительность к молекулярной структуре отвердевающего вещества. В случае со льдом преобладание широко известной шестилучевой формы снежинки диктуется естественной симметрией молекул. К своему изумлению, ученые выяснили, что сочетание стабильности и неустойчивости усиливает микроскопический процесс, создавая почти фрактальное кружево, из которого и получаются снежинки. Причем математическое описание процесса дали не те, кто изучал атмосферу, а физики-теоретики и металлурги. Последними руководил свой интерес: молекулярная симметрия металлов различна, а

значит, различна и форма характерных кристаллов, которые определяют прочность сплава. Но математика здесь та же, ибо законы формирования таких моделей универсальны.

Сильная зависимость от начальных условий служит целям созидания, а не разрушения. Пока растущая снежинка летит к земле, с час или около того паря в токах воздуха, ветвление ее лучиков в каждый конкретный момент зависит от таких факторов, как температура, влажность и загрязнение атмосферы. Шесть кончиков одной-единственной снежинки, которая занимает в пространстве не более миллиметра, подвергаются воздействию одной и той же температуры, а поскольку законы роста и развития детерминистские по своей сути, в снежинке появляется близкая к идеалу симметрия. Но природа турбулентного воздушного потока такова, что ни одна снежинка не повторяет маршрут предыдущей. В итоге конечная форма снежного кристалла отображает все изменения погодных условий, действию которых он подвергался, а количество их комбинаций может быть безграничным.

Физики любят повторять, что снежинки — неравновесный феномен. Это продукт дисбаланса в перетекании энергии от одного фрагмента природы к другому. Благодаря такому перетеканию на контуре кристалла появляется острие, потом целое множество ответвлений, которые, в свою очередь, превращаются в сложную, невиданную структуру. Открыв, что неустойчивость такого рода подчиняется всеобщим законам хаоса, ученые смогли применить те же методы ко множеству проблем физики и химии и теперь считают, что подошла очередь биологии. Это отчасти подсознательное ощущение. Наблюдая за компьютерным моделированием роста дендритов, ученые воображают морские водоросли, оболочки клеток, делящиеся и развивающиеся организмы.

К настоящему времени открыто множество путей изучения хаоса, начиная с невидимых микроскопических частиц и заканчивая доступной глазу сложностью. В математической физике теория бифуркаций Файгенбаума и его коллег получила распространение среди ученых Соединенных Штатов Америки и Европы. В абстрактных областях теоретической физики положено начало исследованию новых проблем, таких как еще не решенный вопрос о квантовом хаосе: приемлет ли квантовая механика хаотический феномен механики классической? Изучая движение жидкостей, Либхабер соорудил гигантскую емкость с гелием, в то время как Пьер Хоэнберг и Гюнтер Алерс занялись анализом распространения причудливых волн конвекции. В астрономии специалисты по хаосу создают необычные модели гравитационной неустойчивости,

чтобы истолковать происхождение метеоритов — необъяснимое выталкивание астероидов из области Солнечной системы, расположенной за орбитой Марса. Биологи и физиологи используют физику динамических систем для изучения иммунной системы человека с ее миллиардами компонентов и человеческого мозга, обладающего способностью к познанию, воспроизведению и распознаванию объектов. Они также размышляют над эволюцией в надежде отыскать всеобщие механизмы адаптации живых существ.

«Эволюция — это хаос с обратной связью», — утверждал Джозеф Форд. Да, Вселенная воплощает в себе беспорядочность и диссипацию. Но беспорядочное, заключающее в себе некую тенденцию, может порождать удивительную сложность.

«Бог играет в кости со Вселенной, — таков был ответ Форда на известный вопрос Эйнштейна, — не брезгая, впрочем, обманом. И сейчас главная цель физики состоит в том, чтобы выяснить, какими правилами руководствуется Всевышний, а затем использовать их в собственных целях».

Такие идеи двигают вперед коллективную научную инициативу. И все же ни философия, ни доказательства, ни опыты не влияют на отдельных ученых, которых наука должна прежде всего и всегда обеспечивать пригодным для работы инструментарием. В некоторых лабораториях традиционные методы уже изживают себя, дорогое оборудование не оправдывает возложенные на него надежды. Обычная наука, как выразился Кун, «сбилась с пути, и ей больше не удается обходить аномальные явления». Веяния хаоса не могли возыметь влияния на каждого ученого, пока метод новой дисциплины не доказал свою необходимость.

В каждой области есть свои примеры. В экологии таковым стала деятельность Уильяма М. Шаффера, последнего из учеников Роберта Макартура, лидера этой дисциплины в 1950-60-х годах. Макартур выработал понятие о природе, которое стало прочной основой идеи *естественного баланса*. Построенные ученым модели предполагали, что существуют определенные состояния равновесия, возле которых колеблются популяции растений и животных. С точки зрения Макартура, балансу в природе присуще то, что можно назвать почти моральным качеством: состояния равновесия в его моделях обеспечивали наиболее рациональное использование пищевых ресурсов, при котором потери минимальны. Природа добра, если оставить ее в покое.

Два десятилетия спустя последний студент Макартура понял, что

экология, базирующаяся на идее равновесия, обречена. Общепринятые модели, с присущим им уклоном в сторону нелинейности, не оправдали ожиданий. Природа куда более сложна. Вместо равновесия ученый увидел хаос, «такой живой и немного пугающий». Хаос способен подорвать самые устоявшиеся предположения экологов, поведал он коллегам. «То, что мы в нашей области считаем основными понятиями, подобно легкой дымке перед яростным напором бури — в данном случае настоящего нелинейного шторма».

Шаффер использует странные аттракторы для исследования эпидемиологии детских болезней, таких как корь и ветряная оспа. Собрав данные сначала по Нью-Йорку и Балтимору, потом Абердину, Шотландии, по всей Англии и Уэльсу, он построил динамическую модель, напоминающую маятник, который одновременно подвергается воздействию двух противодействующих сил. Считалось, что каждый год число заболевших увеличивается из-за распространения инфекции среди детей, начинающих учебный год, но рост его сдерживается естественной сопротивляемостью организма. Модель Шаффера предсказывает совершенно иную динамику распространения данных заболеваний. Ветряной оспе присуща периодичность. Корь, согласно модели, должна распространяться хаотично. Оказалось, что реальность точно соответствует прогнозу Шаффера. Эпидемиологу, который придерживался традиционных взглядов, изменения числа заболевших корью в течение года представлялись необъяснимыми, неупорядоченными и случайными. Шаффер, применив методику реконструкции фазового пространства, демонстрирует, что эпидемия кори подчиняется странному аттрактору, фрактальная размерность которого составляет около 2,5.

Шаффер вычислил показатели Ляпунова и построил сечения Пуанкаре. «Будет лучше, — говорит он, — если вы посмотрите на изображения, откуда буквально выскакивает сделанный мной вывод, и промолвите: „Господи, ведь это одно и то же!“» И хотя аттрактор является хаотичным, в силу детерминистской природы самой модели возможна некоторая предсказуемость. Если в течение года заболеваемость корью была высока, последует ее сильное снижение. Если уровень заболеваемости был средним, можно ожидать лишь незначительного его изменения. Труднее всего предсказать, на какой год выпадет максимальное число заболевших. Модель Шаффера позволила прогнозировать, какое влияние окажет на динамику заболеваемости массовая вакцинация, чего не могла предугадать традиционная эпидемиология.

Научные коллективы и работающие в одиночку специалисты по-

разному воспринимают идеи хаоса, и в каждом случае на то есть свои особые причины. Для Шаффера, как, впрочем, и многих других, переход от традиционной науки к хаосу оказался неожиданным. Именно таким, как он, был адресован пламенный призыв Роберта Мэя в 1975 г. Между тем Шаффер, прочитав статью Мэя, не заинтересовался ею, решив, что математические идеи слишком далеки от нужд практической экологии. А ведь именно Шаффер, хорошо ориентирующийся в экологии, мог по достоинству оценить воззрения Мэя. Однако его взгляду предстали одномерные модели, и он подумал: «Какое отношение могут они иметь к непрерывно меняющимся сложным системам?» Когда коллега посоветовал ему познакомиться с работой Лоренца, Шаффер, нацарапав выходные данные статьи на клочке бумаги, благополучно забыл о ней.

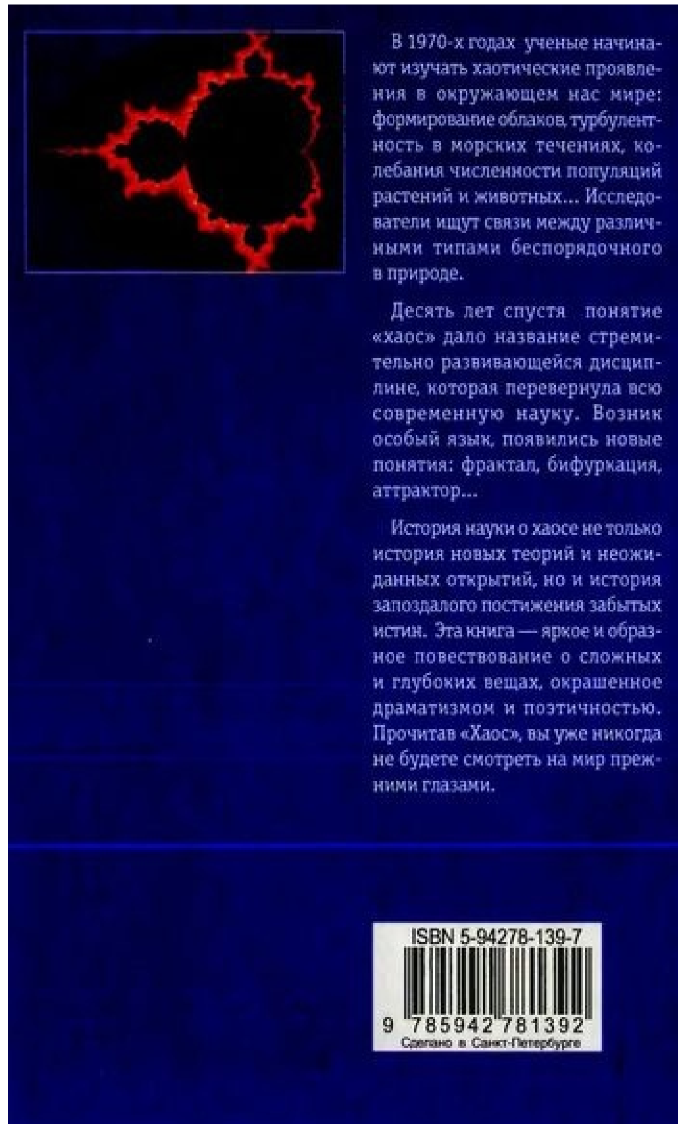
Годы спустя Шаффер жил в пустыне, окружающей город Тусон, что в штате Аризона. На лето он перебирался севернее, в горы Санта-Каталина. Здесь, в царстве колючего кустарника, жара переносится легче, земля не так пышет жаром, как на пустынных просторах. В июне и июле, между буйством весенних красок и сезоном летних дождей, Шаффер и его аспиранты наблюдали за пчелами и цветами чапараля. Исследования этой экологической системы представлялись несложными, несмотря на ежегодно происходящие в ней метаморфозы. Шаффер подсчитывал число пчел на каждом стебле, с помощью пипетки замерял количество пыльцы на цветах и анализировал собранные данные с помощью математики. Шмели соперничали с медоносными пчелами, а последние, в свою очередь, с пчелами-плотниками. Ученый создал весьма убедительную модель, объяснявшую колебания в их популяциях.

К 1980 г. он понял: что-то идет не так, разрушая его модель. Выяснилось, что ключевая роль принадлежала виду, который не был учтен при построении модели, — муравьям. Некоторые коллеги ученого подозревали, что все дело в необычной зимней погоде, другие — в летней или прочих неучтенных факторах. Шаффер принялся обдумывать, как бы учесть дополнительные параметры. Все же ученый казался удрученным. Его аспиранты утверждали, что тем летом он выглядел мрачным и напряженно работал.

Потом все изменилось. Случайно обнаружив препринт статьи о химическом хаосе в сложном лабораторном эксперименте, Шаффер почувствовал, что ее авторы столкнулись с тем же явлением, что и он сам. Выявить и описать десятки продуктов реакции в пробирке оказалось так же невозможно, как и учесть все многообразие видов в горах Аризоны. Все же химикам удалось достичь успеха там, где эколог потерпел крах. Шаффер

принялся читать о реконструкции фазового пространства, познакомился наконец с работами Лоренца, Йорка и других исследователей. Университет Аризоны выделил средства на серию лекций «Порядок внутри хаоса». Читать их пригласили Гарри Суинни, а он мог многое рассказать о практических опытах. Когда Суинни объяснил, что вызывает хаос в химии, продемонстрировал странный аттрактор и заявил, что «это реальные данные», Шаффер покрылся холодным потом.

«Внезапно я понял, что это судьба», — вспоминал позже Шаффер, которому предстоял год академического отпуска. Он отозвал свою заявку из Национального научного фонда, куда обращался с просьбой о финансировании, и начал все снова. Высоко в горах Аризоны популяция муравьев росла и уменьшалась, пчелы с жужжанием кружились в воздухе, облака медленно плыли по небу, а Шаффер постигал новую науку. Он больше не мог работать как прежде.



* Компьютерная программа, воспроизводящая систему Мандельбро, нуждается в разъяснении нескольких существенных деталей. Главный ее механизм состоит в том, что выбирается начальное комплексное число и к нему применяется арифметическое правило. Для рассматриваемой ниже системы правило таково: $z \to z^2 + c$, где z начинается с нуля, а c представляет собой комплексное число, соответствующее тестируемой точке. Итак, *возьмем нуль, умножим его на самого себя, прибавим начальное число; взяв результат (начальное число), умножим его на самое себя и прибавим начальное число; возьмем новый результат, опять умножим его на самого себя и прибавим начальное число.* Арифметика с комплексными числами ведет нас прямо вперед. Комплексное число состоит из двух частей, например: 2 + 3i (местоположение точки: 2 к

востоку и 3 к северу на комплексной плоскости). Чтобы сложить два комплексных числа, надо лишь сложить действительные части для получения новой действительной части и мнимые — для получения новой мнимой части:

$$\begin{array}{r} 2 + 4i \\ +\ 9 - 2i \\ \hline 11 + 2i \end{array}$$

Чтобы перемножить два комплексных числа, нужно умножить каждую часть одного из них на каждую часть другого (но правилам перемножения двучленов) и сложить получившиеся четыре результата. Поскольку i, умноженное на самое себя, дает -1, то в силу первоначального определения мнимых чисел один член результата переходит в другой:

$$\begin{array}{r} 2 + 3i \\ \times\ 2 + 3i \\ \hline 6i + 9i^2 \\ 4 + 6i \qquad \\ \hline 4 + 12i + 9i^2 \\ = 4 + 12i - 9 \\ = -5 + 12i \end{array}$$

Чтобы прекратить движение по петле, программа должна отслеживать текущий итог. Если результат стремится к бесконечности, все более и более удаляясь от центра плоскости, выбранная точка не принадлежит к системе. В том случае, когда итог превышает 2 или становится меньше -2 либо в действительной, либо в мнимой части, результат, бесспорно, стремится к бесконечности и работа программы может продолжаться. Коль скоро она выполняет одни и те же вычисления много раз, *не превышая* 2, точка является частью системы. (Число раз зависит от степени увеличения. Для масштаба, доступного персональному компьютеру, ста или двухсот раз часто бывает достаточно, а тысяча повторений дает полную гарантию.) Программа должна повторить данный процесс для каждой из тысяч точек решетки. Масштаб можно увеличить. Затем программа должна показать

полученный результат. Точки, входящие в систему, могут быть обозначены черным цветом, а не принадлежащие к ней — белым. Для получения более живого изображения белый цвет можно заменить оттенками других цветов. В частности, если итерация прекращается после десяти повторений, программа должна выдать красную точку, после двадцати — оранжевую, после сорока — желтую и т. д. Выбор цветов и момент остановки расчета точек программист может выбрать сам. Цвета надлежащим образом обозначают контуры, оставшиеся за пределами системы.

---

notes

Примечания

1

Перевод С. Я. Маршака.

2

В Северной Америке ураганами принято называть тропические циклоны. *(Примеч. ред.)*

3

Удобства ради в данной весьма абстрактной модели численность особей выражена через дробь, которая больше нуля, но меньше единицы, причем нуль обозначает вымирание, а единица — наиболее высокую численность животных (в данном случае рыб), достижимую в пределах популяции. Итак, начнем: произвольно выберем значение параметра *r*, скажем 2,7, и начальную численность популяции, к примеру 0,02. Отнимем от единицы 0,02 и получим 0,98, умножим 0,98 на 0,02 и получим в итоге 0,0196. Теперь умножим полученный результат на 2,7 и получим 0,0529. Крошечная начальная численность популяции выросла более чем в два раза. Повторим процедуру, используя только что полученную численность особей в качестве исходных данных, и получим 0,1353. С небольшим калькулятором, в который можно ввести определенную программу, для получения такого результата нужно лишь нажимать одну и ту же клавишу снова и снова. Популяция увеличивается до 0,3159, затем до 0,5835; 0,6562 — рост численности замедляется. Далее, по мере того как смертность «догоняет» воспроизводство, численность достигает 0,6092; 0,6428, 0,6199, 0,6362, 0,6249. Значения в числовом ряду скачут: то возрастают, то уменьшаются. Впрочем, заканчивается он строго определенным значением: 0,6328, 0,6273, 0,6312, 0,6285, 0,6304, 0,6291, 0,6300, 0,6294, 0,6299, 0,6295, 0,6297, 0,6296, 0,6297, 0,6296, 0,6296, 0,6296, 0,6296, 0,6296, 0,6296, 0,6296. Это явный успех. Когда все расчеты выполнялись вручную, и даже во времена механических счетных машинок с ручным вводом, дальше подобных вычислений дело не шло.

4

Скажем, при *r* = 3,5 и начальной численности популяции 0,4 Мэй увидел следующий числовой ряд: 0,4000; 0,8400; 0,4704; 0,8719; 0,3908; 0,8332; 0,4862; 0,8743; 0,3846; 0,8284; 0,4976; 0,8750; 0,3829; 0,8270; 0,4976; 0,8750; 0,3829; 0,8270; 0,5008; 0,8750; 0,3828; 0,8269; 0,5009; 0,8750; 0,3828; 0,8269; 0,5009; 0,8750 и т. д.